Кубанов В.П., Ружников В.А.
Сподобаев М.Ю., Сподобаев Ю.М.

# ОСНОВЫ ТЕОРИИ АНТЕНН И РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАДИОВОЛН

Под редакцией В.П. Кубанова

Самара
ОФОРТ
2016

УДК 621.396.67
О-753

Рецензент: лауреат Государственной премии РФ им. Г.К. Жукова, доктор технических наук, профессор Юдин В.В.

**Кубанов В.П., Ружников В.А., Сподобаев М.Ю., Сподобаев Ю.М.**
**К61** **О**сновы теории антенн и распространения радиоволн: Учебное пособие / Под ред. В.П. Кубанова. – С.: ИНУЛ-ПГУТИ, 2016. – 258 с.: ил.
ISBN 978-5-9912-0152-0.

Излагаются основы теории антенн и распространения радиоволн. Формулируются вопросы для самопроверки и задачи (с ответами) для самостоятельного решения. Приводятся примеры решения задач.

Для студентов вузов, имеющих направления подготовки по инфокоммуникационным технологиям и радиотехнике.

Учебное издание

**Кубанов** Виктор Павлович
**Ружников** Вадим Александрович
**Сподобаев** Михаил Юрьевич
**Сподобаев** Юрий Михайлович

ОСНОВЫ ТЕОРИИ АНТЕНН
И РАСПРОСТРАНЕНИЯ
РАДИОВОЛН

Учебное пособие

Редактор В.А. Иванов
Компьютерная верстка В.А. Ружников
Обложка художника В.А. Ружников

Подписано в печать 20.11.2015. Печать офсетная.

ISBN 978-8-9912-0125-0

*60-летию Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики посвящается*

# ПРЕДИСЛОВИЕ

Характерной чертой интенсивно развивающейся отрасли инфокоммуникаций является возрождающийся интерес к радиотехнологиям, который характерен для различных сфер экономики. Радиолокация, радионавигация, радиочастотная идентификация, беспроводный доступ, новые виды радиосвязи и радиовещания – эти технологии сопровождаются излучением электромагнитной энергии в открытое пространство и ее приемом. В связи с этим для радиоинженеров стало целесообразным не только повышение  уровня подготовки по соответствующим компетенциям, но и введение  специализации в области антенн и распространения радиоволн.

Настоящее учебное пособие предназначено для самостоятельной работы по дисциплине «Распространение радиоволн и антенно-фидерные устройства» бакалавров направления «Инфокоммуникационные технологии и системы связи». Цель пособия – формирование компетенций, в рамках которых обучающийся должен знать: требования к антеннам и их параметры, физические основы работы антенн, классификацию радиочастот (радиоволн), специфику распространения радиоволн с учетом влияния окружающей среды; уметь: рассчитывать характеристики направленности одиночных излучателей, дискретных антенных решеток и возбужденных поверхностей (апертур), вычислять их коэффициент направленного действия (коэффициент усиления), а также оценивать основные потери при работе радиолиний в различных условиях.

Отдельные фрагменты и разделы пособия вполне могут быть использованы при подготовке бакалавров и специалистов по направлениям, включающим радиотехнологии, например, «Радиотехника», «Информационная безопасность телекоммуникационных систем».

При написании книги авторы использовали свой опыт преподавательской работы в Поволжском государственном университете телекоммуникаций информатики (ПГУТИ), а также опыт научной работы в Самарском филиале ФГУП НИИР - СОНИИР.

Структура построения всех глав одинаковая — излагаются теоретические сведения, формулируются вопросы для самопроверки, приводятся задачи и примеры решения. Указаны ссылки на источники из списка литературы, где ряд вопросов рассматривается более подробно.

Содержание пособия представляет собой нечто среднее между конспектом отдельных лекций и задачником и может быть определено как руководство к расчетам по основам теории антенн и распространения радиоволн.

Авторы не пошли по пути размещения перед набором задач в каждой главе набора формул, стимулирующих студентов к подбору удачных подстановок. Использование теоретических сведений способствует формированию элементов творческого подхода, основанного на понимании физической картины рассматриваемых процессов излучения, приема и распространения радиоволн.

Авторы с искренней благодарностью вспоминают заслуженного деятеля науки и техники СССР, лауреата Государственных и Ленинской премий, доктора технических наук, профессора Григория Захаровича Айзенберга, кандидата технических наук, профессора Евгения Юрьевича Шередько и ныне здравствующего доктора технических наук Льва Серафимовича Казанского, которые заложили основу Самарской антенной школы в ПГУТИ и СОНИИР и воспитали плеяду ученых и педагогов, успешно продолжающих развивать тематику «Антенны и распространение радиоволн» как современное образовательное и научное направление.

# ГЛАВА 1
# АНТЕННЫ И ФИДЕРЫ – НАЗНАЧЕНИЕ И ПАРАМЕТРЫ

## 1.1. Обобщенная структурная схема линии радиосвязи

В процессе организации связи, звукового и телевизионного вещания широко применяются радиосредства, обеспечивающие излучение и прием радиоволн. Простейшая структурная схема линии радиосвязи приведена на рис. 1.1. Элементами схемы являются: радиопередатчик, фидер передающей антенны, передающая антенна, приемная антенна, фидер приемной антенны и радиоприемник.

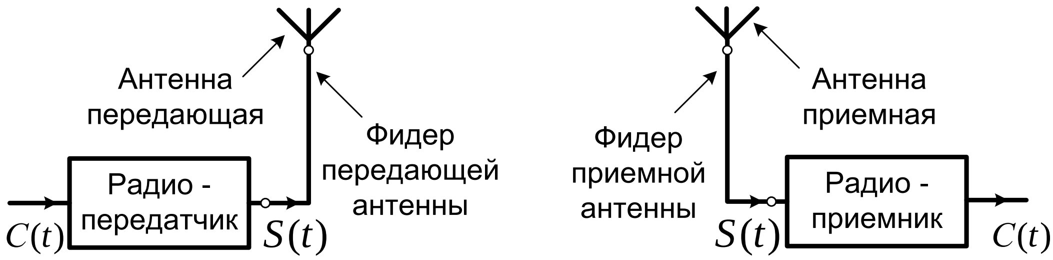



Рис. 1.1. Структурная схема линии радиосвязи

Рассмотрим в общих чертах работу линии радиосвязи. Исходный (первичный) сигнал электросвязи $C(t)$, отображающий передаваемое сообщение, поступает на вход радиопередатчика. В радиопередатчике происходит его преобразование в радиочастотный сигнал $S(t)$. Этот сигнал по специальной электрической цепи, называемой фидером, подводится к передающей антенне — устройству, предназначенному для радиоизлучения.

Весьма малая часть энергии радиоволн, излученных передающей антенной, достигает приемной антенны и возбуждает в ней слабый радиочастотный сигнал $S(t)$. Этот сигнал по фидеру приемной антенны подается на вход радиоприемника, где происходит его обработка вплоть до формирования копии исходного сигнала электросвязи $C(t)$.

Реальный процесс радиоприема гораздо сложнее — это связано с тем, что радиоприемное устройство решает задачу выделения полезного радиосигнала в условиях действия помех различной природы. Радиосвязь принципиально невозможна без использования радиоволн и, следовательно, таких устройств, которые обеспечивали бы их излучение и прием. Эти функции выполняют антенны. В соответствии с [1] передающая антенна — это устройство, предназначенное для излучения электромагнитных волн, а приемная антенна — это устройство, служащее для приема электромагнитных волн.

Фидер определяется как электрическая цепь и вспомогательные устройства (они не показаны на рис. 1.1), с помощью которых энергия радиочастотного сигнала подводится от радиопередатчика к антенне или от антенны к радиоприемнику. При этом в [1] обращается внимание на недопустимость применения вместо сертифицированного термина «фидер» терминов-синонимов: «фидерная линия», «линия передачи», «волноводный тракт».

В фидерах радиочастотные сигналы распространяются в виде направляемых электромагнитных волн, которые связаны с зарядами и токами. В открытом пространстве излученные электромагнитные волны становятся свободными — радиоволнами. Таким образом, на передающей стороне линии радиосвязи передающая антенна преобразует связанные электромагнитные волны в свободные электромагнитные волны — радиоволны. На приемной стороне линии радиосвязи происходит обратный процесс. Приемная антенна преобразует радиоволны в связанные электромагнитные волны, которые по фидеру подаются на вход радиоприемника.

Почти вся энергия радиоволн, излученных передающей антенной, поглощается средой, в которой она распространяется, а также различными препятствиями. Приемной антенне удается уловить из окружающей среды ничтожную часть той энергии, которая излучена передающей антенной. Тем не менее, в правильно спроектированной линии радиосвязи энергии, принятой антенной, вполне достаточно для качественной работы радиоприемника.

## 1.2. Общие требования, предъявляемые к антеннам и фидерам

Исходя из рассмотренных принципов работы линии радиосвязи, можно сформулировать общие требования, предъявляемые к фидерам и антеннам. Следуя схеме, приведенной на рис. 1.1, последовательно рассмотрим фидер передающей антенны, передающую антенну, приемную антенну и фидер приемной антенны.

Очевидное требование к фидеру передающей антенны — передача энергии от выхода радиопередатчика до входа антенны с минимальными потерями. Специфическое требование — фидер не должен обладать заметным антенным эффектом. Под антенным эффектом фидера передающей антенны понимают его способность формировать нежелательное радиоизлучение, которое может ухудшить параметры передающей антенны.

Сформулируем основные требования к передающей антенне. Первое — преобразовать электромагнитную энергию, поступающую на её вход, в энергию радиоволн с минимальными потерями. Второе — обеспечить необходимую пространственную концентрацию излучаемой энергии, то есть направленность. Третье — обеспечить (совместно с радиопередатчиком) в месте приема необходимое значение напряженности электромагнитного поля. Четвертое — обеспечить заданную пространственно-временную ориентацию (поляризацию) векторов напряженности электромагнитного поля радиоволн.

Следует обратить внимание на не совсем очевидные, но, тем не менее, очень важные требования, имеющие прямое отношение, как к фидеру, так и к антенне. Первое — фидер и антенна по отношению к радиопередатчику являются нагрузкой. Следовательно, значение этой нагрузки должно быть таким, чтобы обеспечивался эффективный режим работы радиопередатчика. Второе — дальность действия линии радиосвязи, кроме прочих факторов, зависит и от значения излучаемой антенной мощности. В некоторых случаях мощность на входе антенны настолько велика, что возникает реальная угроза механического разрушения отдельных элементов антенны или фидера вследствие электрического пробоя или теплового перегрева. Чтобы избежать таких разрушений и фидер, и антенна должны обладать определенной электрической прочностью. Третье — фидер и антенна должны нормально функционировать в заданном диапазоне частот или длин волн.

Наряду с требованиями технического характера, перечисленными выше, к передающим антеннам и фидерам предъявляются требования иного плана: технологичности изготовления, удобства и безопасности эксплуатации, электромагнитной безопасности (экологической чистоты).

Далее рассмотрим требования к приемной антенне и её фидеру. Основные требования, предъявляемые к приемной антенне, следующие. Первое — обеспечить необходимую пространственную избирательность (направленность), то есть способность преимущественного приема радиоволн, приходящих с определенных направлений. Направленные приемные антенны, в сравнении с ненаправленными, в общем случае, обеспечивают на входе приемника более высокое отношение мощности радиосигнала к мощности помех. Последнее является важнейшим условием качественного радиоприема. Второе требование к приемной антенне — обеспечить преимущественное реагирование на радиоволны определенного вида поляризации.

Основные требования, предъявляемые к фидеру приемной антенны, следующие. Во-первых, передача энергии между антенной и входом радиоприемника должна осуществляться с малыми потерями. Во-вторых, фидер не должен обладать заметным антенным эффектом. Под антенным эффектом фидера приемной антенны понимают его способность принимать радиосигнал, что может ухудшить параметры собственно приемной антенны. Требование на степень проявления антенного эффекта в фидерах приемных антенн более жесткое чем в фидерах передающих антенн.

Важно уяснить, что приемная антенна по отношению к радиоприемнику выступает в роли эквивалентного генератора, нагрузкой которого служит входное сопротивление фидера, подключенного к входным цепям радиоприемника. Следовательно, еще одно требование, как к приемной антенне, так и её фидеру, состоит в том, чтобы во входных цепях радиоприемника выполнялись условия выделения радиосигнала максимальной мощности.

Приемная антенна и её фидер должны обеспечивать возможность нормального функционирования линии радиосвязи в заданном диапазоне частот или длин волн.

Наряду с требованиями технического характера к приемным антеннам и фидерам предъявляются определенные требования иного плана — технологичности изготовления, защиты от грозовых разрядов, удобства и безопасности эксплуатации и др. Требования электрической прочности и экологической чистоты отсутствуют, поскольку мощность сигнала в приемной антенне и её фидере очень незначительна.

Рассмотренные требования к антеннам и фидерам являются основными для большинства радиосредств, используемых в радиосвязи, радиовещании и телевещании. Почти каждый класс антенн и фидеров, применительно к их назначению, характеризуется ещё рядом дополнительных требований, с которыми знакомятся уже в дальнейшем в процессе изучения соответствующих разделов полного курса по антенно-фидерным устройствам.

## 1.3. Параметры передающих антенн

### 1.3.1. Коэффициент полезного действия

Обратимся к схеме радиолинии, приведенной на рис. 1.2. На передающей стороне точка 1 схемы соответствует выходу передатчика (входу фидера). Через $P_1$ обозначена мощность радиочастотного сигнала на выходе передатчика (входе фидера). Точка $1'$ соответствует выходу фидера (входу передающей антенны). Через $P_1'$ обозначена мощность радиочастотного сигнала на выходе фидера (входе передающей антенны).


Рис. 1.2. Структурная схема радиолинии

Реальные антенны выполняются из проводов или металлических поверхностей с конечной проводимостью или из диэлектрика, обладающего потерями. Поэтому не вся мощность радиочастотного сигнала $P_1'$, подводимая к антенне, преобразуется в мощность излучения $P_\Sigma$. Часть подводимой мощности выделяется в виде тепла в антенне.

Коэффициентом полезного действия (КПД) антенны $\eta_{\text{а}}$ называется отношение мощности радиоизлучения, создаваемого антенной, к мощности радиочастотного сигнала, подводимого к её входу:

$$\eta_{\text{а}} = P_{\Sigma}/P_1' = P_{\Sigma}/(P_{\Sigma} + P_{\Pi}), \tag{1.1}$$

где $P_{\Pi}$ – мощность потерь в антенне.

### 1.3.2. Амплитудные характеристики и диаграммы направленности

Под направленностью передающей антенны понимают её способность излучать радиоволны в определенных направлениях более эффективно, чем в других. Представление о направленности дает специальный параметр — амплитудная характеристика направленности, которая определяется как зависимость амплитуды напряженности излучаемого антенной поля (или величины, ей пропорциональной) от направления в пространстве при неизменном расстоянии до точки наблюдения $M$ [2].

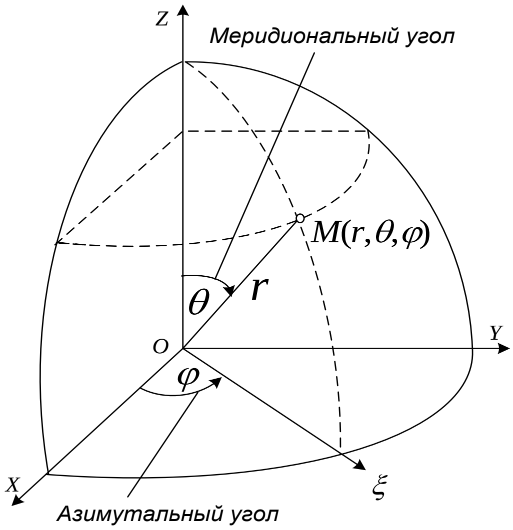



Рис. 1.3. Сферическая система координат

Направление задается меридиональным ($\theta$) и азимутальным ($\varphi$) углами сферической системы координат, как показано на рис. 1.3. Таким образом, амплитудная характеристика направленности описывается модулем некоторой функции $|f(\theta, \varphi)|$ при $r = const$.

Формула для расчета модуля напряженности электрического поля антенны в произвольном направлении определяется соотношением:

$$|E| = A|f(\theta, \varphi)|, \tag{1.2}$$

где $A$ – постоянный множитель, не зависящий от направления на точку наблюдения.

В дальнейшем для упрощения записи амплитудной характеристики направленности знак модуля будем опускать.

Наряду с амплитудной характеристикой направленности антенны, существует понятие фазовой характеристики направленности — $\psi(\theta, \varphi)$, под которой понимается зависимость фазы напряженности поля, создаваемого антенной в точке наблюдения, от направления на эту точку. Знание фазовой характеристики направленности важно, прежде всего, для решения вопроса, имеет ли данная антенна фазовый центр. Если $\psi(\theta, \varphi) = const$ (или меняется скачком на $180^{\circ}$ при переходе амплитудной характеристики направленности через нуль), то такая антенна имеет фазовый центр в точке, с которой было совмещено начало координат при расчете фазовой характеристики направленности. Поле излучения антенны в этом случае представляет сферическую волну, исходящую из фазового центра. Фазовыми характеристиками направленности интересуются в радиолокации и радионавигации для определения угловых координат цели и в некоторых других случаях.

В большинстве случаев пользуются амплитудными характеристиками направленности, так как интересуются значением амплитуды напряженности поля (слово «амплитудная» в дальнейшем будем часто опускать).

Графическое изображение характеристики направленности называют диаграммой направленности. По своей сущности функция $f(\theta,\varphi)$ является аналитическим выражением (формулой) некоторой поверхности. На рис. 1.4 приведены диаграммы направленности двух антенн. Диаграммы относительно просты, поскольку образованы вращением достаточно простых фигур вокруг оси $Z$.

В общем случае построение графического изображения функции $f(\theta,\varphi)$ (объемной диаграммы направленности) неудобно. На практике обычно строят диаграмму направленности в какой-нибудь одной плоскости, в которой она изображается плоской кривой $f(\theta)$ или $f(\varphi)$. Когда речь идет о направленных свойствах антенны, то интересуются характером зависимости напряженности поля от направления на точку наблюдения, а не абсолютным значением напряженности поля. Поэтому обычно используют понятие нормированной характеристики направленности, которую будем обозначать как $F(\theta)$ или $F(\varphi)$. Любая из этих функций легко получается путем нормирования $f(\theta)$ или $f(\varphi)$ относительно своих максимальных значений:

$$F(\theta) = f(\theta)/f_{\text{макс}}(\theta), \tag{1.3}$$

$$F(\varphi) = f(\varphi)/f_{\text{макс}}(\varphi). \tag{1.4}$$

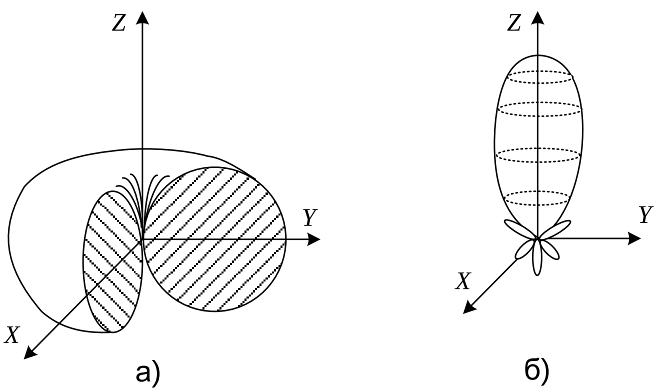



Рис. 1.4. Объемные диаграммы направленности

Для примера на рис. 1.5 приведены нормированные диаграммы направленности, полученные в результате сечения объемной фигуры, показанной на рис. 1.4 (а), плоскостями $ZOY$ — рис. 1.5 (а) и $XOY$ — рис. 1.5 (б).

В сферической системе координат (см. рис. 1.3) диаграмма на рис. 1.5 (а) соответствует характеристике направленности $F(\theta)$ при произвольном значении $\varphi$, а диаграмма на рис. 1.5 (б) $-F(\varphi)$ при $\theta = 90^{\circ}$.

При наличии четко выраженной направленности излучения в диаграмме различают главный, задний и боковые лепестки. Главным лепестком диаграммы направленности является тот, в пределах которого излучение антенны максимально.

Лепесток диаграммы направленности, направление которого образует по отношению к направлению главного лепестка угол равный или близкий $180^{\circ}$, называется задним. Боковым лепестком диаграммы направленности является любой лепесток кроме главного и заднего. Пример диаграммы направленности с указанием названий лепестков приведен на рис. 1.6.

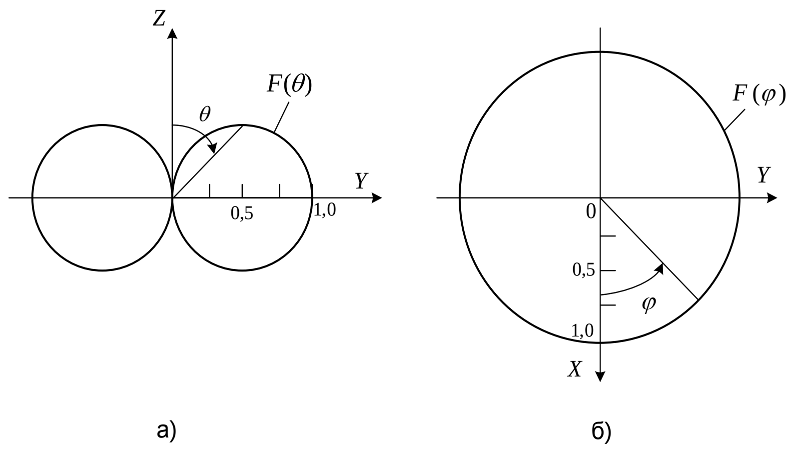



Рис. 1.5. Нормированные диаграммы направленности

Задний лепесток и боковые лепестки характеризуются своими уровнями. Под уровнем лепестка понимают отношение его максимума к максимуму главного лепестка. Численно уровень любого лепестка равен значению нормированной характеристики направленности в точке, соответствующей направлению его максимума. В некоторых случаях говорят о кривой, которая огибает все боковые лепестки. Эта кривая так и называется — «огибающая уровней боковых лепестков».

В зависимости от области применения радиосредства могут меняться требования к форме и пространственной ориентации главного лепестка, уровням заднего и боковых лепестков. В рамках настоящего учебного пособия эти вопросы не рассматриваются.

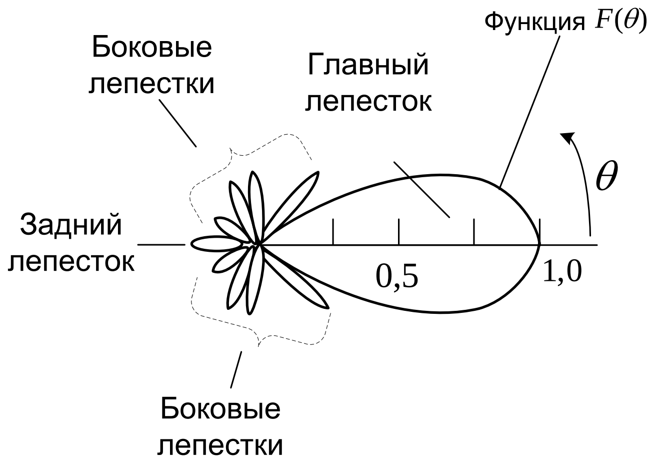



Рис. 1.6. Многолепестковая диаграмма направленности в полярной системе координат

Диаграммы направленности, представленные в полярной системе координат (рис. 1.5 и рис. 1.6), очень

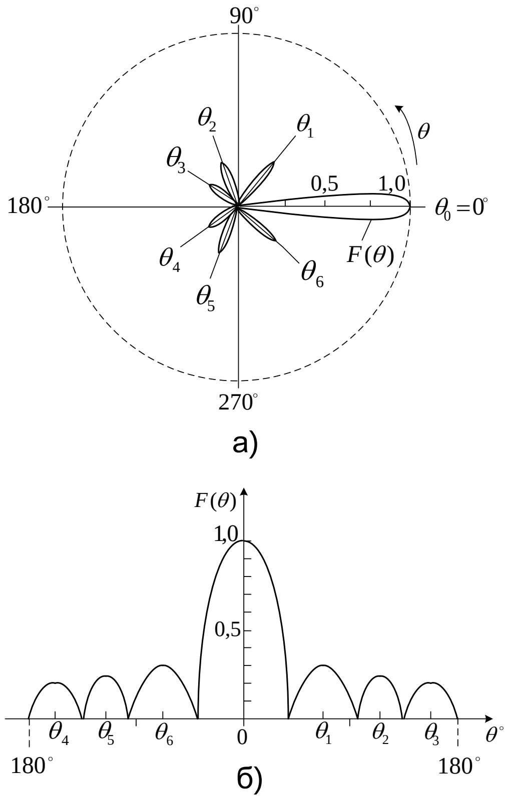



Рис. 1.7. Диаграмма направленности в полярной (а) и декартовой (б) системах координат

наглядны, но не всегда удобны для работы с ними, так как масштаб графика можно задавать только вдоль радиуса. Неудобств можно избежать, если диаграммы направленности строить в декартовых (прямоугольных) координатах. В этом случае по оси абсцисс откладывается координатный угол, по оси ординат — нормированное значение характеристики направленности. Масштаб можно выбирать по любой координатной оси, что и предопределяет большее удобство и повышенную точность изображения. Чем уже основной лепесток многолепестковой диаграммы, тем сильнее проявляется преимущество изображения диаграммы направленности в декартовой системе координат. На рис. 1.7 (а) приведена нормированная диаграмма направленности в полярной системе координат, а на рис. 1.7 (б) эта же диаграмма представлена в декартовой системе.

Часто при изображении диаграмм направленности в декартовой системе координат используют логарифмический масштаб (в децибелах), вводимый соотношением:

$$F(\theta)_{\text{дБ}} = 20lg\, F(\theta). \tag{1.5}$$

Логарифмический масштаб позволяет существенно повысить точность изображения боковых лепестков с малым уровнем.

На рис. 1.8 приведена одна и та же нормированная диаграмма направленности в декартовой системе координат в относительных единицах (вверху) и децибелах (внизу). Следует обратить внимание на то, что максимальному значению $F(\theta) = 1$ соответствует $F(\theta)_{\text{дБ}} = 0$, а нулевым значениям $F(\theta) = 0$ соответствуют $F(\theta)_{\text{дБ}} = -\infty$.

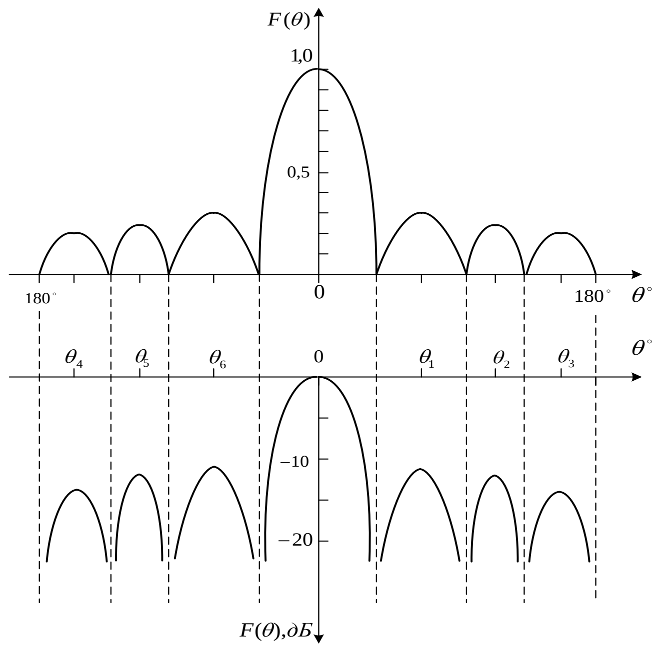



Рис. 1.8. Диаграмма направленности в декартовой системе координат в относительных единицах (вверху) и децибелах (внизу)

Все значения нормированной диаграммы направленности в логарифмическом масштабе удовлетворяют условию $F(\theta)_{дБ} \leq 0$.

В некоторых случаях пользуются понятием характеристики направленности в квадрате $f^2(\theta,\varphi)$. В учебной и научной литературе по антенной технике её традиционно называют характеристикой направленности по мощности, что физически не совсем корректно. Правильнее называть функцию $f^2(\theta,\varphi)$ энергетической характеристикой направленности, как это сделано в [3]. Объяснение, почему же функцию $f^2(\theta,\varphi)$ всё-таки называют характеристикой направленности по мощности, можно найти в [8]. Ограничимся кратким пояснением. Квадрату амплитудной характеристики направленности по полю пропорциональна мощность, излучаемая антенной в элемент телесного угла $d\Omega$, ограниченного элементарной площадкой $dS$ замкнутой сферической поверхности $S$, окружающей антенну, то есть $P_{d\Omega}(\theta,\varphi) \sim f^2(\theta,\varphi)$. Для краткости функцию $P_{d\Omega}(\theta,\varphi)$ называют мощностью излучения в заданном направлении, определяемом углами $\theta$ и $\varphi$ (рис. 1.3). С учетом этого функцию $f^2(\theta,\varphi)$ можно называть характеристикой направленности по мощности.

Характеристику направленности по мощности можно нормировать к максимальному значению и получить, таким образом, нормированную характеристику направленности по мощности $F^2(\theta,\varphi)$.

На практике обычно рассчитывают нормированные характеристики направленности по мощности и строят соответствующие нормированные диаграммы направленности в отдельных плоскостях, в которых они изображаются плоскими кривыми $F^2(\theta)$ или $F^2(\varphi)$.

Нормированная характеристика направленности по мощности, например, представленная в децибелах, имеет вид $F^2(\theta)_{дБ} = 10\,lg\,F^2(\theta) = 20lgF(\theta)$.

Следует обратить внимание на то, что нормированная диаграмма направленности по мощности $F^2(\theta)$ и нормированная диаграмма направленности по полю $F(\theta)$, если их построить в линейном масштабе, не совпадут по форме. Однако, эти же диаграммы при переходе к логарифмическому масштабу (к децибелам) будут в точности совпадать, так как $20lgF(\theta) = 10\,lgF^2(\theta)$.

Угол между двумя направлениями диаграммы направленности передающей антенны, на границах которого напряженность поля падает до определенного значения, называется шириной диаграммы направленности. Обычно вводят понятие ширины диаграммы по уровню половинной мощности $2\theta_{0,5}$ и по уровню нулевого излучения $2\theta_0$. Если рассматривать диаграмму направленности по полю, то значение $2\theta_{0,5}$ соответствует углу между направлениями диаграммы, которые ограничивают главный лепесток по уровню $F(\theta) = 0{,}707$. Если же перейти к диаграмме направленности по мощности, то значение $2\theta_{0,5}$ будет соответствовать углу между направлениями, где $F^2(\theta) = (0{,}707)^2 = 0{,}5$. Следует обратить внимание на то, что поскольку среднее (во времени) значение плотности потока энергии прямо пропорционально квадрату амплитуды

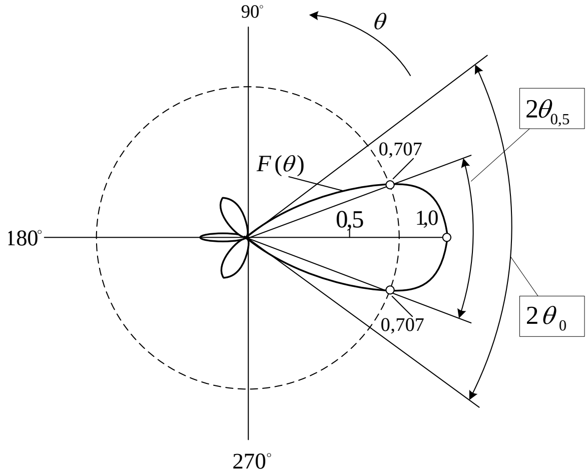



Рис. 1.9. Определение ширины главного лепестка по уровню половинной мощности $2\theta_{0,5}$ и по уровню нулевого излучения $2\theta_0$

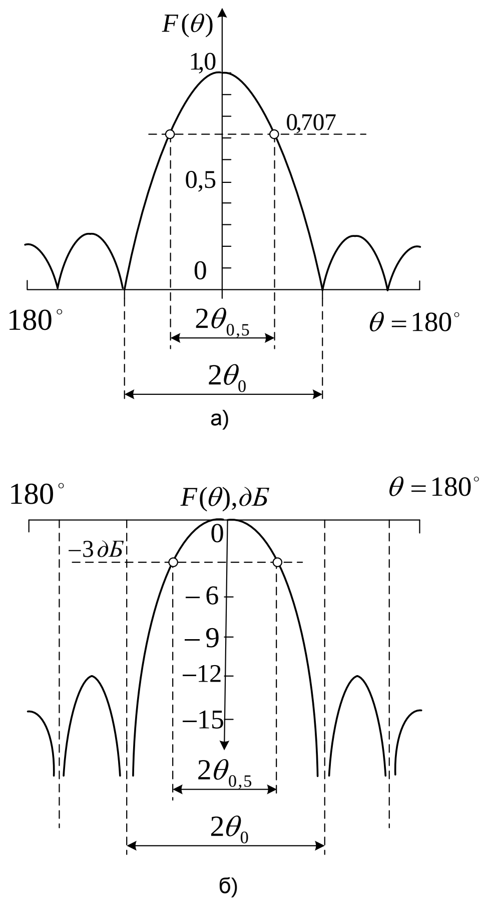



Рис. 1.10. Определение ширины главного лепестка по уровню половинной мощности $2\theta_{0,5}$ и по уровню нулевого излучения $2\theta_0$ по диаграммам направленностей в декартовой системе координат в относительных единицах (а) и децибелах (б)

напряженности электрического поля, то на границах угла $2\theta_{0,5}$ среднее значение плотности потока энергии будет равно половине своего максимального значения.

Значение $2\theta_0$ соответствует углу между двумя направлениями диаграммы направленности, на границах которого напряженность поля падает до нулевых значений. Примеры определения ширины главного лепестка по уровню половинной мощности $2\theta_{0,5}$ и по уровню нулевого излучения $2\theta_0$ приведены на рис. 1.9 для диаграммы, представленной в полярной системе координат, и на рис. 1.10 для этой же диаграммы, представленной в декартовой системе координат.

При этом на рис. 1.10 (а) диаграмма направленности изображена в обычном относительном масштабе, а на рис. 1.10 (б) — в логарифмическом (используется децибельная мера). Следует обратить внимание на то, что при определении ширины главного лепестка по уровню половинной мощности $2\theta_{0,5}$ по диаграмме рис. 1.10 (б) вдоль ограничивающих направлений уровень амплитуды напряженности электрического поля падает до $-3\ \partial Б$ от максимального значения $0\ \partial Б$. Это следует из простого соотношения

$$F(\theta)_{\partial Б} = 20lg(0{,}707) = -3\ \partial Б.$$

Значение $2\theta_0$ на этой диаграмме направленности соответствует углу, ограничивающему главный лепесток по значениям $F(\theta)_{\partial Б} = 20lg(0) = -\infty$.

В тех случаях, когда провалы до нуля в диаграмме направленности отсутствуют, вместо ширины диаграммы направленности «по нулям» говорят о ширине диаграммы направленности по уровню 0,1 мощности $-\ 2\theta_{0,1}$, то есть, $F^2(\theta) = 0{,}1$. В этом случае уровень диаграммы направленности по полю:

$$F(\theta) = \sqrt{0{,}1} = 0{,}316.$$

### 1.3.3. Коэффициент направленного действия

Передающая антенна излучает в окружающее пространство определенную мощность. В разделе 1.3.1 эта мощность была обозначена через $P_\Sigma$. Известно [2], что средняя мощность, излучаемая в пространство антенной, находящейся в среде без потерь, равна среднему потоку энергии через любую замкнутую поверхность, окружающую антенну. Значения плотности потока энергии в различных точках поверхности, окружающей антенну, в общем случае, будут различными (даже при условии, что все точки поверхности находятся на одном и том же расстоянии от антенны). Другими словами, степень концентрации энергии, исходящей от антенны, будет зависеть от направления на точку наблюдения. В этом и состоит эффект направленности излучения антенны. Для оценки степени концентрации излучаемой энергии в заданном направлении вводится специальный параметр передающей антенны — коэффициент направленного действия (КНД).

Пусть некоторый радиопередатчик работает на направленную антенну, амплитудная диаграмма направленности которой отлична от сферы. Сечение такой диаграммы показано на рис. 1.11 (а). Мощность, излучаемую этой антенной, обозначим $P_{\Sigma\text{Н}}$, а напряженность поля в точке $M$, находящейся в направлении максимального излучения на расстоянии $r$ от антенны — $E_\text{Н}$.

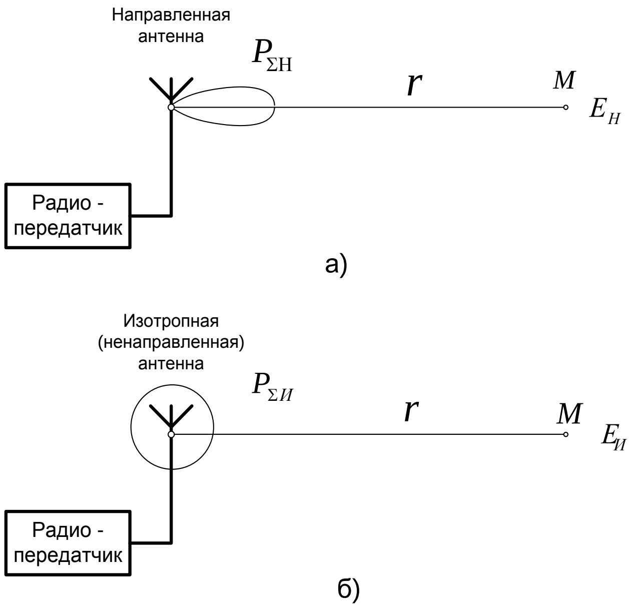



Рис. 1.11. Работа радиопередатчика на направленную антенну (а) и изотропную (б)

Заменим направленную антенну на изотропную (воображаемую антенну, излучающую равномерно во все стороны). Сечение диаграммы направленности изотропной антенны показано на рис. 1.11 (б). Мощность, излучаемую этой антенной, обозначим $P_{\Sigma\text{И}}$, а напряженность поля в точке $M$, находящейся по-прежнему на расстоянии $r$ от антенны — $E_\text{И}$.

Если обеспечить равенство значений излучаемых мощностей направленной и изотропной антенн $P_{\Sigma\text{И}} = P_{\Sigma\text{Н}}$, то из физических соображений понятно, что значение плотности потока энергии $\Pi_\text{Н}$ в точке $M$, в случае использования направленной антенны будет больше значения плотности потока энергии $\Pi_И$ в этой же точке *М*, в случае применения изотропной антенны. Таким образом, можно записать:

$$\Pi_H > \Pi_И \,. \quad (1.6)$$

Поскольку плотность потока энергии прямо пропорциональна квадрату амплитуды напряженности электрического поля $\Pi \backsim E^2$, то на основании (1.6) можно утверждать, что справедливо неравенство:

$$E_Н^2 > E_И^2. \quad (1.7)$$

По определению КНД (обозначим его $D$) есть число, показывающее во сколько раз квадрат напряженности электрического поля, создаваемого в точке *М* направленной антенной, $E_H^2$, превышает квадрат напряженности электрического поля, создаваемого в этой же точке М изотропной антенной, $E_И^2$ при условии, что мощности излучения направленной и изотропной антенны равны $P_{\Sigma И} = P_{\Sigma H}$, то есть:

$$D = E_Н^2 / E_И^2. \quad (1.8)$$

Возможен иной подход к определению КНД. Вновь обратимся к рис. 1.11. Обеспечить равенство амплитуд напряженностей поля в точке *М* ($E_H = E_И$), создаваемых направленной (рис. 1.11, а) и изотропной антеннами (рис. 1.11, б), можно только за счет того, что будет выполняться условие:

$$P_{\Sigma И} > P_{\Sigma Н}. \quad (1.9)$$

С учетом изложенного, второе определение КНД — это число, показывающее во сколько раз пришлось бы увеличить мощность излучения $P_{\Sigma И}$ при переходе от направленной антенны к изотропной (ненаправленной) антенне при условии создания в точке *М* на одинаковом расстоянии $r$ равных значений напряженности электрического поля ($E_H = E_И$), то есть:

$$D = P_{\Sigma И} / P_{\Sigma Н}. \quad (1.10)$$

Таким образом, второе определение КНД и выражение (1.10) подчеркивают тот факт, что увеличение значения КНД передающей антенны эквивалентно как бы возрастанию мощности радиопередатчика.

Мощность, излучаемая направленной антенной, прямо пропорциональна значению следующего интеграла:

$$P_{\Sigma H} = A \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} F^2(\theta, \varphi) \, sin\, \theta d\theta d\varphi, \quad (1.11)$$

где:

$A$ — коэффициент пропорциональности, независящий от $\theta$ и $\varphi$;

$F(\theta, \varphi)$ — нормированная амплитудная характеристика направленности.

Формула (1.11) справедлива, если применена сферическая система координат (рис. 1.3).

Мощность, излучаемая изотропной антенной, будет определяться так же формулой (1.11). Амплитудная характеристика направленности изотропной антенны $F(\theta,\varphi)=1$, что позволяет получить:

$$P_{\Sigma И} = A\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} sin\,\theta d\theta d\varphi = 4\pi А. \quad (1.12)$$

Пользуясь вторым определением КНД, для направления максимального излучения направленной антенны получаем:

$$D_{макс} = P_{\Sigma И}/P_{\Sigma Н} = 4\pi/[\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} F^2(\theta,\varphi)\, sin\,\theta d\theta d\varphi]. \quad (1.13)$$

Обычно всегда определяется КНД антенны для направления максимального излучения. Для сокращения записи индекс «макс» опускается, а вместо $D_{макс}$ пишется $D_0$ или $D$. Если же требуется определить значение КНД для произвольного направления, заданного углами $\theta$ и $\varphi$, то следует применить формулу:

$$D(\theta,\varphi) = D_{макс}F^2(\theta,\varphi) = DF^2(\theta,\varphi) = D_0F^2(\theta,\varphi). \quad (1.14)$$

Так, например, если $D_{макс} = 100$, то в направлении излучения, где $F(\theta,\varphi) = 0{,}707$, по формуле (1.14) получаем $D = 100\cdot 0{,}707^2 = 100\cdot 0{,}5 = 50$.

Для вычисления интеграла в формуле (1.13) в тех случаях, когда амплитудная нормированная характеристика направленности не описываются простыми функциями, прибегают к численному интегрированию с использованием персональных компьютеров и специальных программных продуктов. Один из пакетов подобного типа — это Mathcad 14, разработанный для студентов и инженеров (русская версия – [4]).

По определению КНД есть безразмерное число, определяемое как отношение значений двух величин, имеющих одинаковую размерность (формулы (1.8) и (1.10)). Значения КНД реальных антенн могут быть от единиц до сотен, тысяч и даже миллионов.

Часто значения КНД выражаются в децибелах:

$$D_{дБ} = 10lgD. \quad (1.15)$$

Так, например, для $D = 10^6$, применив формулу (1.15), получим $D_{дБ} = 10lg(10^6) = 60$ дБ.

### 1.3.4. Коэффициент усиления

На практике чаще интересуются не КНД антенны, а её коэффициентом усиления. Объясняется это тем, что КНД не учитывает мощность потерь в антенне $P_П$, а, следовательно, и КПД антенны $\eta_а$. Зависимость между коэффициентом усиления (обозначим его $G$), коэффициентом направленного действия $D$ и коэффициентом полезного действия $\eta_а$ определяется выражением:

$$G = D\,\eta_а. \quad (1.16)$$

Смысл этого параметра, учитывая данное выше определение КНД, заключается в следующем. Коэффициент усиления — это число показывающее во сколько раз квадрат напряженности электрического поля, создаваемого в точке $M$ направленной антенной, $E_H^2$, превышает квадрат напряженности электрического поля, создаваемого в этой же точке $M$ изотропной антенной, $E_И^2$, при условии равенства мощностей, подводимых к обеим антеннам. При этом предполагается, что КПД изотропной антенны равен единице.

Возможно и другое определение коэффициента усиления, согласно которому этот коэффициент показывает, во сколько раз пришлось бы увеличить мощность, подводимую к антенне, при переходе от направленной антенны к изотропной антенне с КПД, равным единице, чтобы напряженность поля в данном направлении (при неизменном расстоянии до точки наблюдения $M$) осталась неизменной.

В соответствии с [1] приведенные определения справедливы для, так называемого, абсолютного коэффициента усиления. Наряду с понятием абсолютного коэффициента усиления в [1] приводится определение просто коэффициента усиления. Оно отличается тем, что реальная антенна сравнивается не с изотропной антенной, а с эталонной, например, линейным симметричным электрическим вибратором. В дальнейшем будем делать различие между абсолютным коэффициентом усиления и просто коэффициентом усиления только в тех случаях, когда это принципиально важно.

Выделение коэффициента усиления антенны, как самостоятельного параметра, связано с тем, что именно такая величина легко поддается непосредственному измерению методом сравнения. В этом методе используется эталонная антенна с известным значением коэффициента усиления.

### 1.3.5. Входное сопротивление

На рис. 1.12 представлена эквивалентная схема соединения передатчика, передающего фидера и передающей антенны, то есть схема передающей части линии радиосвязи, изображенной на рис. 1.1.

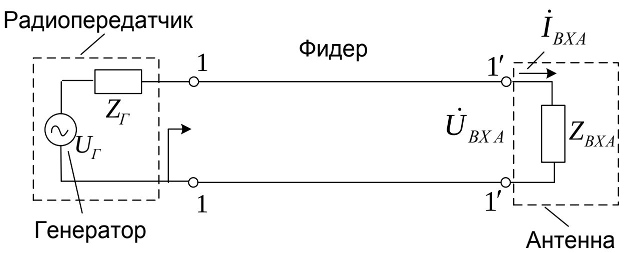



Рис. 1.12. Эквивалентная схема соединения передатчика с антенной

Передающая антенна представляет для фидера некоторую нагрузку, которая определяется отношением комплексной амплитуды $\dot U_{\text{вх A}}$ на зажимах антенны $1'-1'$ к комплексной амплитуде тока питания $\dot I_{\text{вх A}}$:

$$Z_{\text{вх A}} = \dot U_{\text{вх A}} / \dot I_{\text{вх A}} = R_{\text{вх A}} + jX_{\text{вх A}}. \quad (1.17)$$

Другими словами, это полное электрическое сопротивление цепи, измеренное на входных зажимах антенны. В общем случае, входное сопротивление содержит как активную $R_{\text{вх А}}$, так и реактивную $X_{\text{вх А}}$ составляющие, которые сложным образом зависят от частоты.

Во избежание недоразумений следует подчеркнуть, что двухполюсник с комплексным сопротивлением $Z_{\text{вх А}}$ характеризует антенну только с точки зрения формирования волнового режима в фидере и его нельзя интерпретировать как излучающее устройство.

При наличии соответствующих измерительных приборов входное сопротивление можно определить путем измерения на определенной частоте или даже в полосе частот. Для некоторых типов антенн входное сопротивление может быть определено расчетным путем. Существенно сложнее определить входное сопротивление антенн, у которых фидер выполнен в виде волновода. О входном сопротивлении такой антенны можно судить лишь по тем отражениям, которые возникают на стыке фидер — антенна. При этом не следует забывать, что коэффициент отражения определяется для каждого типа волны в отдельности.

На практике в большинстве случаев используется лишь один тип волны. В этом случае коэффициент отражения $p$ выражается через входное сопротивление антенны $Z_{\text{вх А}}$ и волновое сопротивление фидера $W_{\Phi}$:

$$p = (Z_{\text{вх А}} - W_{\Phi})/(Z_{\text{вх А}} + W_{\Phi}). \tag{1.18}$$

Коэффициент отражения $p$ в общем случае является комплексной величиной.

Из выражения (1.18) следует, что

$$Z_{\text{вх А}} = W_{\Phi}[(1 - p)/(1 + p)]. \tag{1.19}$$

Интерпретация входного сопротивления в соответствии с этой формулой является более общей, чем интерпретация формулой (1.17), потому что введение понятия тока $\dot{I}_{\text{вх А}}$, как и входного напряжения $\dot{U}_{\text{вх А}}$, в точках соединения фидера с передающей антенной не всегда физически возможно.

### 1.3.6. Коэффициент отражения и волновые режимы работы фидера

Значение коэффициента отражения $p$ определяет характер распределения тока и напряжения в фидере, то есть его волновой режим. Фидер передающей антенны обычно характеризуется малыми потерями, поэтому пояснение физических процессов формирования волновых режимов удобно провести на примере случая, когда он вовсе не имеет потерь.

Предположим, что генератор синусоидальных колебаний, показанный на рис. 1.12, согласован с фидером, то есть его внутреннее сопротивление имеет реактивную составляющую $X_{\Gamma} = 0$, а активная составляющая $R_{\Gamma} = W_{\Phi}$. С учетом этого схема, соответствующая рис. 1.12, трансформируется в схему, представленную на рис. 1.13 (а).

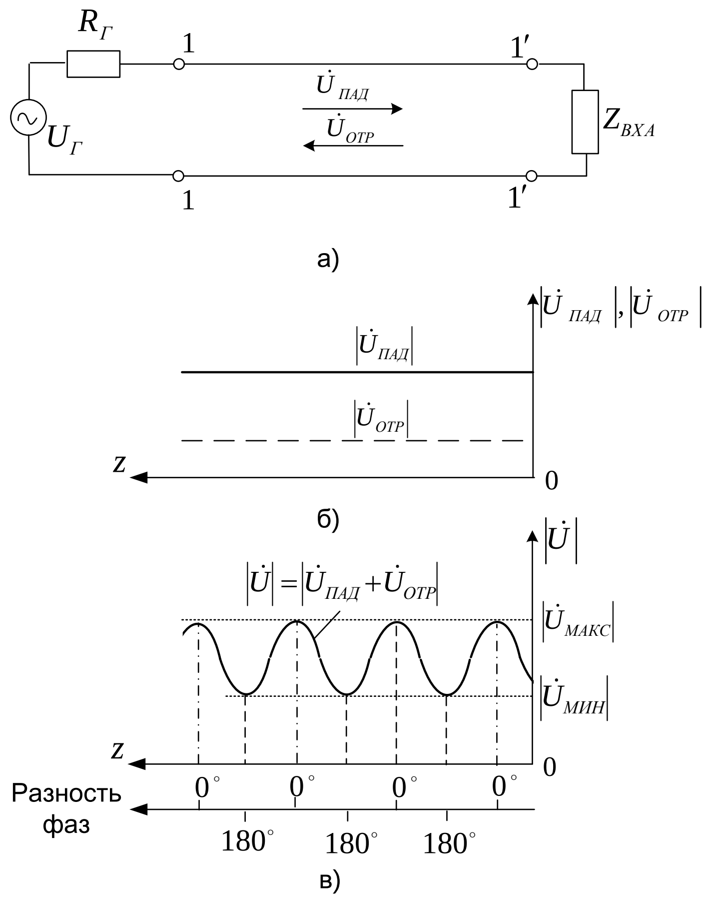



Рис. 1.13. Результат интерференции падающей и отраженной волн

Известно [5], что напряжение, ток, напряженность электрического или магнитного поля в возбужденной линии без потерь представляют собой результат интерференции двух бегущих волн (предполагается, что в линии существует один тип волны). Первая волна — падающая. Она распространяется от генератора в сторону конца линии, где подключена нагрузка (входное сопротивление антенны). Вторая волна — отраженная. Она распространяется от нагрузки в сторону генератора.

Далее рассмотрим суть процесса интерференции волн на примере напряжения. Для линии без потерь модуль комплексной амплитуды напряжения падающей волны $|\dot U_{ПАД}|$ не зависит от координаты $z$ сечения линии (рис. 1.13, б). Модуль комплексной амплитуды напряжения отраженной волны $|\dot U_{ОТР}| = |p\dot U_{ПАД}|$ ($p$ – коэффициент отражения волны от нагрузки по напряжению) также не зависит от координаты $z$ сечения линии (рис. 1.13, б). Фазы комплексных амплитуд и падающей волны, и волны отраженной изменяются по линейному закону. Распределение значений модуля суммарной (полной) комплексной амплитуды напряжения $|\dot U| = |\dot U_{ПАД} + \dot U_{ОТР}|$ вдоль линии зависит от соотношения значений, как модулей, так и фаз комплексных амплитуд падающей и отраженной волн. В тех сечениях линии, где фазы противоположны (разность фаз равна $180^\circ$), имеют место минимумы значений модуля суммарных комплексных амплитуд напряжения $|\dot U_{МИН}|$ (рис. 1.13, в). Для тех сечений линии, где фазы совпадают (разность фаз равна $0^\circ$), наблюдаются максимумы значений модуля суммарных комплексных амплитуд напряжения $|\dot U_{МАКС}|$ (рис. 1.13, в). Во всех прочих сечениях линии, где разность фаз комплексных амплитуд падающей и отраженной волны отличаются от $180^\circ$ или $0^\circ$, значения модуля суммарной комплексной амплитуды напряжения будут находиться в пределах между минимальным и максимальным значениями ($|\dot U_{МИН}| < |\dot U| < |\dot U_{МАКС}|$).

Обратимся к выражению (1.18), которое играет очень важную роль в анализе волновых режимов работы фидера. Рассмотрим случай, когда фидер нагружен согласованным сопротивлением ($Z_{\text{вх А}} = W_{\Phi}$, то есть $X_{\text{вх А}} = 0$, $R_{\text{вх А}} = W_{\Phi}$). В этом случае модуль коэффициента отражения будет равен нулю ($|p| = 0$). Если же фидер или короткозамкнут ($Z_{\text{вх А}} = 0$), или разомкнут ($Z_{\text{вх А}} = \infty$), или нагружен на реактивное сопротивление $Z_{\text{вх А}} = jX_{\text{вх А}}$, то модуль коэффициента отражения будет равен единице ($|p| = 1$). Следовательно, при любых значениях входного сопротивления антенны (нагрузки фидера) модуль коэффициента отражения волны в этом фидере никогда не превышает единицы и не становится меньше нуля:

$$0 \le |p| \le 1. \qquad (1.20)$$

Предположим, что генератор синусоидальных колебаний, показанный на рис. 1.13 (а), по-прежнему согласован с фидером, то есть его внутреннее сопротивление имеет реактивную составляющую $X_{\Gamma} = 0$, а активная составляющая $R_{\Gamma} = W_{\Phi}$. Пусть нагрузкой фидера будет согласованное сопротивление $Z_{\text{вх А}} = W_{\Phi}$. Как отмечалось выше, в этом случае $|p| = 0$. Последнее означает, что значение модуля комплексной амплитуды отраженной волны равно также нулю

$$|\dot{U}_{\text{ОТР}}| = |p\dot{U}_{\text{ПАД}}| = 0, \qquad (1.21)$$

а распределение значения модуля полной комплексной амплитуды будет определяться только падающей волной.

Волновой режим в фидере, соответствующий этому значению коэффициента отражения, называется режимом бегущей волны. Распределение значения модуля комплексной амплитуды напряжения вдоль фидера в режиме бегущей волны показано на рис. 1.14 (б). Именно этот режим характеризует идеальное согласование фидера с нагрузкой. Режим бегущей волны в фидере является выгоднейшим для эффективной работы радиопередатчика с точки зрения отдачи им мощности в фидер и, следовательно, в антенну.

Далее рассмотрим случай, когда $Z_{\text{вх А}} = 0$, откуда следует, что $|p| = 1$. Распределение значений модуля суммарной комплексной амплитуды напряжения $|\dot{U}| = |\dot{U}_{\text{ПАД}} + \dot{U}_{\text{ОТР}}|$ вдоль линии по-прежнему зависит от соотношения значений модулей и фаз комплексных амплитуд падающей и отраженной волн (рис. 1.14, в). В тех сечениях линии, где фазы противоположны (разность фаз равна $180^{\circ}$), имеют место минимумы значений модуля суммарных комплексных амплитуд напряжения $|\dot{U}| = |\dot{U}_{\text{МИН}}| = 0$.

Для тех сечений линии, где фазы совпадают (разность фаз равна $0^{\circ}$), наблюдаются максимумы значений модуля суммарных комплексных амплитуд напряжения (рис. 1.14, в)

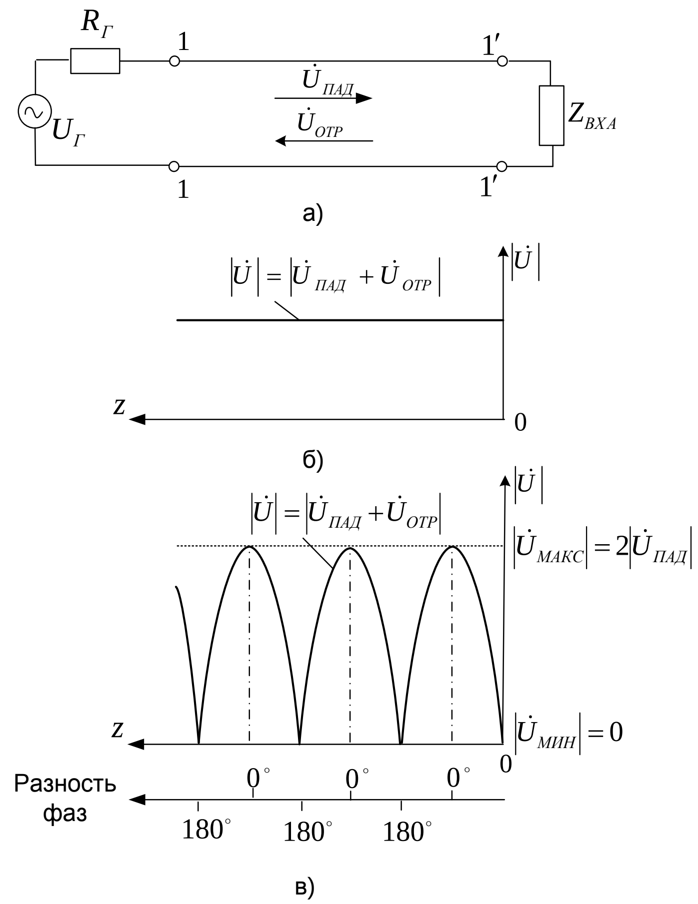



Рис. 1.14. Распределения амплитуды напряжения в режимах: бегущей волны (б) и стоячей волны (в)

$$|\dot{U}| = |\dot{U}_{\text{МАКС}}| = 2\,|\dot{U}_{\text{ПАД}}|.$$

Во всех прочих сечениях линии, где разность фаз падающих и отраженных волн отличаются от $180^\circ$ или $0^\circ$, значения модуля суммарных комплексных амплитуд напряжения будут расположены в пределах между значениями $|\dot{U}_{\text{МИН}}| = 0$ и $|\dot{U}_{\text{МАКС}}| = 2\,|\dot{U}_{\text{пад}}|$, другими словами, $0 < |\dot{U}| < 2|\dot{U}_{\text{ПАД}}|$.

Волновой режим в фидере, соответствующий значению модуля коэффициента отражения $|p| = 1$, называется режимом стоячей волны. Распределение значений модуля комплексной амплитуды вдоль фидера в режиме стоячей волны показано на рис. 1.14 (в). Этот режим характеризует полное отсутствие согласования фидера с его нагрузкой, когда энергия не переносится вдоль фидера, а только колеблется в нем. Такой режим является крайне нежелательным для радиопередатчика с точки зрения уровня генерируемой мощности.

Волновой режим в фидере, когда значение модуля коэффициента отражения $0 < |p| < 1$, называется смешанным. При этом уровень согласования антенны с фидером будет определяться конкретным значением модуля коэффициента отражения.

### 1.3.7. Коэффициенты бегущей и стоячей волны

В большинстве практических случаев измерение значения коэффициента отражения встречает определенные трудности, так как для этого необходимо разделить падающую и отраженную волны, одновременно существующие в фидере. Поэтому волновой режим работы фидера удобнее характеризовать другой величиной, легко определяемой экспериментально. Такой величиной является коэффициент бегущей волны в фидере, обозначаемый обычно КБВ.

Этот коэффициент определяется по распределению значений модуля суммарной комплексной амплитуды напряжения $|\dot{U}|$ (рис. 1.13, в, рис. 1.14, б, рис. 1.14, в) с применением формулы:

$$\text{КБВ} = |\dot{U}_{\text{МИН}}|/|\dot{U}_{\text{МАКС}}|. \quad (1.22)$$

Величина, обратная коэффициенту бегущей волны, называется коэффициентом стоячей волны и обозначается сокращенно КСВ:

$$\text{КСВ} = 1/\text{КБВ} = |\dot{U}_{\text{МАКС}}|/|\dot{U}_{\text{МИН}}|. \quad (1.23)$$

Оба эти коэффициента остаются постоянными на протяжении всего фидера (если он без потерь) и характеризуют его волновой режим в целом.

Значения КБВ и КСВ в фидере без потерь выражаются через модуль коэффициента отражения:

$$\text{КБВ} = (1 - |p|)/(1 + |p|), \quad (1.24)$$

$$\text{КСВ} = (1 + |p|)/(1 - |p|). \quad (1.25)$$

В режиме бегущей волны (режиме согласования) $|p| = 0$, и поэтому из формул (1.24) и (1.25) следует, что КБВ = КСВ = 1.

В режиме стоячей волны $|p| = 1$. При этом из формулы (1.24) получаем КБВ = 0, а из формулы (1.25) — КСВ = ∞.

Очевидно, что в смешанном режиме, когда $0 < |p| < 1$, справедливы соотношения:

$$0 < \text{КБВ} < 1, \quad (1.26)$$

$$1 < \text{КСВ} < \infty. \quad (1.27)$$

В табл. 1.1 обобщены приведенные выше сведения по характеристике волновых режимов фидера — значениям входного сопротивления, модуля коэффициента отражения, коэффициентах бегущей и стоячей волны.

Табл. 1.1

| Волновой режим | Входное сопротивление антенны $Z_{\text{вх А}} = R_{\text{вх А}} + jX_{\text{вх А}}$ | Модуль коэффициента отражения $\lvert p \rvert$ | КБВ | КСВ |
|---|---|---|---|---|
| Бегущей волны | $Z_{\text{вх А}} = W_{\Phi}$ | 0 | 1 | 1 |
| Стоячей волны | 1) $Z_{\text{вх А}} = 0$<br>или<br>2) $Z_{\text{вх А}} = \infty$<br>или<br>3) $Z_{\text{вх А}} = jX_{\text{вх А}}$ | 1 | 0 | ∞ |
| Смешанный | $Z_{\text{вх А}} \neq W_{\Phi}$<br>и<br>$Z_{\text{вх А}} \neq 0$<br>и<br>$Z_{\text{вх А}} \neq \infty$<br>и<br>$Z_{\text{вх А}} \neq jX_{\text{вх А}}$ | $0 < \lvert p \rvert < 1$ | $0 < \text{КБВ} < 1$ | $1 < \text{КСВ} < \infty$ |

Следует обратить внимание на то, что коэффициент отражения $p$, коэффициент бегущей волны (КБВ) и коэффициент стоячей волны (КСВ) являются параметрами антенны, хотя их физическая сущность рассматривается на примере волновых процессов, происходящих в фидере.

### 1.3.8. Согласование фидера с передающей антенной

В технике антенно-фидерных устройств вопрос согласования антенны с фидером играет очень важную роль. Как уже отмечалось выше, под согласованием подразумевается преобразование входного сопротивления антенны в сопротивление, равное волновому сопротивлению фидера, в результате чего в фидере устанавливается режим бегущей волны.

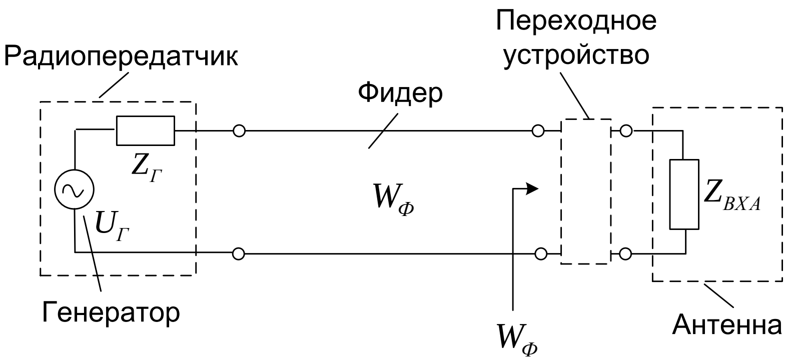



Рис. 1.15. Схема согласования антенны с фидером

На рис. 1.15 показан принцип согласования антенны с фидером, то есть схема получения режима бегущей волны в фидере с волновым сопротивлением $W_Ф$, к которому подключена антенна с входным сопротивлением $Z_{\text{вх А}} = R_{\text{вх А}} + jX_{\text{вх А}}$.

Между входом антенны и фидером включается переходное устройство. В частности, это может быть согласующее устройство, преобразующее $Z_{\text{вх А}}$ в $W_{\text{Ф}}$. Кроме того, это может быть переходное устройство, отличающееся, например, тем, что электромагнитные волны, движущиеся в направлении от генератора (радиопередатчика) к антенне, проходят без поглощения, а волны, движущиеся в обратном направлении (от входа антенны к генератору), полностью поглощаются.

В рамках настоящего учебного пособия мы не будем рассматривать методы и технические решения для достижения согласования. Эта тема заслуживает отдельного рассмотрения.

### 1.3.9. Поляризационные свойства

Векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ радиоволн, излучаемых антенной в заданном направлении, имеют определенную пространственно-временную ориентацию или, как принято говорить, поляризацию. Поляризационные свойства передающей антенны определяются по поляризации её поля излучения. В фиксированной точке пространства векторы электромагнитного поля, соответствующие плоской волне, и вектор плотности потока энергии (вектор Пойнтинга $\vec{\Pi}$) связаны соотношением:

$$\vec{\Pi} = [\vec{E}, \vec{H}]. \tag{1.28}$$

Пространственная ориентация тройки векторов, соответствующих формуле (1.28), приведена на рис. 1.16. Так как векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ взаимосвязаны, то обычно при рассмотрении вопросов, относящихся к поляризации радиоволн, ограничиваются рассмотрением одного вектора $\vec{E}$.

Пусть в некоторой точке пространства $O$, принадлежащей плоскости $Z = const$, вектор $\vec{E}$ в течение периода колебания от $t = 0$ до $t = T$ остается параллельным фиксированной линии (в данном случае оси $X$), а значение модуля (длины) вектора в течение периода изменяется в интервале $[E_{\text{МАКС}}, 0]$, так как это показано на рис. 1.16. Волны, обладающие таким свойством, принято называть линейно поляризованными. Плоскость, проходящую через вектор $\vec{\Pi}$ и вектор $\vec{E}$, называют плоскостью поляризации. В случае излучения антенной волн линейной поляризации положение плоскости поляризации в пространстве остается неизменным. Если плоскость поляризации нормальна поверхности земли, то можно говорить о нормальной (или вертикальной) поляризации поля. В том случае, когда плоскость поляризации параллельна поверхности земли, то речь идет о параллельной (или горизонтальной) поляризации поля.

Рассмотрим другую ситуацию (рис. 1.17). Пусть в той же точке пространства $O$ вектор $\vec{E}$ в течение периода колебания совершает полный оборот вокруг направления распространения волны (ось $Z$), сохраняя свою длину (значение модуля). Радиоволны такого типа называют волнами с круговой поляризацией. В зависимости от направления вращения вектора $\vec{E}$ различают волны с правой и с левой круговой поляризацией. В случае правой круговой поляризации вектор $\vec{E}$ (а вместе с ним и плоскость поляризации) вращается по часовой стрелке (если смотреть вдоль направления распространения волны), а в случае левой круговой поляризации — против часовой стрелки. На рис 1.17

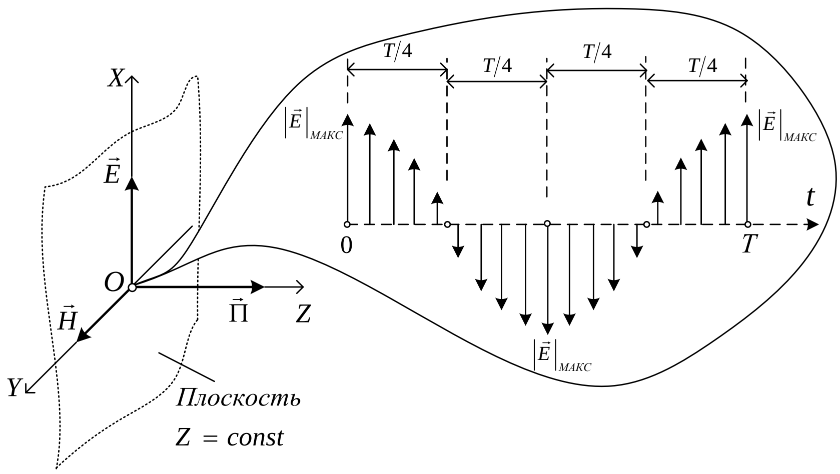



Рис. 1.16. Изменение вектора $\vec{E}$ в течение периода при линейной поляризации

направление вращения вектора $\vec{E}$ соответствует правой круговой поляризации.

В общем случае (рис. 1.18), в заданной точке $O$ вектор $\vec{E}$ в течение периода колебания может и вращаться (как в случае круговой поляризации) и изменяться по модулю (как в случае линейной поляризации).

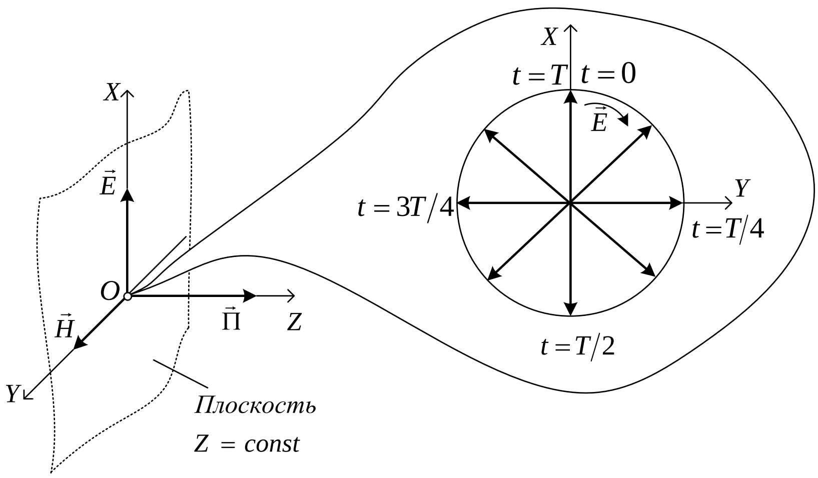



Рис. 1.17. Волна с правой круговой поляризацией

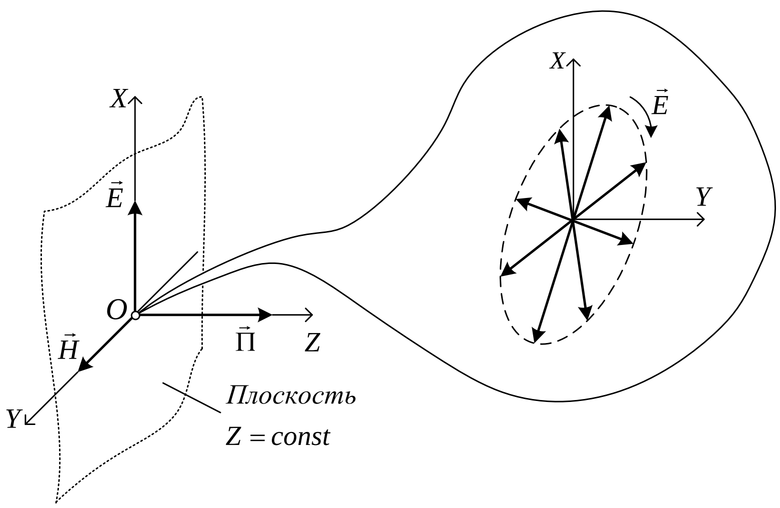



Рис. 1.18. Эллиптически поляризованная волна

Форма линии, описываемая при этом концом вектора $\vec{E}$, представляет собой эллипс, большая ось которого повернута относительно оси $X$ на некоторый угол. Волны такого типа принято называть эллиптически поляризованными.

Отношение длины большой оси эллипса к длине его малой оси называется коэффициентом эллиптичности.

Известно [5], что линейно поляризованная волна и волна с круговой поляризацией являются частными случаями эллиптически поляризованной волны. Так же в [5] сформулированы условия для формирования волн различной поляризации. В рамках настоящего учебного пособия эти вопросы не рассматриваются.

Линейная поляризация поля излучения обычно используется в системах, когда положение передающей и приемной антенны в пространстве не меняется, а среда не оказывает влияния на ориентацию плоскости поляризации. Такая ситуация имеет место, например, в наземном телевизионном вещании. При осуществлении связи с движущимися объектами, например, со спутниками, целесообразно использовать круговую поляризацию.

Иногда в антеннах, предназначенных для излучения поля линейной поляризации, возникает паразитное излучение с ортогональной (поперечной) поляризацией. В этом случае различают основную или главную составляющую поляризации поля излучения и кросс-поляризационную (паразитную) составляющую. Существуют также системы радиосвязи, в которых каждая из ортогональных поляризаций используется для независимой передачи (приема) сигналов. Для таких систем весьма важен вопрос реализации очень низкого уровня кросс-поляризационной составляющей.

### 1.3.10. Эффективная площадь

На практике широко используются радиосредства, оснащенные апертурными антеннами, у которых излучение энергии происходит через раскрыв, называемый апертурой (от латинского *aperture* – отверстие). В теории и практике применения излучающих структур хорошо известно соотношение для расчета КНД этого класса антенн:

$$D = (4\pi/\lambda^2)S\nu, \tag{1.29}$$

где:

$S$ — геометрическая площадь апертуры антенны;

$\nu$ — некоторый безразмерный коэффициент, численное значение которого для реальных антенн меньше единицы ($\nu < 1$).

Произведение $S\nu$ в формуле (1.29) имеет размерность площади и называется эффективной площадью передающей антенны $S_э$. Таким образом:

$$S_э = S\nu. \tag{1.30}$$

В свою очередь, безразмерный коэффициент $\nu$ называется коэффициентом использования поверхности апертуры. Физический смысл параметра $S_э$ можно трактовать как площадь некоторой идеальной антенны, для которой коэффициент использования поверхности апертуры равен единице ($\nu = 1$).

### 1.3.11. Действующая длина

На ранних этапах развития теории проволочных антенн, когда методы их инженерного расчета не были достаточно разработаны, делались попытки замены реальных антенн, выполненных из прямых проводов или труб, некоторой воображаемой эквивалентной проволочной антенной.

Эквивалентность реальной антенны и воображаемой оценивалась, исходя из условия равенства расчетных значений напряженности поля в направлении максимального излучения антенн в дальней зоне. При этом должны выполняться два дополнительных условия: первое — равенство токов на их зажимах, второе — фаза и амплитуда тока по длине эквивалентной антенны не меняются. Длина такой эквивалентной антенны и называется действующей длиной передающей антенны.

Для реальных антенн всегда выполняется соотношение:

$$l_{\text{Д}} < l_{\text{Р}}, \tag{1.31}$$

где

$l_{\text{Д}}$ – действующая длина передающей антенны;

$l_{\text{Р}}$ – длина реальной антенны.

Формулы расчета $l_{\text{Д}}$ для некоторых антенн можно найти, например, в [2].

Современная теория антенн располагает большими возможностями для расчета реальных передающих антенн без замены их эквивалентными. Таким образом, на сегодняшний день параметр действующей длины $l_{\text{Д}}$ в анализе передающих антенн практически не используется.

### 1.3.12. Максимальная мощность, подводимая к передающей антенне

При использовании антенны для излучения больших мощностей (десятки, сотни и тысячи киловатт) важно знать максимальную мощность, которую можно подводить к антенне. Эта мощность определяется электрической прочностью воздуха, окружающего антенну, и диэлектрических изоляторов, входящих в ее конструкцию.

Если амплитуда напряженности электрического поля вблизи проводов антенны превосходит 6….8 киловольт на сантиметр, то начинается процесс ионизации воздуха. В процессе ионизации молекул воздуха происходит излучение электромагнитных волн оптического диапазона. Вследствие этого ионизированный объем воздуха светится.

Напряженность электрического поля вдоль излучающих элементов антенны неодинакова. Это объясняется характером распределения тока (напряжения) вдоль излучающих элементов антенны, а также локальными неоднородностями конструкции (изгибы, выступы, скрутки и т.п.). Вследствие этого процесс ионизации начинается обычно не вдоль всех проводов антенны, а в определенных местах и сопровождается повышением температуры воздуха в этих местах. Столб ионизированного воздуха, как и обычное пламя, поднимается вверх, принимая форму факела. Отсюда термин — «факельное истечение». При наличии даже весьма слабого ветра образовавшийся факел перемещается в направлении движения воздуха. Факел, возникший на вертикальных или наклонных проводах, обычно передвигается вверх.

Образование факельного истечения — верный признак перегрева проводов конструкции антенны. В конечном итоге отдельные провода могут расплавиться и сделать антенну неработоспособной. Таким образом, контроль максимальной мощности — это мероприятие, направленное на предотвращение возникновения факельного истечения.

Настоящий раздел написан по материалам, изложенным в [6]. Там же можно найти формулу, позволяющую рассчитать максимальную мощность, которая не вызовет электрического пробоя воздуха и не нарушит электрическую прочность изоляторов.

### 1.3.13. Параметры электромагнитной безопасности

Наряду с использованием электромагнитных полей в целях технического прогресса, к сожалению, обнаружено их неблагоприятное воздействие на окружающую среду и, в том числе, на человека. В экологии сформировалось новое направление — электромагнитная экология [7]. С точки зрения экологии электромагнитное поле — это один из видов энергетического загрязнения среды. Наиболее интенсивными и распространенными источниками такого загрязнения являются радиосредства связи и вещания: радиопередающие станции наземной и спутниковой радиосвязи, радиовещания, телевизионного вещания, базовые станции сетей подвижной связи. Источниками электромагнитного загрязнения, строго говоря, являются передающие антенны радиосредств и, в существенно меньшей степени, их открытые фидеры.

Основными параметрами, характеризующими электромагнитную безопасность радиосредства, являются его санитарно-защитная зона (СЗЗ) и зона ограничения (ЗО).

Санитарно-защитная зона — это зона пространства, специально выделенная между радиосредством и селитебной территорией в целях охраны здоровья населения. Граница СЗЗ определяется на высоте двух метров от поверхности земли по факту превышения предельно допустимых уровней электромагнитного поля (напряженности электрического поля, напряженности магнитного поля или плотности потока энергии) или суммарной интенсивности воздействия.

Зона ограничения — это территория, где на высоте более двух метров от поверхности земли превышаются предельно допустимые уровни электромагнитного поля или суммарной интенсивности воздействия.

Расчет нормируемых параметров регламентируется государственными нормативными документами. На основе таких документов в ФГУП НИИР Самарский филиал «Самарское отделение научно-исследовательского института радио» разработан специальный программный комплекс анализа электромагнитной обстановки.

Он позволяет быстро и эффективно осуществлять паспортизацию излучающих объектов радиочастотного диапазона по критерию электромагнитной безопасности.

### 1.3.14. Рабочая полоса частот

Рассмотренные в предыдущих разделах настоящего учебного пособия параметры передающей антенны характеризовали её работу на одной частоте.

Однако реально на практике радиосредства работают в некоторой полосе частот. Обычно границы рабочей полосы частот определяются условием соответствия основных электрических параметров определенным техническим требованиям. Другими словами, в пределах диапазона частот $\Delta f = f_{\text{МАКС}} - f_{\text{МИН}}$ параметры антенны не должны выходить за пределы допусков, установленных техническими требованиями.

Как правило, границы рабочей полосы частот определяются тем параметром, значение которого при изменении частоты раньше других выходит из допустимых пределов. Очень часто критичным параметром является коэффициент бегущей волны передающей антенны. Падение его значения ниже допустимого при изменении частоты и определяет границы диапазона антенны. В данном случае причиной падения коэффициента бегущей волны является характер зависимости входного сопротивления антенны от частоты. В других случаях ограничение диапазона антенны может быть вызвано увеличением ширины диаграммы по уровню половинной мощности и, как следствие, падением коэффициента усиления, ростом уровня боковых лепестков, изменением направления максимального излучения, изменением поляризационных характеристик и т.д.

С точки зрения рабочей полосы частот различают антенны: настроенные, узкодиапазонные (узкополосные), широкодиапазонные (широкополосные) и сверхширокополосные.

Антенны, параметры которых соответствуют предъявляемым требованиям на одной рабочей частоте, называются настроенными.

Основные параметры узкодиапазонных антенн сильно зависят от частоты. Вследствие этого они могут работать без перестройки только в узком диапазоне частот (относительная полоса частот $\Delta f / f_{\text{СР}}$, то есть отношение разности граничных частот диапазона $\Delta f = f_{\text{МАКС}} - f_{\text{МИН}}$ к его центральной частоте $f_{\text{СР}} = (f_{\text{МАКС}} + f_{\text{МИН}})/2$, составляет менее 10 %.

Широкодиапазонные антенны работают без перестройки в широком диапазоне частот (относительная полоса частот находится в пределах от 10 до 50 %).

Наконец, сверхширокополосные антенны обеспечивают соответствие параметров предъявляемым требованиям при коэффициенте перекрытия диапазона частот $f_{\text{МАКС}} : f_{\text{МИН}} = 5 : 1$ и более.

В заключение заметим, что в [1] введен термин «диапазон антенны», как диапазон частот или длин волн, в котором параметры антенны находятся в заданных пределах. Это определение, по своей сущности, полностью соответствует понятию «рабочая полоса частот», которое широко используется в технической и учебной литературе и вынесено в заголовок настоящего раздела.

## 1.4. Параметры приемных антенн

### 1.4.1. Процесс приема радиоволн

Самые общие представления о процессе радиоприема были изложены в разделе 1.1. В частности, при рассмотрении структурной схемы радиолинии (рис. 1.1) отмечалось, что весьма малая часть энергии радиоволн, излученных передающей антенной, достигает приемной антенны и возбуждает в ней слабый радиочастотный сигнал (ток). Этот сигнал по фидеру приемной антенны подается на вход радиоприемника (или кратко — приемника).

Механизм процесса приема поясним на примере антенны, выполненной в виде прямолинейного провода (рис. 1.19), в середину которого включено сопротивление $Z_{\text{Н}} = R_{\text{Н}} + jX_{\text{Н}}$. Это сопротивление соответствует сопротивлению входной цепи либо приемника, либо фидера с приемником на его конце.

Поскольку источник облучающей (падающей) волны расположен обычно далеко от приемной антенны, можно считать, что волновой фронт падающей волны в окрестности приемной антенны является плоским. Пусть у падающей волны вектор напряженности электрического поля $\vec{E}$ и вектор Пойнтинга $\vec{\Pi}$ ориентированы так, как это показано на рис. 1.19 в точке 1. Заданная ориентация векторов сохраняется в любой точке пространства, включая любую точку на поверхности провода. Вектор $\vec{E}$ падающей волны в одной из таких точек, например, точке 2, можно представить суммой двух векторов: касательного $\vec{E}_\tau$ и нормального $\vec{E}_n$ к поверхности провода.

Под действием касательных составляющих $\vec{E}_\tau$ на каждом элементарном участке провода наводится электродвижущая сила (э.д.с.). Таким образом, по всей длине провода формируется распределенная э.д.с., под действием которой в проводе возникает продольный ток. Он является результатом суммарного действия э.д.с. всех элементарных участков. Этот ток вызывает полезное рассеивание энергии в нагрузке $Z_{\text{Н}}$. Так осуществляется переход энергии от распространяющейся радиоволны к нагрузке.

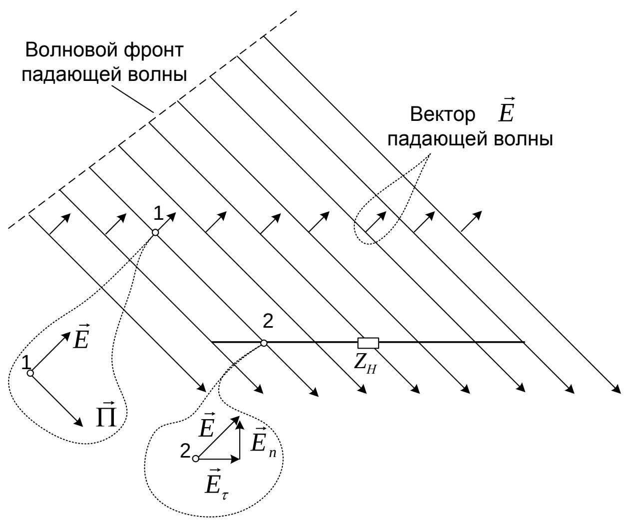



Рис. 1.19. Процесс приема на антенну, выполненную в виде прямолинейного провода

### 1.4.2. Эквивалентная схема приемной антенны

Основным вопросом при изучении приемных антенн является определение мощности, выделяемой в нагрузке приемной антенны под действием падающей на антенну волны. Для этого необходимо, прежде всего, знать ток, возникающий в нагрузке. Значение его, естественно, зависит от ориентации антенны по отношению к падающей волне.

Приемная антенна (рис.1.20) по отношению к сопротивлению нагрузки $Z_{\text{Н}}$ играет роль генератора, комплексная амплитуда э.д.с. $\dot{e}_{\text{А}}$ которого создана под воздействием падающей волны и который имеет внутреннее сопротивление $Z_{\text{А}}$. Если значения $\dot{e}_{\text{А}}$ и $Z_{\text{А}}$ известны, то с помощью изображенной на рис. 1.20 эквивалентной схемы легко определить комплексные амплитуды тока $\dot{I}$ и напряжения $\dot{U}$ , а также мощность $P$, отдаваемую в нагрузку $Z_{\text{Н}} = R_{\text{Н}} + jX_{\text{Н}}$:

$$\dot{I} = \dot{e}_{\text{А}}/(Z_{\text{А}} + Z_{\text{Н}}), \tag{1.32}$$

$$\dot{U} = \dot{e}_{\text{А}}\left[Z_{\text{Н}}/(Z_{\text{А}} + Z_{\text{Н}})\right], \tag{1.33}$$

$$P = \left|\dot{I}\right|^2 R_{\text{Н}}/2. \tag{1.34}$$

Необходимо сразу же заметить, что на основании теоремы об эквивалентном генераторе, внутреннее сопротивление антенны в режиме приема $Z_{\text{А}}$ равно входному сопротивлению этой же антенны в режиме передачи $Z_{\text{вх А}}$.

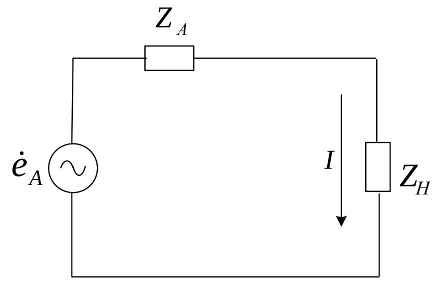



Рис. 1.20. Эквивалентная схема приемной антенны

В общем случае оно содержит как активную, так и реактивную составляющие: $Z_{\text{вх А}} = R_{\text{вх А}} + jX_{\text{вх А}}$. Это сопротивление не зависит от подключенной нагрузки и характеризует собственно антенну. Что касается сопротивления нагрузки $Z_{\text{Н}} = R_{\text{Н}} + jX_{\text{Н}}$, то таковым, как уже отмечалось выше, является входное сопротивление либо приемника, либо фидера с приемником на конце. Если входная цепь приемника подключена непосредственно к зажимам антенны, то эквивалентная схема приемной антенны приобретает вид, представленный на рис. 1.21 (а). Если же приемник подключается к антенне с помощью фидера, то эквивалентная схема будет

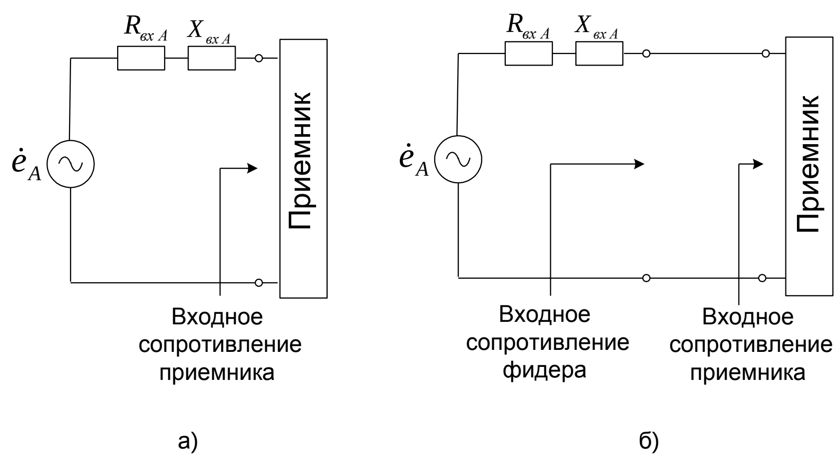



Рис. 1.21. Эквивалентные схемы приемной антенны при подключении приемника к зажимам антенны (а), при подключении через фидер (б)

соответствовать варианту, изображенному на рис. 1.21 (б).

Условия максимальной отдачи мощности в нагрузку, включенную в антенну, очевидно будут такими же, как и для любого генератора, то есть максимальная отдача получится, когда $R_{\text{вх А}} = R_{\text{Н}}$ и $X_{\text{вх А}} = -X_{\text{Н}}$. Из формулы (1.34) с учетом (1.32) следует, что максимальная мощность, отдаваемая антенной в нагрузку, будет определяться как

$$P_{\text{МАКС}} = |\dot{e}_{\text{А}}|^2/8\,R_{\text{вх А}}. \tag{1.35}$$

### 1.4.3. Амплитудные характеристики и диаграммы направленности

Рассмотренный в разделе 1.4.1 принцип приема позволяет сделать вывод о том, что значение касательной составляющей $\vec{E}_\tau$ зависит от направления прихода плоской волны. Последнее, в свою очередь, означает, что комплексная амплитуда э.д.с. $\dot{e}_{\text{А}}$, комплексная амплитуда тока $\dot{I}$, комплексная амплитуда напряжения $\dot{U}$ также зависят от направления прихода плоской волны. Если направление прихода плоской волны задать углами $\theta$ и $\varphi$ (см. рис. 1.3), то можно говорить о модулях функций $\dot{e}_{\text{А}}(\theta,\varphi)$, $\dot{I}(\theta,\varphi)$ и $\dot{U}(\theta,\varphi)$, как амплитудных характеристиках направленности по э.д.с., току или напряжению (слово «амплитудная» в дальнейшем будем опускать). Как следует из выражений (1.32) и (1.33), нормированные характеристики направленности по э.д.с., току и напряжению одинаковы и определяются путем нормирования относительно своих максимальных значений:

$$F(\theta,\varphi) = |\dot{e}_{\text{А}}(\theta,\varphi)|/|\dot{e}_{A\,\text{МАКС}}| = \left|\dot{I}(\theta,\varphi)\right|/\left|\dot{I}_{\text{МАКС}}\right| = \left|\dot{U}(\theta,\varphi)\right|/\left|\dot{U}_{\text{МАКС}}\right|. \tag{1.36}$$

На практике обычно интересуются характеристикой направленности в какой-нибудь одной плоскости, в которой она является функцией одной переменной $F(\theta)$ или $F(\varphi)$.

Наряду с характеристиками направленности по э.д.с., току и напряжению, вводится понятие характеристики направленности приемной антенны по мощности, как зависимости мощности, выделяющейся на активной части сопротивления нагрузки $R_{\text{Н}}$, от направления прихода волны. Согласно выражению (1.34), эта мощность пропорциональна квадрату тока, поэтому, очевидно, что нормированная характеристика направленности по мощности является квадратом характеристики направленности $F^2(\theta,\varphi)$ и, соответственно, $F^2(\theta)$ или $F^2(\varphi)$.

Способы представления диаграмм направленности приемной антенны, определения ширины диаграммы направленности и уровня боковых лепестков такие же, как и у передающей антенны (см. раздел 1.3.2).

### 1.4.4. Обратимость процессов приема и излучения радиоволн

Радиолинию, показанную на рис. 1.1, можно рассматривать как линейный четырехполюсник, у которого одна пара полюсов — зажимы передающей антенны, а другая пара — зажимы приемной антенны (рис. 1.22).

Для такого четырехполюсника справедлив принцип взаимности [2], который позволяет определить свойства и параметры приемной антенны, если известны свойства и параметры этой же самой антенны при работе её в качестве передающей. В частности, принцип взаимности позволяет доказать, что характеристика направленности любой приемной антенны совпадает с характеристикой направленности, получающейся при использовании её в качестве передающей, если радиоприемник (нагрузка) подключается к тем же зажимам, к которым был подключен радиопередатчик. Таким образом, из принципа взаимности вытекает обратимость процессов приема и передачи.

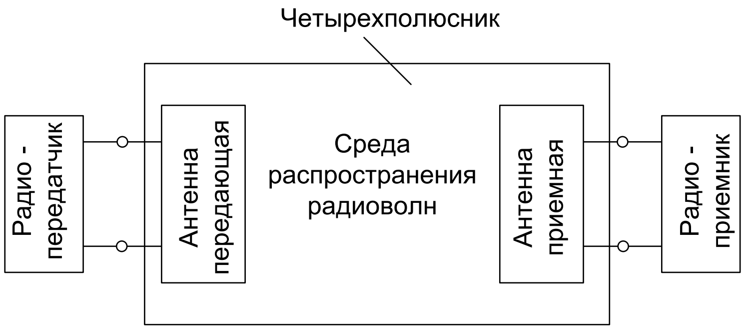



Рис. 1.22. Эквивалентная схема радиолинии

Следует заметить, что полное совпадение характеристик направленности антенны в режиме приема и режиме передачи имеет место только при согласовании поляризационных характеристик облучающего поля и приемной антенны в режиме передачи. Другими словами, если антенна при излучении создает поле определенной поляризации, она будет наиболее эффективно использоваться в режиме приема лишь при такой же поляризации. Подробное изложение вопроса поляризационного согласования приемной и передающей антенн можно найти в [2].

### 1.4.5. Коэффициент направленного действия

Идентичность характеристик направленности одной и той же антенны при её применении либо в режиме приема, либо в режиме передачи предопределяет равенство значений как коэффициентов направленного действия, так и коэффициентов усиления. Тем не менее, физический смысл этих параметров для приемной антенны следует пояснить.

Приведем простую физическую трактовку максимального коэффициента направленного действия D приемной антенны при согласованном по поляризации приеме радиоволн.

Это отношение мощности, поступающей на вход приемника при облучении антенны с направления максимального приема (рис. 1.23, а), к среднему (по всем направлениям) значению мощности, поступающей на вход приемника, если антенну облучать поочередно с разных направлений полем с неизменной амплитудой $E$ (рис. 1.23, б).

Расчетные формулы для вычисления значений КНД приемных антенн те же самые, которые приведены в разделе 1.3.3 для антенн передающих.

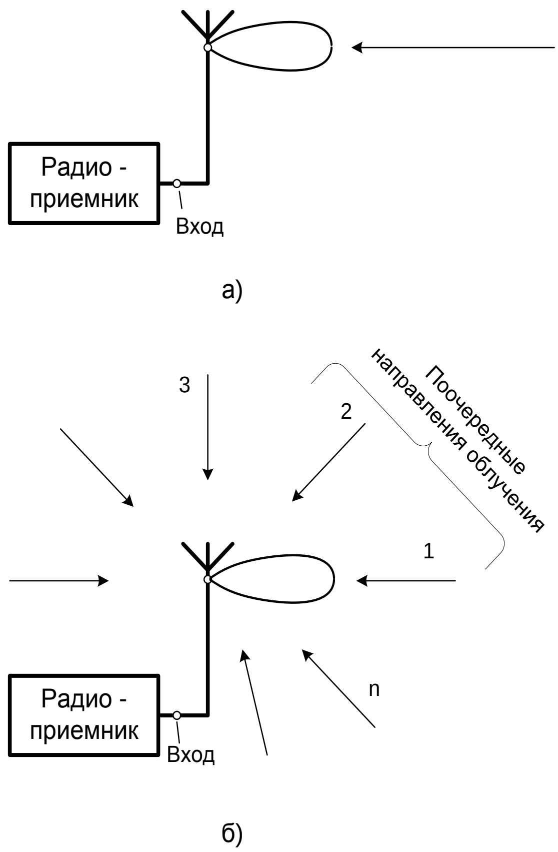


Рис. 1.23. Методика определения КНД

### 1.4.6. Коэффициент полезного действия

Под коэффициентом полезного действия $\eta_а$ приемной антенны подразумевается коэффициент полезного действия этой же антенны при использовании её для передачи.

### 1.4.7. Коэффициент усиления

Коэффициент усиления $G$ приемной антенны в направлении максимального приема можно трактовать как отношение мощности, поступающей на вход приемника при приеме с этого направления, к мощности, поступающей на вход приемника при приеме на эталонную антенну. При этом предполагается, что обе антенны имеют оптимальное согласование с приемником и согласованы по поляризации с полем передающей антенны.

В области метровых, дециметровых, сантиметровых и более коротких волн в качестве эталонной антенны применяется изотропная антенна. В области декаметровых и более длинных волн в качестве эталонной антенны обычно применяется полуволновый линейный симметричный электрический вибратор, находящийся в свободном пространстве. При этом следует иметь в виду, что антенна и полуволновый вибратор должны находиться в неизменном (равномерном) поле, облучающем обе антенны с главного направления.

Что касается вычисления значений коэффициента усиления, то заметим, что соотношение (1.16) $G = D\,\eta_а$, приведенное выше для передающих антенн, остается верным и для приемных антенн.

### 1.4.8. Эффективная площадь

Поле, облучающее приемную антенну, имеет интегральную характеристику — среднее (во времени) значение плотности потока энергии $|\vec{\Pi}_{\text{СР}}|$. Приемная антенна извлекает часть энергии облучающего поля, преобразуя её в мощность $P$, которая выделяется в сопротивлении нагрузки. Между величинами $P$ и $|\vec{\Pi}_{\text{СР}}|$ существует связь:

$$P = S_{\text{Э}}|\vec{\Pi}_{\text{СР}}|. \tag{1.37}$$

Коэффициент пропорциональности между $P$ и $|\vec{\Pi}_{\text{СР}}|$ называется эффективной площадью приемной антенны $S_{\text{Э}}$. Таким образом, $S_{\text{Э}}$ является параметром приемной антенны. Его физическая трактовка очевидна — это площадь, численно равная отношению максимальной мощности, которая может быть отдана приемной антенной без учета потерь в согласованную нагрузку, к средней плотности потока энергии облучающей плоской радиоволны.

Не следует думать, что если приемная антенна имеет реальный раскрыв (апертуру) площадью $S$, то $S_{\text{Э}} = S$. На практике, как правило, $S_{\text{Э}} < S$, а их отношение, называется коэффициентом использования поверхности апертуры:

$$\nu = S_{\text{Э}}/S. \tag{1.38}$$

Этот коэффициент показывает, какая доля энергии, падающей на раскрыв $S$, преобразуется в мощность, выделяющуюся в нагрузке приемной антенны.

Численные значения эффективной площади одной и той же антенны при её работе в приемном и передающем режимах одинаковы.

### 1.4.9. Действующая длина

Как уже отмечалось ранее (в разделе 1.3.11) понятие действующей длины в случае передающих антенн используется редко. При анализе приемных антенн понятие о действующей длине имеет больший физический смысл и применяется значительно чаще. Действующей длиной $l_{\text{Д}}$ приемной антенны называется отношение э.д.с., наводимой в антенне радиоволной, приходящей с направления главного лепестка диаграммы направленности приемной антенны, к напряженности поля в месте приема.

В разделе 1.4.1 отмечалось, что наведенная э.д.с. является распределенной по длине антенны (рис. 1.19). На эквивалентной схеме приемной антенны (рис. 1.20) действие распределенной э.д.с. заменялось сосредоточенной эквивалентной э.д.с. $\dot{e}_{\text{А}}$. Таким образом, в соответствии с приведенным определением действующей длины приемной антенны, можно записать:

$$l_{\text{Д}} = |\dot{e}_{\text{А}}|/|\dot{\vec{E}}|. \tag{1.39}$$

В этой формуле $\left|\dot{\vec{E}}\right|$ модуль комплексной амплитуды напряженности электрического поля волны, облучающей приемную антенну с направления максимального приема (см. рис. 1.23, а). Обязательное условие — согласованность приемной антенны с облучающим полем по поляризации.

Формулы для расчета $l_{Д}$ некоторых антенн можно найти, например, в [2].

Численные значения действующей длины одной и той же антенны при её работе в приемном и передающем режимах одинаковы.

### 1.4.10. Шумовая температура

Важнейшим параметром приемной антенны, которым обычно не интересуются при работе антенны в режиме передачи, является её шумовая температура $T_{А}$, измеряемая по абсолютной шкале в градусах Кельвина.

Шумовая температура характеризует мощность шумов $P_{Ш}$ на сопротивлении нагрузки приемной антенны в полосе частот $\Delta f$, в отсутствии полезного сигнала:

$$P_{Ш} = kT_{А}\Delta f,\ Вт, \tag{1.40}$$

где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}, Вт/(Гц \cdot К)$ — постоянная Больцмана.

Шумы, возникающие на сопротивлении нагрузки антенны, складываются из внутренних и внешних шумов. Соответственно полная шумовая температура антенны $T_{А}$ слагается из шумовой температуры, определяемой внешними шумами (помехами) $T_{А\Sigma}$, и собственной шумовой температуры антенны $T_{АС}$, определяемой тепловыми потерями в материале конструкции антенны:

$$T_{А} = T_{А\Sigma} + T_{АС}. \tag{1.41}$$

Собственная шумовая температура, связанная с потерями $T_{АС}$, определяется по известному коэффициенту полезного действия приемной антенны $\eta_{а}$ и физической температуре антенны в Кельвинах $T_0$:

$$T_{АС} = (1 - \eta_{а})T_0. \tag{1.42}$$

Внешние шумы (помехи), проявляющиеся на сопротивлении нагрузки, возникают в результате приема антенной энергии радиоизлучений от источников различной природы из окружающего пространства, в первую очередь, от Солнца, звезд, атмосферы Земли, земной поверхности и др. К настоящему времени имеется много достаточно надежных данных об излучении указанных источников.

Шумовую температуру, определяемую внешними шумами (помехами) $T_{А\Sigma}$, иногда называют эквивалентной шумовой температурой антенны. Её обычно определяют, как абсолютную температуру сопротивления, равного входному сопротивлению антенны и выделяющего на сопротивлении нагрузки ту же мощность, что и рассматриваемые источники внешних шумов (помех).

Подробную информацию о методах расчета эквивалентной шумовой температуры антенны можно найти в [2] и [8]. В рамках настоящего учебного пособия эти методы не рассматриваются.

В заключение раздела обратим внимание на физически очевидные факты зависимости шумовой температуры $T_{\text{А}\Sigma}$ от диаметра зеркальной антенны и угла места. Действительно, чем больше диаметр антенны, тем больше её коэффициент усиления и тем уже основной лепесток диаграммы направленности, соответственно, меньше посторонних излучений антенна усиливает вместе с полезным сигналом. Чем меньше угол места направления главного лепестка приема, то есть чем ниже «смотрит» антенна, тем больше она принимает помех и шумов от теплового радиоизлучения земной поверхности. Поэтому шумовая температура приемной антенны — не постоянная величина, а функция от угла места. Как правило, значение шумовой температуры конкретной антенны указывается в спецификации для одного или нескольких значений угла места.

## 1.5. Фидеры передающих и приемных антенн

### 1.5.1. Условная классификация конструкций фидеров

Как уже отмечалось в разделе 1.1, важнейшей составляющей радиосредства являются фидеры между радиопередатчиком и передающей антенной или между приемной антенной и радиоприемником. Фидеры радиосредств, используемых для целей связи и вещания, можно разделить на два обособленных класса: открытые и закрытые. Открытые фидеры — это, как правило, двухпроводные или четырехпроводные симметричные линии передачи. Закрытые фидеры представляют собой коаксиальные кабели или полые металлические волноводы. Открытые линии применяются на частотах до 30 МГц, кабельные — до 3000 МГц, волноводные — до 30 ГГц.

### 1.5.2. Требования, предъявляемые к фидерам, и некоторые их параметры

Основным требованием, предъявляемым к фидерам, является доведение до минимума потерь энергии в нем. В зависимости от конструкции фидера потери энергии могут определяться: нагреванием металлических элементов, изоляторов и окружающей среды, а также излучением (в случае открытого фидера). Качество фидера, в смысле потерь энергии, определяется коэффициентом полезного действия.

Обратимся к схеме линии радиосвязи, приведенной на рис. 1.2. Коэффициентом полезного действия фидера передающей антенны называется отношение мощностей радиочастотного сигнала на его выходе и входе:

$$\eta_{\text{ф}1} = P_1'/P_1. \tag{1.43}$$

Соответственно, коэффициент полезного действия фидера приемной антенны будет определяться формулой:

$$\eta_{ф2} = P_2/P_2'. \quad (1.44)$$

К коэффициенту полезного действия фидеров приемных антенн до 30 МГц (диапазоны НЧ, СЧ и ВЧ) обычно не предъявляются такие жесткие требования, как к этому же параметру фидеров передающих антенн. В этих диапазонах интенсивность внешних помех велика. При прохождении через фидер с потерями внешние помехи претерпевают такое же ослабление, как и полезный сигнал. Поэтому отношение мощностей сигнала и внешних помех на входе и на выходе фидера сохраняется. На более высоких частотах (диапазоны ОВЧ, УВЧ и СВЧ), когда мощность внутренних шумов приемных устройств соизмерима или превосходит мощность внешних помех, значение коэффициента полезного действия фидера необходимо по возможности увеличивать.

Фидер должен обладать достаточной электрической прочностью, то есть должен быть рассчитан на передачу требуемой мощности без опасности электрического пробоя. Это требование не отличается от рассмотренного для передающей антенны. В фидере, как и в передающей антенне, может образоваться факельное истечение. В худшем случае отдельные провода могут расплавиться и сделать фидер неработоспособным. Вопрос о максимальной мощности, пропускаемой фидером приемной антенны, естественно, отпадает.

Фидеры должны быть свободны от антенного эффекта, то есть сами по себе не должны излучать или принимать электромагнитные волны. Передающая антенна почти всегда находится не в свободном пространстве. В непосредственной близости от неё могут оказаться многие объекты. Один из ближайших и принципиально неудаляемых предметов окружения антенны является её фидер. Ближнее поле излучения антенны может нарушить симметрию противофазных токов в фидере, и он начнет излучать электромагнитные волны. Антенный эффект абсолютно нежелателен из-за возрастания потерь в фидере (потерь на излучение) и вследствие искажения диаграммы направленности передающей антенны. Последствия антенного эффекта в фидере приемной антенны могут оказаться ещё более неприятными, поскольку они могут свести на нет все достоинства направленной антенны и дать резкое увеличение мощности внешних помех на входе радиоприемника.

Достаточно очевидно, что закрытые фидеры (кабельные и волноводные), как правило, практически свободны от антенного эффекта.

Фидеры характеризуются рабочей полосой частот. Подход к её оценке не отличается от подхода, рассмотренного в разделе 1.3.14 для передающей антенны. Другими словами, в пределах диапазона частот $\Delta f = f_{\text{МАКС}} - f_{\text{МИН}}$ параметры фидера не должны выходить за пределы допусков, установленных техническими требованиями. Критичным параметром может оказаться, например, коэффициент полезного действия, фидера. Его низкое значение является прямым следствием рассогласования фидера с антенной.

Важным параметром фидера является его волновое сопротивление, которое определяется конфигурацией, геометрическими размерами и материалом, заполняющим пространство меду проводами. Значение волнового сопротивления фидера приобретает исключительную роль в решении вопросов согласования фидера с передающей антенной и передатчиком или с приемной антенной и приемником.

В технической литературе, например, в [6], имеются формулы для расчета параметров фидеров различной конструкции.

Открытые фидеры строятся непосредственно на радиотехническом объекте с использованием документации типовых проектов, в которые закладываются решения, обеспечивающие достижение требуемых параметров и характеристик фидера. Закрытые фидеры изготавливаются на специализированных предприятиях. Их параметры и характеристики обычно гарантируются и указываются в сертификате на фидер.

## 1.6. Вопросы и задания для самопроверки

1. Перечислите основные элементы структурной схемы линии радиосвязи и сформулируйте назначение каждого из них.
2. Дайте определение коэффициента полезного действия передающей антенны.
3. Дайте определения амплитудной характеристики направленности и амплитудной диаграммы направленности.
4. Чем отличаются ненормированная диаграмма направленности от нормированной?
5. Назовите достоинства и недостатки изображения диаграммы направленности в полярной системе координат.
6. Назовите достоинства и недостатки изображения диаграммы направленности в прямоугольной (декартовой) системе координат.
7. Назовите достоинства и недостатки изображения диаграммы направленности в прямоугольной системе координат с логарифмическим масштабом.
8. В чем отличие диаграммы направленности антенны «по полю» от диаграммы направленности «по мощности»?
9. Поясните физический смысл параметров «ширина диаграммы направленности по уровню половинной мощности» и «ширина диаграммы направленности по уровню нулевого излучения».

10. Дайте определение коэффициента направленного действия передающей антенны.
11. Дайте определение коэффициента усиления передающей антенны.
12. В чем состоит принципиальная разница межу коэффициентами направленного действия и усиления передающей антенны?
13. Дайте определение входного сопротивления передающей антенны.
14. Какие волновые режимы могут иметь место в фидере, чем они определяются?
15. Поясните физический смысл коэффициентов бегущей и стоячей волны. В каких пределах могут меняться их значения?
16. Что понимается под согласованием фидера с передающей антенной?
17. Поясните сущность различных видов поляризации электромагнитного поля излучения передающей антенны.
18. Поясните физический смысл параметров передающей антенны: эффективная площадь, коэффициент использования поверхности апертуры, действующая длина.
19. Каким параметром характеризуется электрическая прочность передающей антенны и её фидера?
20. Дайте определение рабочей полосы частот антенны.
21. Поясните физическую природу источника электродвижущей силы в эквивалентной схеме приемной антенны.
22. Поясните значение принципа взаимности для теории и практики антенн.
23. Дайте определение коэффициента направленного действия приемной антенны.
24. Дайте определение коэффициента усиления приемной антенны.
25. Поясните смысл параметра приемной антенны «шумовая температура».
26. В чем заключается антенный эффект фидеров передающих и приемных антенн?

## 1.7. Задачи

### 1.7.1. О размерностях некоторых физических величин электромагнитного поля

В системе единиц СИ напряженность электрического поля имеет размерность вольт на метр — В/м, напряженности магнитного поля — ампер на метр — А/м. Вектор Пойнтинга имеет размерность ватт на квадратный метр — Вт/м$^2$. При этом размерности величин, входящих в формулы: амплитуда тока

— амперы — А; амплитуда напряжения — вольты — В, геометрические размеры излучателя, расстояние и длина волны — метры — м; характеристическое сопротивление свободного пространства — омы — Ом.

Если используются иные размерности, например, для тока миллиамперы или микроамперы, то размерностью напряженности электрического поля будет милливольт на метр — мВ/м или микровольт на метр — мкВ/м, а размерностью напряженности магнитного поля — миллиампер на метр — мА/м или микроампер на метр — мкА/м. Аналогично для плотности потока энергии (вектора Пойнтинга) можно говорить о размерностях милливатт на метр квадратный — мВт/м$^2$ или микроватт на метр квадратный — мкВт/м$^2$. При решении задач или выполнении расчетов об этом всегда следует помнить.

Иногда характеристики поля выражаются в децибелах. Децибел — специфическая единица, не схожая ни с одной из тех, с которыми приходится встречаться в повседневной практике. Децибел — не физическая величина, а математическое понятие. В этом отношении у децибел есть некоторое сходство с процентами. Как и проценты, децибелы безразмерны и служат для сравнения двух одноименных величин, в принципе самых различных, независимо от природы. Но если проценты выражают численное значение какой-то величины сравнительно с целым значением, принятым за единицу (100%), то в основе децибела лежит более широкое понятие, характеризующее в общем случае отношение двух независимых, но, конечно, одноименных значений величин.

Например, если сравнивать напряженность электрического поля $E$, выраженную в В/м, с 1 В/м, то отношение $20\lg(E/1)$ будет децибельной мерой напряженности поля — $E_{\text{дБ/В/м}}$, то есть $E_{\text{дБ/В/м}} = 20\lg(E)$.

Другой пример, если сравнивать плотность потока энергии П, выраженную в Вт/см$^2$ , с 1 Вт/см$^2$, то отношение $10\lg(\Pi/1)$ будет децибельной мерой плотности потока энергии — $\Pi_{\text{дБ/Вт/см}^2}$, то есть $\Pi_{\text{дБ/Вт/см}^2} = 10\lg(\Pi)$. Следует обратить внимание на то, что переход к децибельной мере для напряженности электрического поля и для плотности потока энергии осуществляется по разным формулам (разные множители перед логарифмом — для напряженности поля 20, для плотности потока энергии 10). Это объясняется просто — физическая величина П является энергетической — она пропорциональна квадрату напряженности электрического поля $E$.

По аналгии не составит труда понять смысл размерностей напряженности электрического поля в дБ/мВ/м, дБ/мкВ/м, а также плотности потока энергии в дБ/мВт/м$^2$ , дБ/мВт/см$^2$, дБ/мкВт/см$^2$. В общем случае необходимость использования тех или иных размерностей обычно определяется спецификой решаемой задачи.

### 1.7.2. Задачи для самостоятельного решения

1.1. Антенна расположена в центре системы координат, приведенной на рис. 1.24. Характеристика направленности антенны описывается функцией $f(\theta,\varphi) = 1 + \cos\theta$ . Построить нормированную диаграмму направленности этой антенны в полярной системе координат и определить ширину диаграммы по уровню половинной мощности $2\theta_{0,5}$. (*Ответ:* $2\theta_{0,5} = 131^\circ$).

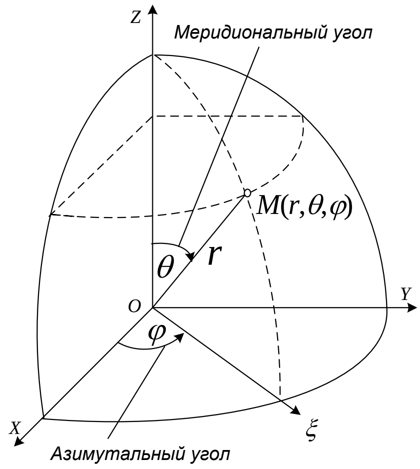



Рис. 1.24

1.2. Антенна расположена в центре системы координат, приведенной на рис. 1.24. Характеристика направленности антенны описывается функцией $f(\theta,\varphi) = 1 + \cos\theta$. Построить нормированную диаграмму направленности этой антенны по мощности в полярной системе координат и определить ширину диаграммы по уровню половинной мощности $2\theta_{0,5}$. (*Ответ*: $2\theta_{0,5} = 131^\circ$).

1.3. Антенна расположена в центре системы координат, приведенной на рис. 1.24. Характеристика направленности антенны описывается функцией $f(\theta,\varphi) = [\cos(1{,}25\,\pi\cos\varphi\sin\theta) - \cos(1{,}25\pi)]/\sqrt{1-(\cos\varphi)^2(\sin\theta)^2}$. Для плоскости $\varphi = const = 0^\circ$ построить нормированную диаграмму направленности этой антенны в прямоугольной системе координат с логарифмическим масштабом. Определить ширину диаграммы по уровню половинной мощности $2\theta_{0,5}$. (*Ответ*: $2\theta_{0,5} = 32{,}6^\circ$).

1.4. Антенна расположена в центре системы координат, приведенной на рис. 1.24. Характеристика направленности антенны описывается функцией $f(\theta,\varphi) = [\cos(1{,}25\,\pi\ \sin\varphi\sin\theta) - \cos(1{,}25\pi)]/\sqrt{1-(\sin\varphi)^2(\sin\theta)^2}$. Для плоскости $\varphi = const = 90^\circ$ построить нормированную диаграмму направленности этой антенны в полярной системе координат и определить уровень 1-го бокового лепестка $\xi_1$. (*Ответ*: $\xi_1 = 0{,}304$).

1.5. Антенна расположена в центре системы координат, приведенной на рис. 1.24. Характеристика направленности антенны описывается функцией $f(\theta,\varphi) = [\cos(1{,}25\,\pi\ \cos\theta) - \cos(1{,}25\pi)]/\sin\theta$. Построить нормированную диаграмму направленности этой антенны в полярной системе координат и определить уровни всех боковых лепестков в децибелах $\xi$. (*Ответ:* $\xi = -10{,}3$ дБ).

1.6. Антенна расположена в центре системы координат, приведенной на рис. 1.24. Характеристика направленности антенны описывается функцией. $f(\theta,\varphi) = \sqrt{1-(\cos\varphi)^2(\sin\theta)^2}$. Для плоскости $\varphi = const = 0^\circ$ построить нормированную диаграмму направленности этой антенны в прямоугольной системе координат с логарифмическим масштабом. Определить ширину диаграммы по уровню половинной мощности $2\theta_{0,5}$. (*Ответ*: $2\theta_{0,5} = 90{,}0^\circ$).

1.7. Антенна расположена в центре системы координат, приведенной на рис. 1.24. Характеристика направленности антенны описывается функцией. $f(\theta,\varphi)=\sqrt{1-(\sin\varphi)^2(\sin\theta)^2}$. Для плоскости $\varphi = const = 90^\circ$ построить нормированную диаграмму направленности этой антенны в прямоугольной системе координат с логарифмическим масштабом. Определить ширину диаграммы по уровню нулевого излучения $2\theta_0$. (*Ответ*: $2\theta_0 = 180^\circ$).

1.8. Антенна расположена в центре системы координат, приведенной на рис. 1.24. Характеристика направленности антенны описывается функцией $f(\theta,\varphi)=\sin[(n\pi\cos\varphi\sin\theta)/4]/\sin[(\pi\cos\varphi\sin\theta)/4)]$.

Для плоскости $\varphi = const = 0^\circ$ и $n = 8$ построить нормированную диаграмму направленности этой антенны в прямоугольной системе координат с логарифмическим масштабом. Определить уровень 1-го бокового лепестка $\xi_1$.
(*Ответ*: $\xi_1 = -12{,}8$ дБ).

1.9. Антенна расположена в центре системы координат, приведенной на рис. 1.24. Характеристика направленности антенны описывается функцией $f(\theta,\varphi)=\sin[(n\pi\ \sin\varphi\sin\theta)/4]/\sin[(\pi\ \sin\varphi\sin\theta/4)]$.

Для плоскости $\varphi = const = 90^\circ$ и $n = 10$ построить нормированную диаграмму направленности этой антенны в прямоугольной системе координат. Определить ширину диаграммы по уровню нулевого излучения $2\theta_0$ и уровень 2-го бокового лепестка $\xi_2$. (*Ответ*: $\xi_2 = 0{,}14$).

1.10. Антенна расположена в центре системы координат, приведенной на рис. 1.24. Характеристика направленности антенны описывается функцией $f(\theta,\varphi)=\sin[n(\pi\cos\varphi\sin\theta-\psi)/4)]/\sin[(\pi\cos\varphi\sin\theta-\psi)/4]$.

Для плоскости $\varphi = const = 0^\circ$, $\psi = 30^\circ$ и $n = 6$ построить нормированную диаграмму направленности этой антенны по мощности в прямоугольной системе координат с логарифмическим масштабом. Определить уровни всех боковых лепестков $\xi_n$. (*Ответ:* $\xi_1 = -14{,}26$ дБ; $\xi_2 = -12{,}43$ дБ; $\xi_3 = -12{,}43$ дБ).

1.11. Определить КНД в направлении максимального излучения для антенны, которая расположена в центре системы координат, приведенной на рис. 1.24, и имеет характеристику направленности $f(\theta,\varphi) = 1+\cos\theta$.
(*Ответ:* 3,0).

1.12. Определить КНД в направлении максимального излучения для антенны, которая расположена в центре системы координат, приведенной на рис. 1.24, и имеет характеристику направленности $f(\theta,\varphi) = \sqrt{1-(\cos\varphi)^2(\sin\theta)^2}$. (*Ответ:* 1,5).

1.13. Определить КНД в направлении максимального излучения в децибелах для антенны, которая расположена в центре системы координат, приведенной на рис. 1.24, и имеет характеристику направленности $f(\theta,\varphi)=\sqrt{1-(\sin\varphi)^2(\sin\theta)^2}$. (*Ответ:* 1,76 дБ).

1.14. Для антенны, которая расположена в центре системы координат, приведенной на рис. 1.24, и имеет характеристику направленности $f(\theta,\varphi) = [\cos(1{,}25\,\pi\cos\varphi\sin\theta) - \cos(1{,}25\pi)]/\sqrt{1-(\cos\varphi)^2(\sin\theta)^2}$, определить КНД в децибелах $D$ в направлении $\varphi = 10^\circ$, $\theta = 5^\circ$. (*Ответ*:$D = 4{,}903$ дБ).

1.15. Для антенны, которая расположена в центре системы координат, приведенной на рис. 1.24, и имеет характеристику направленности $f(\theta,\varphi) = [\cos(1{,}25\,\pi\ \sin\varphi\sin\theta) - \cos(1{,}25\pi)]/\sqrt{1-(\sin\varphi)^2(\sin\theta)^2}$, определить КНД в децибелах $D$ в направлении $\varphi = 5^\circ$, $\theta = 10^\circ$. (*Ответ*: $D = 5{,}154$ дБ).

1.16. Для антенны, которая расположена в центре системы координат, приведенной на рис. 1.24, и имеет характеристику направленности $f(\theta,\varphi) = \sin[n(\pi\cos\varphi\sin\theta)/4]/\sin[\,(\pi\cos\varphi\sin\theta)/4]$, при $n = 8$ определить КНД в децибелах $D$ в направлении максимального излучения.

(*Ответ*: $D = 6{,}194$ дБ ).

1.17. Для антенны, которая расположена в центре системы координат, приведенной на рис. 1.24, и имеет характеристику направленности $f(\theta,\varphi) = \sin[n\,(\pi\cos\varphi\sin\theta - \psi)/4]/\sin[(\pi\cos\varphi\sin\theta - \psi)/4]$, при $n = 6$ определить КНД в децибелах $D$ в направлении максимального излучения.

(*Ответ*: $D = 5{,}027$ дБ).

1.18. Рассчитать КБВ в фидере, имеющем волновое сопротивление $W_\Phi = 300$ Ом, если он подключен к антенне с входным сопротивлением $Z_{\text{вх А}} = 73{,}1 + j42{,}5$ Ом. (*Ответ*: КБВ = 0,239).

1.19. Рассчитать КСВ в фидере, имеющем волновое сопротивление $W_\Phi = 600$ Ом, если он подключен к антенне с входным сопротивлением $Z_{\text{вх А}} = 300$ Ом. (*Ответ*: КСВ = 2,0).

1.20. Вычислить эффективную площадь $S_\text{э}$ апертурной антенны, если известны: частота $f = 10\,000$ МГц и КНД антенны $D = 40$ дБ.

(*Ответ*: $S_\text{э} = 0{,}716$ м$^2$).

1.21. Определить в децибелах максимальный КНД ($D$) антенны, которая расположена в центре системы координат, приведенной на рис. 1.24, и которая имеет нормированную характеристику направленности $F(\theta,\varphi) = const$ в пределах изменения угла $\theta$ от 0 до $30^\circ$ и угла $\varphi$ от 0 до $360^\circ$. Функция $F(\theta,\varphi) = 0$ для прочих углов $\theta$ и $\varphi$. (*Ответ*: $D = 11{,}74$ дБ).

1.22. Определить в децибелах максимальный КНД ($D$) антенны, которая расположена в центре системы координат, приведенной на рис. 1.24, и которая имеет нормированную характеристику направленности $F(\theta,\varphi) = const$ в пределах изменения угла $\theta$ от 85 до $105^\circ$ и угла $\varphi$ от 0 до $360^\circ$. Функция $F(\theta,\varphi) = 0$ для прочих углов $\theta$ и $\varphi$. (*Ответ*: $D = 7{,}62$ дБ).

1.23. Определить в децибелах максимальный КНД ($D$) антенны, которая расположена в центре системы координат, приведенной на рис. 1.24, и которая имеет нормированную характеристику направленности $F(\theta,\varphi) = const$ в пределах изменения угла $\theta$ от 0 до 45° и угла $\varphi$ от 0 до 360°. Функция $F(\theta,\varphi) = 0$ для прочих углов $\theta$ и $\varphi$. (*Ответ*: $D = 8{,}343$ дБ).

1.24. Определить в децибелах максимальный КНД ($D$) антенны, которая расположена в центре системы координат, приведенной на рис. 1.24, и которая имеет нормированную характеристику направленности $F(\theta,\varphi) = const$ в пределах изменения угла $\theta$ от 45 до 135° и угла $\varphi$ от 0 до 360°. Функция $F(\theta,\varphi) = 0$ для прочих углов $\theta$ и $\varphi$. (*Ответ*: $D = 1{,}505$ дБ).

1.25. Определить значение модуля э.д.с. $e_А$ во входной цепи приемника, подключенного к антенне, если амплитуда напряженности электрического поля $E$ равна 100 мкВ/м, а действующая длина приемной антенны $l_Д$ равна 1,5 м. (*Ответ*: $e_А = 150$ мкВ).

1.26. Определить максимальную амплитуду напряжения $U$ во входной цепи приемника, согласованного с приемной антенной, если амплитуда напряженности электрического поля $E$ равна 100 мкВ/м, а действующая длина приемной антенны $l_Д$ равна 1,5 м. (*Ответ*: $U = 75$ мкВ ).

1.27. Определить максимальную мощность $P$, которая может выделиться на сопротивлении нагрузки приемника, подключенного к апертурной антенне, если на частоте 4 ГГц амплитуда напряженности электрического поля $E$ равна 1000 мкВ/м, а КНД антенны $D$ равен 30 Дб. (*Ответ*: $P = 5{,}94 \cdot 10^{-4}$ мкВт).

1.28. Определить максимальную мощность $P$, которая может выделиться на сопротивлении нагрузки приемника, подключенного к апертурной антенне, если амплитуда напряженности электрического поля $E$ равна 1000 мкВ/м, а геометрическая площадь апертуры антенны $S$ равна 0,448 м$^2$.

(*Ответ*: $P = 5{,}94 \cdot 10^{-4}$ мкВт).

1.29. Коэффициент усиления антенны 7 дБ, а коэффициент направленного действия 10 дБ. Рассчитать кпд этой антенны $\eta$. (*Ответ*: $\eta = 0{,}5$).

1.30. Коэффициенты направленного действия антенны равен 13 дБ, кпд антенны равен 0,5. Рассчитать коэффициент усиления этой антенны $G$.

(*Ответ:* $G = 10$ дБ).

### 1.7.3. Примеры решения задач

**Задача 1**. В системе координат, приведенной на рис. 1.24, характеристика направленности некоторой антенны описывается функцией

$$f(\theta,\varphi) = \sin(3\pi \sin\varphi \sin\theta)/1{,}5\pi \sin\varphi \sin\theta. \qquad (1.45)$$

Для плоскости $\varphi = const = 90°$ построить нормированную диаграмму направленности этой антенны в полярной системе координат и прямоугольной системе координат с логарифмическим масштабом.

*Решение задачи*

Заданная характеристика направленности при $\varphi = const = 90^{\circ}$ зависит только от угла $\theta$. Запишем выражение для нормированной характеристики направленности в виде:

$$F(\theta) = [1/f(\theta_{\text{гл}})]\,[\sin(3\pi \sin\theta)/1{,}5\pi \sin\theta], \tag{1.46}$$

где $f(\theta_{\text{гл}})$ – значение ненормированной функции $f(\theta)$ в направлении $\theta = \theta_{\text{гл}}$, соответствующем её главному максимуму.

На рис. 1.25 показана возможная последовательность решения задачи и представлены результаты расчета требуемых диаграмм направленности. Расчеты выполнены с использованием математического пакета [4].

1. Задать дискретный аргумент

$$N := 360 \qquad i := 1, 2 .. N \qquad \theta_i := \frac{\pi}{N}\cdot i$$

2. Вычислить значения ненормированной характеристики направленности (см. формулу (1.45))

$$f_i := \frac{\sin(3\pi\cdot\sin(\theta_i))}{(1.5\pi\cdot\sin(\theta_i))}$$

3. Определить максимальное значение функции $M := \max(f) \quad M = 2$

4. Вычислить нормированную характеристику направленности

$$\theta := 0.01\cdot deg, 1\cdot deg .. 360\cdot deg \qquad F(\theta) := \frac{1}{M}\cdot\left|\frac{\sin(3\pi\cdot\sin(\theta))}{(1.5\pi\cdot\sin(\theta))}\right|$$

5. Построить нормированную диаграмму направленности:

- в полярной системе координат

- в прямоугольной системе координат с логарифмическим масштабом

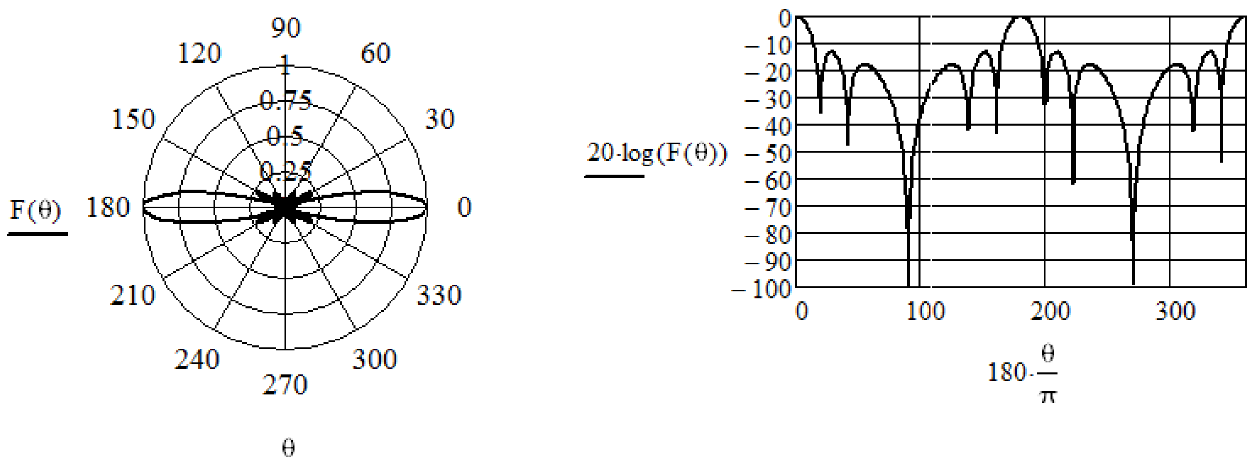



Рис. 1.25. Последовательность решения задачи 1 в Mathcad

**Задача 2**. В системе координат, приведенной на рис. 1.24, нормированная характеристика направленности некоторой антенны описывается функцией $F(\theta) = [\cos(1{,}4\pi\cos\theta) - \cos 1{,}4\pi]/[(1 - \cos 1{,}4\pi)\sin\theta]$. Определить число боковых лепестков и их уровни в децибелах. Определить ширину главного лепестка диаграммы направленности по уровню нулевого излучения $2\theta_0$ и по уровню половинной мощности $2\theta_{0,5}$.

*Решение задачи*

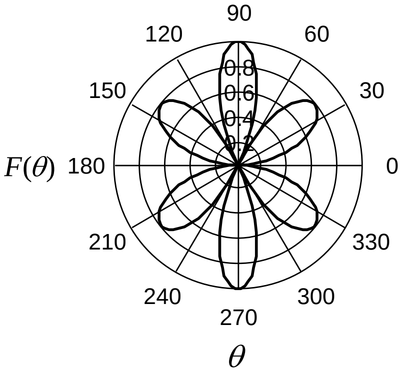



Рис. 1.26

Расчет и построение нормированной диаграммы направленности проводится по методике, изложенной в задаче 1 (см. рис. 1.25). Поскольку характеристика направленности задана в нормированном виде, то необходимость в определении максимального значения функции отпадает (М = 1) . Результаты расчета диаграммы направленности, выполненные с применением математического пакета [4], приведены на рис. 1.26. Диаграмма построена в полярной системе координат. По диаграмме определяем, что число боковых лепестков равно четырем.

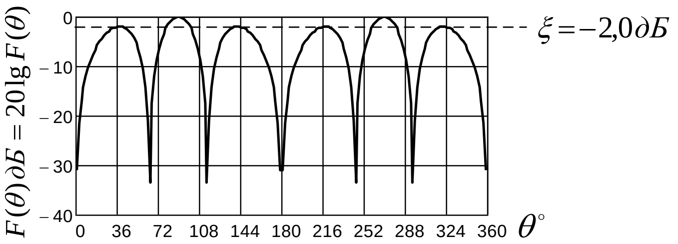



Рис. 1.27

На рис. 1.27 приведена та же диаграмма $F(\theta)$, но построенная в прямоугольной (декартовой) системе координат с логарифмическим масштабом по оси ординат. По этой диаграмме удобно определить уровень боковых лепестков в децибелах: $\xi = -2{,}0\ \partial Б$.

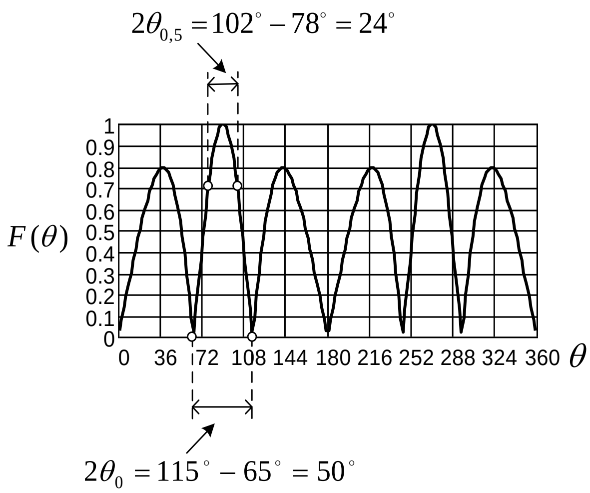



Рис. 1.28

На рис. 1.28 вновь приведена диаграмма $F(\theta)$, но построенная уже в прямоугольной системе координат с линейным масштабом по оси ординат.

По этой диаграмме очень просто определить ширину диаграммы направленности по уровню нулевого излучения $2\theta_0 = 50^\circ$ и по уровню половинной мощности $2\theta_{0,5} = 24^\circ$ . Напомним, что ширина диаграммы $2\theta_0$ определяется по уровню нулевого (минимального) излучения в границах основного (главного) лепестка. Ширина диаграммы направленности $2\theta_{0,5}$ определяется в границах главного лепестка на уровне $F(\theta) = 0{,}707$.

Следует понимать, что для решения рассматриваемой задачи не обязательно строить три диаграммы. Ответ на все поставленные вопросы можно дать с использованием любого из трех представлений диаграммы направленности (рис. 1.26 – рис. 1.28).

**Задача 3.** В системе координат, приведенной на рис. 1.24, ненормированная характеристика направленности некоторой антенны описывается функцией

$$f(\theta,\varphi) = \frac{\sin(3\pi\sin\theta\cos\varphi)}{\sin[(\pi\sin\theta\cos\varphi)/2]}.$$

Определить значения КНД в направлении максимального излучения и в направлении, заданном углами $\theta = 5^\circ$, $\varphi = 5^\circ$.

*Решение задачи*

Решение задачи с использованием математического пакета программ [4], приведено на следующей странице – рис. 1.29.

**Задача 4.** Определить в децибелах максимальный КНД ($D$) антенны, которая расположена в центре системы координат, приведенной на рис. 1.24, и которая имеет нормированную характеристику направленности $F(\theta,\varphi) = const$ в пределах изменения угла $\theta$ от 10 до $20^\circ$ и угла $\varphi$ от 0 до $360^\circ$. При других углах $\theta$ и $\varphi$ функция $F(\theta,\varphi) = 0$.

*Решение задачи*

Для расчета КНД воспользуемся формулой (1.13)

$$D_{\text{макс}} = 4\pi / \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} F^2(\theta,\varphi)\sin\theta d\theta d\varphi. \tag{1.47}$$

Из условия задачи $F(\theta,\varphi) = const$ следует: первое — нормированная характеристика направленности не зависит от угла $\varphi$, второе — в пределах угла $\theta$ от $10^\circ$ до $20^\circ$ нормированная характеристика направленности $F(\theta) = 1$.

С учетом этого формулу (1.47) можно записать в следующем виде

$$D_{\text{макс}} = 4\pi / \int_0^{2\pi}\int_{\pi/18}^{\pi/9} \sin\theta d\theta d\varphi. \tag{1.48}$$

Используя математический пакет [4] по формуле (1.48), получим $D_{\text{макс}} = 44{,}33$. Для перехода к децибельной мере КНД следует применить формулу (1.15): $D_{\text{дБ}} = 10lgD_{\text{макс}} = 16,47$ дБ.

***Расчет КНД по заданной характеристике направленности***

1. Задать ненормированную характеристику направленности

$$f1(\theta, \varphi) := \frac{\sin(3\cdot\pi\cdot\sin(\theta)\cdot\cos(\varphi))}{\sin\left[\frac{\pi\cdot(\sin(\theta)\cdot\cos(\varphi))}{2}\right]}$$

2. Задать дискретные аргументы

$$i := 0, 1 .. 360 \qquad \varphi_i := \frac{2\cdot\pi\cdot i}{360} \qquad j := 0, 1 .. 180 \qquad \theta_j := \frac{2\cdot\pi\cdot j}{360}$$

3. Вычислить максимальное значение ненормированной характеристики направленности

$$f_{j,i} := \left|\frac{\sin\left(3\cdot\pi\cdot\sin\left(\theta_j\right)\cdot\cos\left(\varphi_i\right)\right)}{\sin\left[\frac{\pi\cdot\left(\sin\left(\theta_j\right)\cdot\cos\left(\varphi_i\right)\right)}{2}\right]}\right| \qquad M := \max(f) \qquad M = 6$$

4. Вычислить КНД в направлении максимального излучения

$$D1 := \frac{4\cdot\pi\cdot M^2}{\int_0^{2\cdot\pi}\int_0^{\pi}(f1(\theta, \varphi))^2\cdot\sin(\theta)\, d\theta\, d\varphi} \qquad D1 = 6$$

5. Задать нормированную характеристику направленности

$$F1(\theta, \varphi) := \frac{f1(\theta, \varphi)}{M}$$

6. Вычислить КНД в заданном направлении θ=5 градусов, φ= 5 градусов

$$D2 := D1\cdot F1(5\cdot deg, 5\cdot deg)^2 \qquad D2 = 4.805$$

Рис. 1.29. Решение задачи 3 с применением пакета Mathcad

# ГЛАВА 2
# ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ИЗЛУЧАТЕЛИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

## 2.1. Элементарный электрический излучатель

### 2.1.1. Определение

Элементарным электрическим излучателем называется короткий по сравнению с длиной волны провод ($l \ll \lambda$), по которому течет гармонический электрический ток $i = I_э \cos \omega t$, амплитуда и фаза которого считаются одинаковыми в любой точке провода (рис. 2.1, а). Поперечные размеры провода должны быть намного меньше его длины. Такая модель излучателя является идеализированной, потому что практическое создание излучателя с неизменной по всей длине амплитудой и фазой тока невозможно. Тем не менее, эта модель удобна для анализа большого класса излучающих систем. Весьма близким по своим свойствам к элементарному излучателю является диполь Герца (рис. 2.1, б). Благодаря металлическим шарам, которые обладают значительной емкостью, амплитуда тока слабо изменяется вдоль проводника.

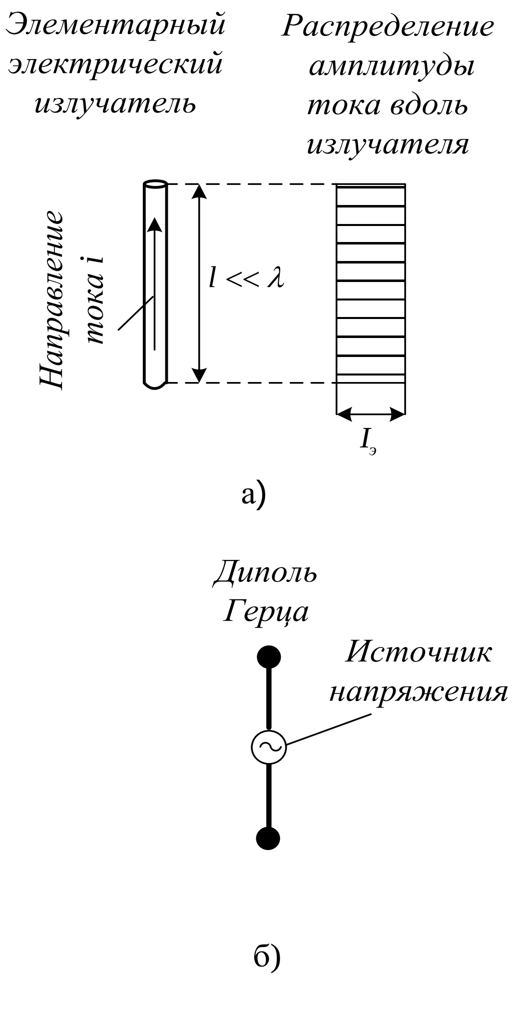



Рис. 2.1. Модель элементарного электрического излучателя: электродинамическая (а) и физическая (б)

Сложные проводящие тела, обтекаемые токами, мысленно можно считать состоящими из множества элементарных электрических излучателей. Такая возможность вытекает из того, что каково бы ни было реальное распределение амплитуды и фазы тока по проводящему телу, в пределах отрезка $l \ll \lambda$ их можно принять неизменными. При определении поля, создаваемого этими токами, можно воспользоваться принципом суперпозиции, то есть рассматривать суммарное поле как сумму полей элементарных излучателей.

### 2.1.2. Структура поля в дальней зоне элементарного электрического излучателя

Задача нахождения векторов напряженности электрического и магнитного полей $\vec{E}$ и $\vec{H}$, возбуждаемых током, протекающим по поверхности элементарного электрического излучателя, решается строго с помощью известных методов электродинамики [5, 25]. Характерным для векторов поля является их сложная зависимость от расстояния $r$ между излучателем и точкой, в которой определяется поле (точкой наблюдения). Такое обстоятельство послужило причиной условного разделения всего пространства, в котором находится излучатель, на три зоны: ближнюю, промежуточную и дальнюю. Ближняя зона соответствует условию $kr \ll 1$ ($k = 2\pi/\lambda$ — волновое число или фазовый коэффициент, $\lambda$ — длина волны в свободном пространстве). Дальняя или волновая зона (эту зону иногда называют зоной излучения) соответствует условию $kr \gg 1$. Промежуточная зона находится между ближней и дальней зонами.

Для радиосвязи, радиовещания и телевизионного вещания особый интерес представляет дальняя зона. Последнее вовсе не означает, что поля ближней зоны и промежуточной зоны не представляют практического интереса. Наоборот — многие задачи электромагнитной совместимости радиоэлектронных средств, задачи электромагнитной экологии решаются на основе исследования структуры поля реальных излучателей именно в этих зонах.

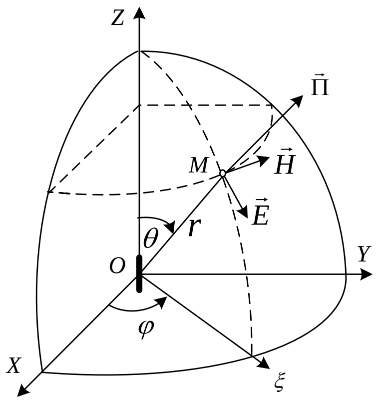



Рис. 2.2. Компоненты напряженности электрического и магнитного полей ЭЭИ

Рассмотрим элементарный электрический излучатель, ориентированный в сферической системе координат так, как это показано на рис. 2.2.

В произвольной точке $M$, находящейся в дальней зоне, учитываются только две составляющие: напряженности электрического и магнитного полей $\vec{E} = \vec{\theta}_0 E_\theta$ и $\vec{H} = \vec{\varphi}_0 H_\varphi$, комплексные амплитуды которых определяются по формулам:

$$\dot{\vec{E}}_m = \vec{\theta}_0 \dot{E}_{\theta m} = \vec{\theta}_0 j(W_0 I_э l/2r\lambda)\sin\theta\, e^{-jkr}, \tag{2.1}$$

$$\dot{\vec{H}}_m = \vec{\varphi}_0 \dot{H}_{\varphi m} = \vec{\varphi}_0 j(I_э l/2r\lambda)\sin\theta\, e^{-jkr}, \tag{2.2}$$

где:

$I_э$ — амплитуда тока излучателя;

$l$ — длина излучателя;

$r$ — расстояние от излучателя до точки наблюдения;

$\lambda$ — длина волны;

$\theta$ — угол между осью излучателя и направлением на точку наблюдения;

$W_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = 120\pi = 377$ Ом — характеристическое сопротивление свободного пространства.

Векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ перпендикулярны направлению распространения волны. Каждый из векторов направлен вдоль касательной к сферическому волновому фронту. Излучаемая электромагнитная волна имеет линейную поляризацию. Последнее означает, что в течение одного периода колебания векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ остаются параллельными некоторым прямым линиям.

Мгновенное значение вектора плотности потока энергии (вектора Пойнтинга $\vec{\Pi}$ на рис. 2.2) определяется выражением $\vec{\Pi} = [\vec{E}, \vec{H}]$.

### 2.1.3. Средняя плотность потока энергии, мощность и сопротивление излучения элементарного электрического излучателя

Зная структуру поля, можно найти очень важные характеристики элементарного электрического излучателя [5]:

– среднее (во времени — за период) значение плотности потока энергии (среднее значение вектора Пойнтинга)

$$\vec{\Pi}_{\text{ср}} = \vec{r}_0 \left|\dot{E}_{\theta m}\right|^2 / 2\mathrm{W}_0, \tag{2.3}$$

– мощность излучения

$$P_\Sigma = 40\pi^2 (l/\lambda)^2 I_{\text{э}}^2, \tag{2.4}$$

– сопротивление излучения

$$R_\Sigma = (2\pi/3)(l/\lambda)^2 W_0. \tag{2.5}$$

### 2.1.4. Направленные свойства элементарного электрического излучателя

Комплексные амплитуды составляющих поля $\dot{E}_{\theta m}$ и $\dot{H}_{\varphi m}$ прямо пропорциональны $\sin\theta$ и не зависят от угла $\varphi$. Вдоль своей оси, когда $\theta = 0°$ и $\theta = 180°$, излучатель не создает поля — $\dot{E}_{\theta m}$ и $\dot{H}_{\varphi m}$ равны нулю, так как $\sin 0° = \sin 180° = 0$. Максимальное поле наблюдается в направлении нормали к оси излучателя в экваториальной плоскости. Здесь $\theta = 90°$, $\sin 90° = 1$, а множители $(W_0 I_{\text{э}} l / 2r\lambda)$ в (2.1) и $(I_{\text{э}} l / 2r\lambda)$ в (2.2) не зависят от угловых координат. Следовательно, элементарный электрический излучатель — это простейшая антенна, обладающая направленными свойствами.

Выражение (2.1) для $\dot{E}_{\theta m}$, можно записать в виде трех множителей: постоянного, не зависящего от направления на точку наблюдения ($A = W_0 I_{\text{э}} l / 2r\lambda$), множителя, зависящего от направления на точку наблюдения $\sin\theta$, и фазового множителя ( $je^{-jkr}$). С учетом этого (2.1) примет вид:

$$\dot{\vec{E}}_m = \vec{\theta}_0 A \sin(\theta)\, je^{-jkr}. \tag{2.6}$$

Выражение (2.2) с учетом (2.6) сводится к следующему:

$$\dot{\vec{H}}_m = \vec{\varphi}_0 (A/W_0) \sin(\theta)\, je^{-jkr}. \tag{2.7}$$

Функция $f(\theta) = A\sin\theta$ в (2.6) при фиксированном расстоянии $r$ определяет зависимость значений амплитуды напряженности электрического поля от угловой координаты $\theta$, то есть является характеристикой направленности элементарного электрического излучателя в меридиональной плоскости. Заметим, что $f(\theta) = A\sin\theta$ определяет не только значение амплитуды, но и фазу напряженности поля, так как при переходе функции через нуль меняется её знак, что соответствует скачку фазы напряженности поля на $180^\circ$. Поэтому модуль функции $|f(\theta)| = A|\sin\theta|$ — амплитудная характеристика направленности элементарного электрического излучателя в меридиональной плоскости. Значение напряженности поля связано с амплитудной характеристикой направленности соотношением

$$|\dot{E}_{m\theta}| = |f(\theta)| = A|\sin\theta|. \tag{2.8}$$

Когда речь идет о направленных свойствах антенн, то обычно используют понятие нормированной, то есть отнесенной к своему максимальному значению, амплитудной характеристики направленности. Для элементарного электрического излучателя $F(\theta) = |f(\theta)|/|f(\theta)_{max}| = |\sin\theta|$, так как $|\sin\theta_{max}| = 1$.

Графическое изображение нормированной амплитудной характеристики направленности называют нормированной амплитудной диаграммой направленности антенны. Пространственная нормированная амплитудная диаграмма направленности, изображаемая в виде некоторой поверхности $F(\theta,\varphi)$, представляет собой объемную фигуру. Построение такой диаграммы сложно. На практике обычно пользуются плоскостными амплитудными диаграммами направленности, изображающими зависимость значений напряженности поля от направления в одной из двух главных плоскостей. Главными плоскостями для элементарного электрического излучателя (рис. 2.2) будут: любая меридиональная плоскость, проходящая через ось излучателя, например, плоскости $ZOX, ZOY, ZO\xi$, а также экваториальная плоскость $XOY$, перпендикулярная оси излучателя и проходящая через его середину. В рассматриваемом случае меридиональная плоскость является $E$ – плоскостью, а экваториальная — $H$ – плоскостью.

Нормированная амплитудная диаграмма направленности элементарного электрического излучателя в меридиональной плоскости $F(\theta) = |\sin\theta|$ в полярной системе координат изображена на рис. 2.3 (а). В экваториальной плоскости $(\theta = 90^\circ)$ амплитудная диаграмма направленности $F(\varphi) = const = 1$ не зависит от угла $\varphi$ (следствие осевой симметрии излучателя) и является окружностью (рис. 2.3, б).

Нормированные амплитудные диаграммы направленности элементарного электрического излучателя, построенные в декартовой системе координат, изображены на рис. 2.4 (а) (меридиональная плоскость) и на рис. 2.4 (б) (экваториальная плоскость).

Элементарный электрический излучатель имеет пространственную амплитудную диаграмму направленности $F(\theta,\varphi)$ в виде тороида.

Его поверхность образована вращением фигуры («восьмерки»), приведенной на рис. 2.3 (а), вокруг оси $OZ$.

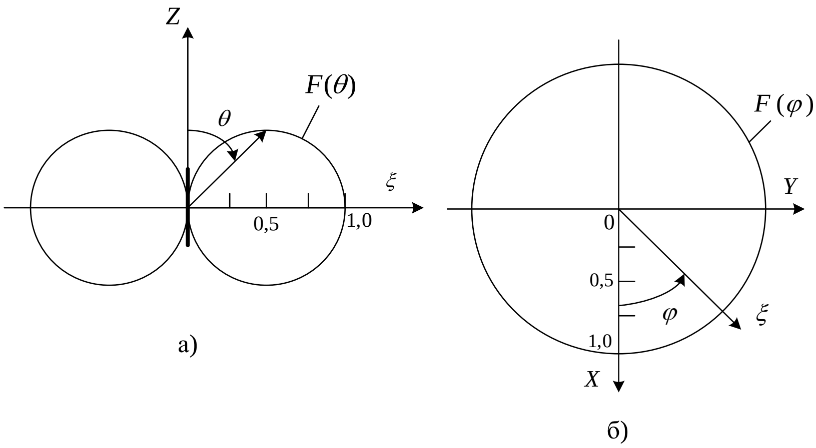



Рис. 2.3. Нормированные диаграммы направленности в полярной системе координат

На рис. 2.5 показана часть тороида в области пространства $90° \leq \varphi \leq 270°$.

В случае, кода излучатель ориентирован вдоль оси $OX$ (рис. 2.6, а) или вдоль оси $OY$ (рис. 2.6, б), структура поля в дальней зоне будет характеризоваться составляющими:

$$\vec{E} = \vec{\theta}_0 E_\theta + \vec{\varphi}_0 E_\varphi \,, \tag{2.9}$$

$$\vec{H} = \vec{\theta}_0 H_\theta + \vec{\varphi}_0 H_\varphi . \tag{2.10}$$

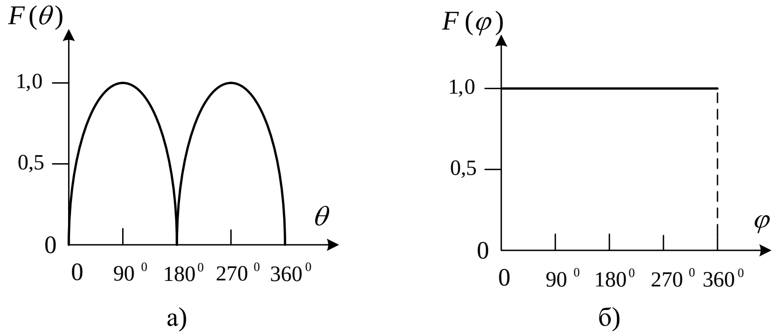



Рис. 2.4. Нормированные диаграммы направленности в декартовой системе координат

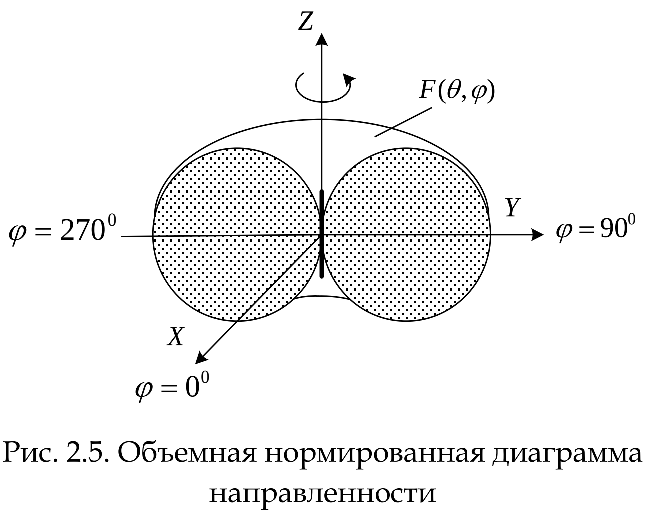



Рис. 2.5. Объемная нормированная диаграмма направленности

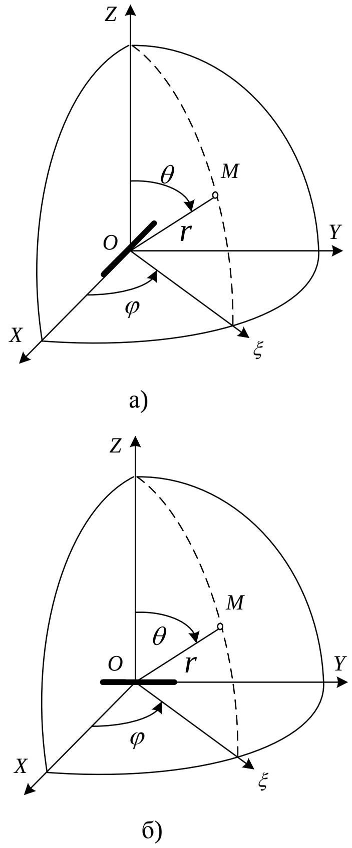



Рис. 2.6. Ориентации ЭЭИ вдоль оси $X$ (а) и вдоль оси $Y$(б)

Модули комплексных амплитуд отдельных составляющих при ориентации излучателя вдоль оси X или оси $Y$ определяются соотношениями табл.2.1:

Табл. 2.1.

| Положение излучателя | $\lvert\dot{E}_{\varphi m}\rvert$ | $\lvert\dot{E}_{\theta m}\rvert$ | $\lvert\dot{H}_{\varphi m}\rvert$ | $\lvert\dot{H}_{\theta m}\rvert$ |
|---|---|---|---|---|
| рис. 2.6, а | $A\lvert\sin\varphi\rvert$ | $A\lvert\cos\theta\cos\varphi\rvert$ | $(A/W_0)\lvert\cos\theta\cos\varphi\rvert$ | $(A/W_0)\lvert\sin\varphi\rvert$ |
| рис. 2.6, б | $A\lvert\cos\varphi\rvert$ | $A\lvert\cos\theta\sin\varphi\rvert$ | $(A/W_0)\lvert\cos\theta\sin\varphi\rvert$ | $(A/W_0)\lvert\cos\varphi\rvert$ |

Модули полных векторов через их составляющие определяются соотношениями:

$$|\dot{E}_m| = \sqrt{|\dot{E}_{\theta m}|^2 + |\dot{E}_{\varphi m}|^2}, \quad |\dot{H}_m| = \sqrt{|\dot{H}_{\theta m}|^2 + |\dot{H}_{\varphi m}|^2}. \tag{2.11}$$

### 2.1.5. Коэффициент направленного действия элементарного электрического излучателя

Элементарный электрический излучатель является слабонаправленной антенной, но, тем не менее, обеспечивающим пространственное перераспределение плотности потока энергии по сравнению с воображаемой абсолютно ненаправленной (изотропной) антенной. Степень пространственного перераспределения плотности потока энергии характеризуется коэффициентом направленного действия (КНД).

Для определения КНД элементарного электрического излучателя в направлении максимального излучения воспользуемся формулой (1.13):

$$D_{\text{макс}} = 4\pi/[\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} F^2(\theta,\varphi)\sin\theta d\theta d\varphi]. \tag{2.12}$$

Ели в формулу (2.12) подставить функцию $F(\theta) = \sin\theta$, соответствующую нормированной амплитудной характеристике направленности элементарного электрического излучателя, то легко убедиться, что $D_{\text{макс}} = 1{,}5$.

### 2.1.6. Обобщение определения элементарного электрического излучателя

Пусть элементарный электрический излучатель представляет собой элемент длинного провода, обладающего идеальной проводимостью (рис. 2.7, а). Линейный размер элемента по-прежнему удовлетворяет условию $l \ll \lambda$. В соответствии с граничными условиями [5] на границе раздела «идеальный проводник (провод) — диэлектрик (свободное пространство)» тангенциальная составляющая вектора $\vec{E}_\tau$ равна нулю, а тангенциальная составляющая вектора $\vec{H}_\tau$ определяется значением плотности поверхностного тока $\vec{\sigma}_s^{э}$. Действительно, поскольку $\vec{\sigma}_s^{э} = [\vec{n}_0, \vec{H}_\tau]$, а $\vec{n}_0$ — единичный вектор, совпадающий с нормалью к боковой поверхности излучателя (рис. 2.7, б), то $H_\tau = \sigma_s^{э}$. В то же время известно [5], что $\sigma_s^{э} = I_{э}/L$, где $I_{э}$ — амплитуда тока провода, $L$ — периметр поперечного сечения провода. Направление вектора $\vec{\sigma}_s^э$ совпадает с осью излучателя. Вектор $\vec{H}_\tau$ ориентирован по периметру сечения. На рис. 2.7 (б) в качестве примера обозначены три точки — 1, 2 и 3, в которых показаны векторы $\vec{\sigma}_s^э$ и $\vec{H}_\tau$. Составляющая вектора $\vec{H}$, нормальная к поверхности излучателя, равна нулю. Картина магнитных и электрических силовых линий поля элементарного электрического излучателя показана на рис. 2.7 (в).

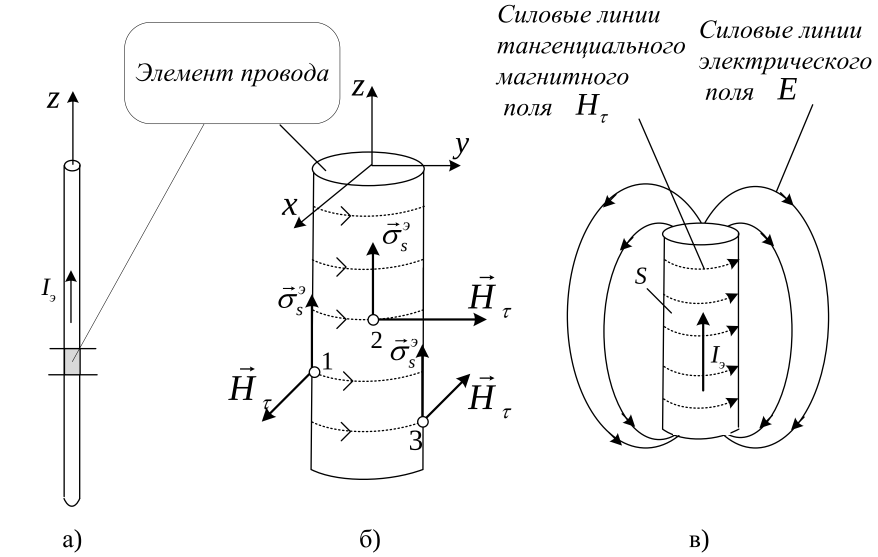



Рис. 2.7. Обобщение определения элементарного электрического излучателя

Таким образом, элементарный электрический излучатель можно рассматривать как элемент поверхности $S = Ll$, тангенциально к которой действуют силовые магнитные линии, а тангенциальные электрические силовые линии отсутствуют.

Поля в пространстве вокруг элементарного электрического излучателя могут быть выражены через тангенциальную составляющую магнитного поля на поверхности этого излучателя. Для этого в (2.1) и (2.2) достаточно произвести замену $I_э = H_\tau L$. Другими словами, если на поверхности любой формы задана тангенциальная составляющая магнитного поля, то элементарный участок этой поверхности с линейным размером $l \ll \lambda$ можно считать элементарным электрическим излучателем.

## 2.2. Элементарные магнитные излучатели

### 2.2.1. Определение

Элементарным магнитным излучателем называется короткий по сравнению с длиной волны элемент ($l \ll \lambda$), по которому протекает гармонический магнитный ток $i = I_м \cos \omega t$, амплитуда и фаза которого одинаковы в любой точке элемента. Поперечные размеры элемента должны быть намного меньше его длины. Обратимся к рис. 2.8: одна его часть (а) повторяет рис. 2.7 (в), другая — (б) соответствует элементарному магнитному излучателю [5].

Модель элементарного магнитного излучателя (рис. 2.8, б) можно представить как систему, идентичную модели элементарного электрического излучателя (рис. 2.8, а), но отличающуюся тем, что тангенциально к элементарной поверхности $S$ действуют замкнутые электрические силовые лини, а тангенциальное магнитное поле равно нулю.

Другими словами, если на поверхности любой формы задана тангенциальная составляющая электрического поля, то элементарный участок этой поверхности с линейным размером $l \ll \lambda$ можно считать элементарным магнитным излучателем.

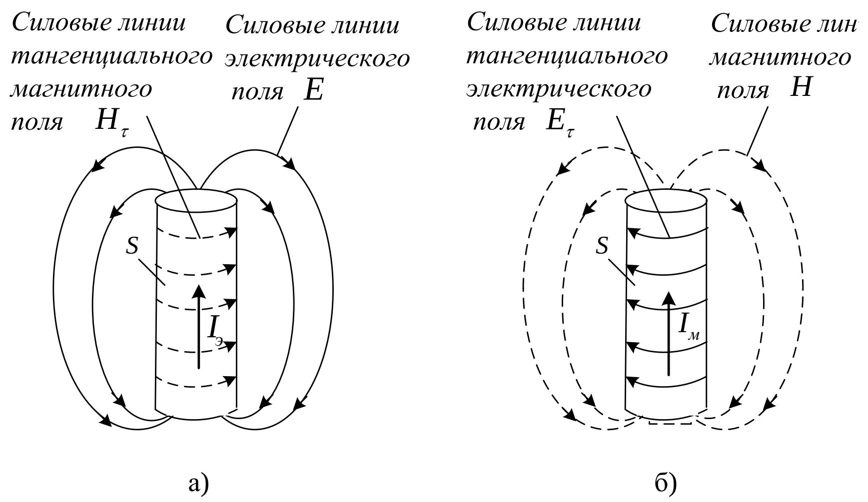



Рис. 2.8. Сравнение моделей элементарного электрического (а) и элементарного магнитного излучателей (б)

Известно, что ни магнитных зарядов, ни магнитного тока проводимости в природе не существует. Магнитный ток — это определенная абстракция, виртуальная аналогия электрического тока. Однако тангенциальная составляющая электрического поля на элементах реальных физических моделей и структура поля, показанная на рис. 2.8 (б), вполне реальны. Такие физические модели будут рассмотрены в следующих разделах. Мы вольны по аналогии с известной физической величиной — вектором плотности электрического тока

$$\vec{\sigma}_S^{э} = [\vec{n}_0, \vec{H}_\tau] \tag{2.13}$$

назвать векторное произведение

$$\vec{\sigma}_S^{м} = -[\vec{n}_0, \vec{E}_\tau] \tag{2.14}$$

вектором плотности магнитного тока элементарного магнитного излучателя.

### 2.2.2. Элементарный щелевой излучатель

Рассмотрим бесконечную протяженную идеально проводящую плоскость $\Psi$, в которой прорезана узкая щель (рис. 2.9, а). Если щель возбудить при помощи генератора высокой частоты напряжением $u = U \sin \omega t$, то в ней возникнет электрическое поле, линии которого $\vec{E}_\tau$ перпендикулярны краям щели. При выполнении условий $l \ll \lambda$, а также $b \ll l$ (щель – узкая) можно считать, что напряженность электрического поля вдоль щели не изменяется ни по амплитуде, ни по фазе. Такая структура называется элементарной излучающей щелью. Элементарную щель можно рассматривать как реальный излучатель, создающий такое же электромагнитное поле, как виртуальный элементарный магнитный излучатель. Структура поля, создаваемая элементарной щелью в дальней зоне ($kr \gg 1$), поясняется на рис. 2.9 (б).

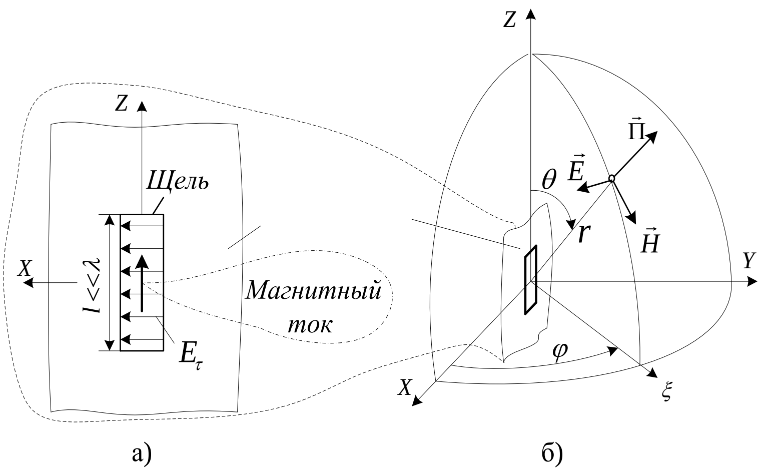



Рис. 2.9. Элементарный щелевой излучатель

В произвольной точке наблюдения, находящейся в дальней зоне свободного пространства, учитываются только две составляющие $\vec{E} = -\vec{\varphi}_0 E_\varphi$ и $\vec{H} = \vec{\theta}_0 H_\theta$, комплексные амплитуды которых определяются по формулам:

$$\dot{\vec{E}}_m = \vec{\varphi}_0 \dot{E}_{\varphi m} = -\vec{\varphi}_0 j(Ul/r\lambda)\sin\theta\, e^{-jkr}, \qquad (2.15)$$

$$\dot{\vec{H}}_m = \vec{\theta}_0 \dot{H}_{\theta m} = \vec{\theta}_0 j(Ul/W_0 r\lambda)\sin\theta\, e^{-jkr}, \qquad (2.16)$$

где:

$U$ – амплитуда напряжения возбуждения щели;

$l$ – длина щели;

$r$ – расстояние от щели до точки наблюдения;

$\lambda$ – длина волны;

$\theta$ – угол между осью щели и направлением на точку наблюдения;

$W_0$ – характеристическое сопротивление свободного пространства.

Излучаемая электромагнитная волна имеет линейную поляризацию. Мгновенное значение вектора Пойнтинга (вектор $\vec{\Pi}$ на рис. 2.9 (б)) определяется выражением $\vec{\Pi} = [\vec{E}, \vec{H}]$.

Зная структуру поля элементарного щелевого излучателя, можно найти важные характеристики:

– среднее (во времени — за период) значение плотности потока энергии (среднее значение вектора Пойнтинга)

$$\vec{\Pi}_{\text{ср}} = \vec{r}_0 \left|\dot{E}_{m\varphi}\right|^2 / 2\mathrm{W}_0, \qquad (2.17)$$

– проводимость излучения щели

$$G_\Sigma^{\text{щ}} = (1/45)(l/\lambda)^2, \qquad (2.18)$$

– мощность излучения щели

$$P_\Sigma = U^2 G_\Sigma^{\text{щ}}/2. \qquad (2.19)$$

Выражение (2.15) для $\dot{E}_{\varphi m}$, можно записать в виде трех множителей: постоянного, не зависящего от направления на точку наблюдения $B = Ul/r\lambda$, множителя, зависящего от направления на точку наблюдения $\sin\theta$, и фазового множителя $(-je^{-jkr})$. С учетом этого формула (2.15) примет вид:

$$\dot{\vec{E}}_m = -\vec{\varphi}_0 B \sin\theta\, je^{-jkr}. \tag{2.20}$$

Выражение (2.16) с учетом (2.20) можно представить в виде:

$$\dot{\vec{H}}_m = \vec{\theta}_0 (B/W_0) \sin\theta\, je^{-jkr}. \tag{2.21}$$

Сравнение формул (2.20), (2.21) для излучающей щели и (2.6), (2.7) для элементарного электрического излучателя показывает, что направленные свойства элементарной излучающей щели и элементарного электрического излучателя совершенно идентичны.

Главными плоскостями для элементарной излучающей щели (рис. 2.9, б) будут: любая меридиональная плоскость, проходящая через ось щели, например, плоскости $ZOX, ZOY, ZO\xi$, а также экваториальная плоскость $XOY$, перпендикулярная оси щели и проходящая через её середину. В рассматриваемом случае меридиональная плоскость является $H$ – плоскостью, а экваториальная — $E$ – плоскостью. Следует обратить внимание на следующее — меридиональная плоскость стала $H$ – плоскостью (у элементарного электрического излучателя (рис. 2.2) она была $E$ – плоскостью), а экваториальная плоскость стала $E$ – плоскостью (у элементарного электрического излучателя (рис. 2.2) она была $H$ – плоскостью).

Нормированная амплитудная характеристика направленности элементарной излучающей щели в меридиональной плоскости по-прежнему описывается функцией $F(\theta) = |\sin\theta|$, а в экваториальной — $F(\varphi) = const = 1$. Нормированные амплитудные диаграммы направленности в полярной и прямоугольной системе координат, пространственная амплитудная диаграмма направленности соответствуют диаграммам, приведенным на рис. 2.3, рис. 2.4 и рис. 2.5. Вполне очевидно, что и максимальный коэффициент направленного действия элементарной излучающей щели равен 1,5. Он в точности равен значению аналогичного параметра для элементарного электрического излучателя.

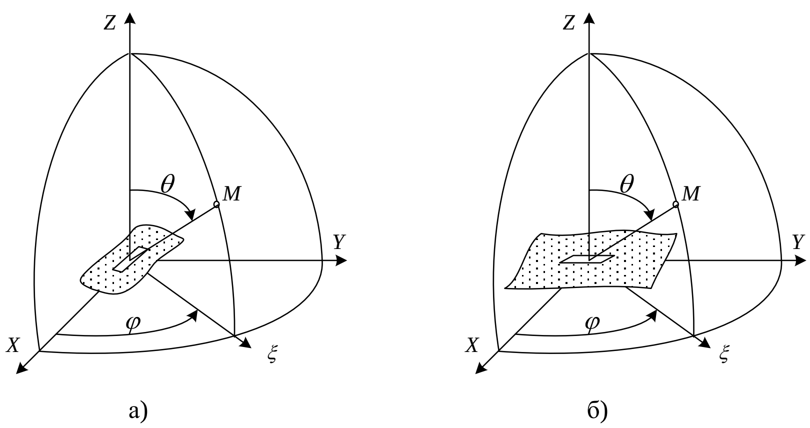



Рис. 2.10. Ориентация щели: вдоль оси $OX$ (а) и вдоль оси $OY$ (б)

При ориентации щели вдоль оси $OX$ (рис. 2.10, а) или вдоль оси $OY$ (рис. 2.10, б), структура её поля в волновой зоне будет характеризоваться составляющими:

$$\vec{E} = \vec{\theta}_0 E_\theta + \vec{\varphi}_0 E_\varphi,$$
$$\vec{H} = \vec{\theta}_0 H_\theta + \vec{\varphi}_0 H_\varphi.$$

Модули комплексных амплитуд отдельных составляющих при ориентации излучателя вдоль оси $OX$ или оси $OY$ определяются соотношениями:

Табл. 2.2.

| Положение щели | $\lvert\dot{E}_{\varphi m}\rvert$ | $\lvert\dot{E}_{\theta m}\rvert$ | $\lvert\dot{H}_{\varphi m}\rvert$ | $\lvert\dot{H}_{\theta m}\rvert$ |
|---|---|---|---|---|
| рис. 2.10, а | $B\lvert\cos\theta\cos\varphi\rvert$ | $B\lvert\sin\varphi\rvert$ | $(B/W_0)\lvert\sin\varphi\rvert$ | $(B/W_0)\lvert\cos\theta\cos\varphi\rvert$ |
| рис. 2.10, б | $B\lvert\cos\theta\sin\varphi\rvert$ | $B\lvert\cos\varphi\rvert$ | $(B/W_0)\lvert\cos\varphi\rvert$ | $(B/W_0)\lvert\cos\theta\sin\varphi\rvert$ |

Модули полных векторов через их составляющие определяются соотношениями:

$$\lvert\dot{E}_m\rvert = \sqrt{\lvert\dot{E}_{\theta m}\rvert^2 + \lvert\dot{E}_{\varphi m}\rvert^2}, \qquad \lvert\dot{H}_m\rvert = \sqrt{\lvert\dot{H}_{\theta m}\rvert^2 + \lvert\dot{H}_{\varphi m}\rvert^2}. \tag{2.22}$$

### 2.2.3. Элементарная электрическая рамка

Рассмотрим виток провода, по которому течет гармонический электрический ток $i = I_\text{р}\cos\omega t$ (рис. 2.11, а). Размеры витка таковы, что выполняются условия: $ka \ll 1; a \ll \lambda; S \ll \lambda^2$, где $k = 2\pi/\lambda$; $a$ – радиус витка; $S$ – площадь витка. Считаем, что амплитуда и фаза тока во всех точках витка одинаковы. Такой виток принято называть элементарной электрической рамкой.

Вокруг рамки создается электромагнитное поле. При этом линии магнитного поля охватывают текущий по витку ток. Сравним рис. 2.11 (б) и рис. 2.8 (б), на котором дана структура поля элементарного магнитного излучателя. Сравнение показывает, что картина силовых линий магнитного поля элементарной электрической рамки и элементарного магнитного излучателя, ось которого перпендикулярна плоскости рамки и проходит через ее центр, совершенно идентичны.

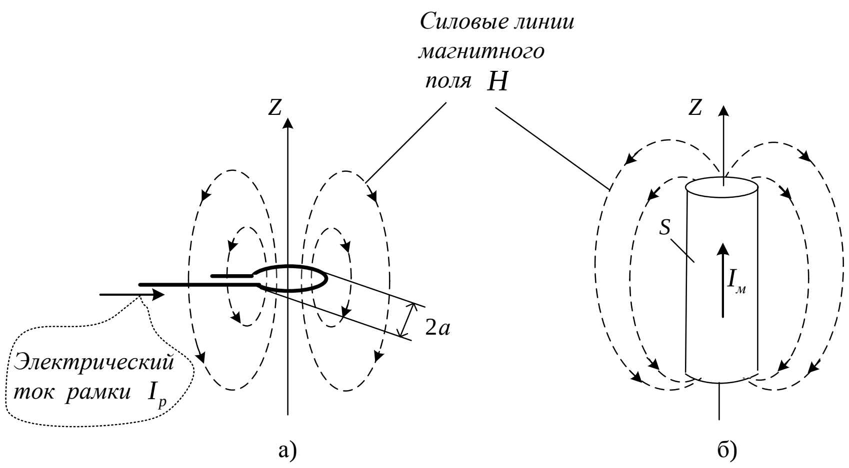



Рис. 2.11. Силовые линии напряженности магнитного поля

При ориентации плоскости рамки перпендикулярно оси $Z$ (рис. 2.12) комплексные амплитуды векторов напряженности электрического и магнитного полей в дальней зоне определяется выражениями:

$$\dot{\vec{E}}_m = -\vec{\varphi}_0 \dot{E}_{\varphi m} = -\vec{\varphi}_0 j\left(W_0 I_{\text{р}} l_{\text{д}}/2r\lambda\right) \sin\theta\, e^{-jkr}, \tag{2.23}$$

$$\dot{\vec{H}}_m = \vec{\theta}_0 \dot{H}_{\theta m} = \vec{\theta}_0 j\left(I_{\text{р}} l_{\text{д}}/2r\lambda\right) \sin\theta\, e^{-jkr}, \tag{2.24}$$

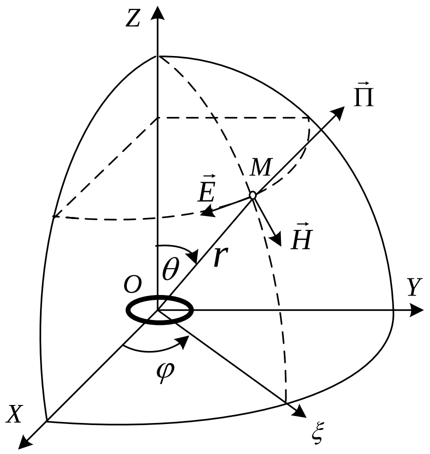



Рис. 2.12. Рамка, ориентированная перпендикулярно оси $Z$

где:

$I_{\text{р}}$ – амплитуда электрического тока возбуждения рамки;

$l_{\text{д}} = 2\pi S/\lambda$ – действующая длина рамки;

$S$ – площадь рамки;

$r$ – расстояние от центра рамки до точки наблюдения;

$\lambda$ – длина волны;

$\theta$ – угол между осью эквивалентного магнитного излучателя и направлением на точку наблюдения;

$W_0$ – характеристическое сопротивление свободного пространства.

Излучаемая электромагнитная волна имеет линейную поляризацию. Мгновенное значение вектора Пойнтинга (вектор $\vec{\Pi}$ на рис. 2.12) определяется выражением $\vec{\Pi} = [\vec{E}, \vec{H}]$.

Все сказанное относится к рамке любой формы, так как в случае очень малых размеров рамки ($S \ll \lambda^2$) форма витка не влияет на структуру поля в дальней зоне.

Выражение (2.23) для $\dot{E}_{\varphi m}$ можно записать в виде трех множителей: постоянного, не зависящего от направления на точку наблюдения ($C = W_0 I_{\text{р}} l_{\text{д}}/2r\lambda$), множителя, зависящего от направления на точку наблюдения, $\sin\theta$, и фазового множителя ($-je^{-jkr}$). С учетом этого формула (2.23) для свободного пространства примет вид:

$$\dot{\vec{E}}_m = -\vec{\varphi}_0 C \sin\theta\, je^{-jkr}. \tag{2.25}$$

Выражение (2.24) с учетом (2.25) можно представить в виде:

$$\dot{\vec{H}}_m = \vec{\theta}_0 (C/W_0) \sin\theta\, je^{-jkr}. \tag{2.26}$$

Сравнение формул (2.25), (2.26) для элементарной электрической рамки и (2.6), (2.7) для элементарного электрического излучателя показывает, что направленные свойства элементарной электрической рамки и элементарного электрического излучателя совершенно идентичны.

Главными плоскостями для элементарной электрической рамки (рис. 2.12) будут: любая меридиональная плоскость, проходящая через нормаль к плоскости рамки, например, плоскости $ZOX, ZOY, ZO\xi$, а также экваториальная плоскость $XOY$, содержащая плоскость рамки. В рассматриваемом случае меридиональная плоскость является $H$ – плоскостью, а экваториальная — $E$ – плоскостью. Следует обратить внимание на следующее: меридиональная плоскость стала $H$ – плоскостью (у элементарного электрического излучателя (рис. 2.2) она была $E$ – плоскостью), а экваториальная плоскость стала $E$ – плоскостью (у элементарного электрического излучателя (рис. 2.2) она была $H$ – плоскостью).

Нормированная амплитудная характеристика направленности элементарной электрической рамки в меридиональной плоскости по-прежнему описывается функцией $F(\theta) = |\sin\theta|$, а в экваториальной — $F(\varphi) = const = 1$. Нормированные амплитудные диаграммы направленности в полярной и прямоугольной системе координат, пространственная амплитудная диаграмма направленности соответствуют диаграммам, приведенным на рис. 2.3, рис. 2.4 и рис. 2.5. Вполне очевидно, что и максимальный коэффициент направленного действия элементарной электрической рамки равен 1,5. Он в точности равен значению аналогичного параметра для элементарного электрического излучателя и элементарной излучающей щели.

В том случае, когда плоскость электрической рамки совпадает с плоскостью $ZOY$ (рис. 2.13, а) или с плоскостью $ZOX$ рис. 2.13, б), структура её поля в волновой зоне будет характеризоваться составляющими:

$$\vec{E} = \vec{\theta}_0 E_\theta + \vec{\varphi}_0 E_\varphi,$$
$$\vec{H} = \vec{\theta}_0 H_\theta + \vec{\varphi}_0 H_\varphi.$$

При ориентации плоскости рамки нормально оси $OX$ или оси $OY$ модули комплексных амплитуд отдельных составляющих определяются соотношениями:

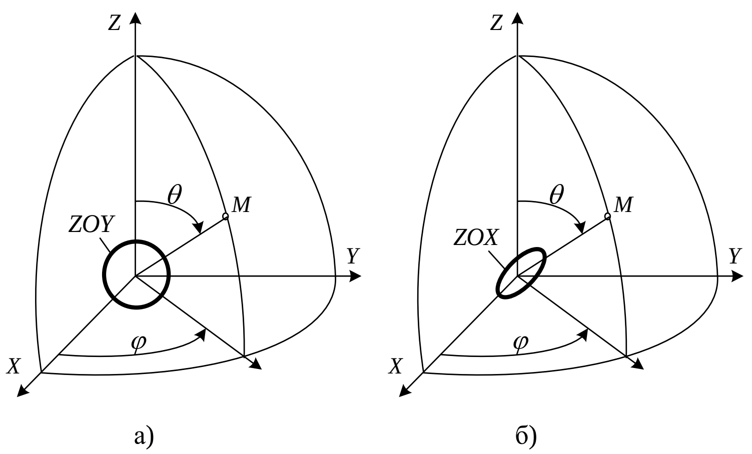



Рис. 2.13. Ориентации рамки: в плоскости $ZOY$(а) и $ZOX$(б).

Табл. 2.3.

| Положение рамки | $\lvert\dot{E}_{\varphi m}\rvert$ | $\lvert\dot{E}_{\theta m}\rvert$ | $\lvert\dot{H}_{\varphi m}\rvert$ | $\lvert\dot{H}_{\theta m}\rvert$ |
|---|---|---|---|---|
| рис. 2.13, а | $C\lvert\cos\theta\cos\varphi\rvert$ | $C\lvert\sin\varphi\rvert$ | $(C/W_0)\lvert\sin\varphi\rvert$ | $(C/W_0)\lvert\cos\theta\cos\varphi\rvert$ |
| рис. 2.13, б | $C\lvert\cos\theta\sin\varphi\rvert$ | $C\lvert\cos\varphi\rvert$ | $(C/W_0)\lvert\cos\varphi\rvert$ | $(C/W_0)\lvert\cos\theta\sin\varphi\rvert$ |

Модули полных векторов через их составляющие определяются соотношениями:

$$|\dot{E}_m| = \sqrt{|\dot{E}_{\theta m}|^2 + |\dot{E}_{\varphi m}|^2}, \qquad |\dot{H}_m| = \sqrt{|\dot{H}_{\theta m}|^2 + |\dot{H}_{\varphi m}|^2}. \qquad (2.27)$$

## 2.3. Элемент Гюйгенса

### 2.3.1. Определение

Электромагнитные волны излучателей, рассмотренных в предыдущих разделах, являются поперечными. Это значит, что векторы электрического и магнитного поля, во-первых, перпендикулярны направлению распространения, во-вторых — касательны (тангенциальны) к волновому фронту. Если мысленно выделить на поверхности фронта плоской волны, распространяющейся вдоль оси $Z$, элементарный участок $\Delta S = l_x l_y$ (рис. 2,14, а), то векторы электрического и магнитного полей волны будут также касательны к площадке и взаимно перпендикулярны между собой (рис. 2.14, б).

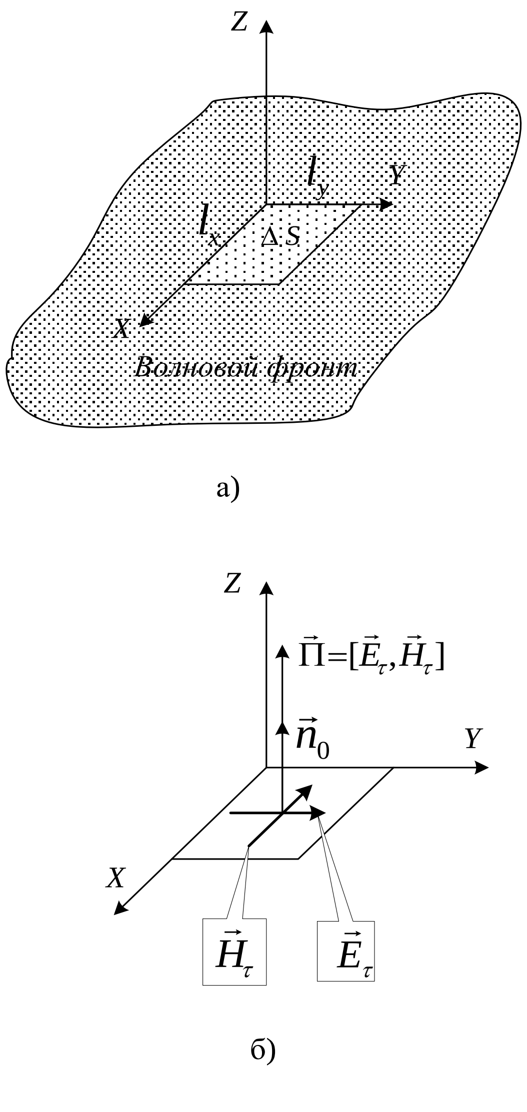



Рис. 2.14. Элемент Гюйгенса

Наличие тангенциальной составляющей магнитного поля $\vec{H}_\tau$ на некоторой поверхности позволяет считать любой элементарный участок этой поверхность элементарным электрическим излучателем. Аналогично, тангенциальная составляющая электрического поля на элементарной поверхности является признаком существования элементарного магнитного излучателя. Векторы плотности электрического и магнитного токов (рис. 2.15, а) определяются формулами:

$$\vec{\sigma}_s^{\text{э}} = \left[\vec{n}_0, \vec{H}_\tau\right] , \qquad (2.28)$$

$$\vec{\sigma}_s^{\text{м}} = -\left[\vec{n}_0, \vec{E}_\tau\right] . \qquad (2.29)$$

Следовательно, элементарный участок волнового фронта — элемент Гюйгенса — можно рассматривать как совокупность взаимно перпендикулярных элементарных электрического и магнитного излучателей, центры которых расположены в одной точке (центре элементарного участка $\Delta S$). Излучатели ориентированы в пространстве так, что их оси составляют угол $90^\circ$ с направлением распространения волны, определяемом вектором $\vec{\Pi}$ — рис. 2.15 (б).

Таким образом, элемент Гюйгенса — гипотетический излучатель, соответствующий бесконечно малому элементу волнового фронта плоской электромагнитной волны линейной поляризации. Элемент Гюйгенса вводится в теорию антенн в связи с применением принципа эквивалентных поверхностных токов (электрического и магнитного) –– аналога известного из оптики принципа Гюйгенса.

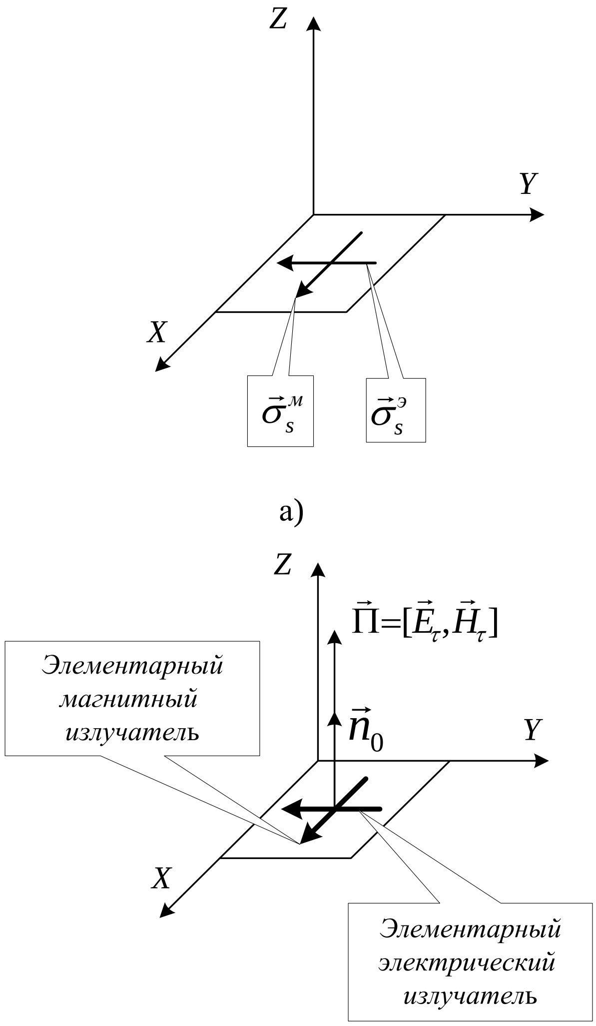



Рис. 2.15. Элемент Гюйгенса, заданный поверхностными токами

### 2.3.2. Структура поля и направленные свойства элемента Гюйгенса

Совокупность двух элементарных излучателей (рис. 2.16) усложняет структуру результирующего поля по сравнению со структурой поля каждого излучателя в отдельности.

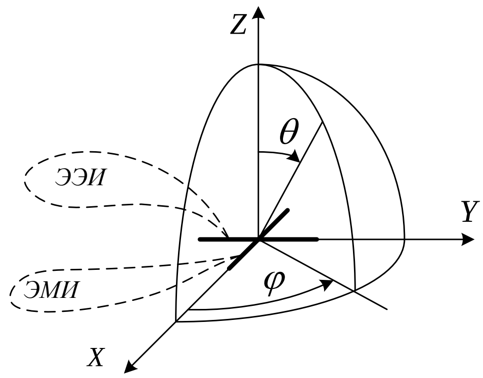



Рис. 2.16. Элемент Гюйгенса, состоящий из двух элементарных излучателей

В произвольной точке дальней зоны с координатами $\theta, \varphi, r$ в общем случае каждый излучатель создает по две составляющие напряженности электрического и магнитного поля. При определении результирующего поля эти составляющие должны соответствующим образом суммироваться.

Можно показать, что комплексные амплитуды составляющих напряженности электрического поля определяются следующими формулами:

$$\dot{\vec{E}}_{1m} = \vec{\theta}_0 \dot{E}_{\theta m} = -\vec{\theta}_0 j(E_\tau \Delta S/2r\lambda)(1+\cos\theta)\sin\varphi e^{-jkr}, \quad (2.30)$$

$$\dot{\vec{E}}_{2m} = \vec{\varphi}_0 \dot{E}_{\varphi m} = -\vec{\varphi}_0 j(E_\tau \Delta S/2r\lambda)(1+\cos\theta)\cos\varphi e^{-jkr}. \quad (2.31)$$

Если ввести обозначение $G = E_\tau \Delta S/2r\lambda$, то амплитудные ненормированные характеристики направленности этих составляющих будут иметь вид:

$$|\dot{E}_{1m}| = |f_1(\theta,\varphi)| = G(1+\cos\theta)|\sin\varphi|, \tag{2.32}$$

$$|\dot{E}_{2m}| = |f_2(\theta,\varphi)| = G(1+\cos\theta)|\cos\varphi|. \tag{2.33}$$

Из рис. 2.16 нетрудно установить, какие плоскости будут главными. Плоскость $ZOY$ $(\varphi = 90^\circ)$ является $E$ – плоскостью, как для элементарного электрического излучателя, так и для элементарного магнитного излучателя. Плоскость $ZOX$ $(\varphi = 0^\circ)$ является $H$ – плоскостью, как для элементарного электрического излучателя, так и для элементарного магнитного излучателя. При этом в каждой из главных плоскостей остается по одной составляющей. В $E$ – плоскости сохраняется только составляющая $|\dot{E}_{\theta m}| = G(1+\cos\theta)$, а в $H$ – плоскости остается составляющая $|\dot{E}_{\varphi m}| = G(1+\cos\theta)$. Следовательно, нормированные амплитудные характеристики направленности элемента Гюйгенса в главных плоскостях одинаковы и определяются формулой:

$$F(\theta) = (1+\cos\theta)/2. \tag{2.34}$$

Нормированная амплитудная диаграмма направленности, рассчитанная по формуле (2.34), имеет форму кардиоиды и показана на рис. 2.17.

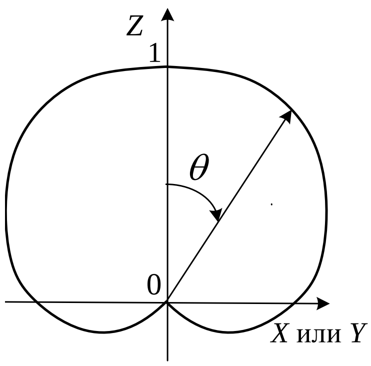


Рис. 2.17. Нормированная амплитудная диаграмма направленности элемента Гюйгенса

Видно, что, элемент Гюйгенса обладает однонаправленными свойствами: направление максимума излучения перпендикулярно поверхности элемента и направлено в сторону движения волны; в обратном направлении — излучения нет. В любой плоскости, проходящей через ось Z, но отличной от главных, нормированная диаграмма направленности суммарного поля двух составляющих будет иметь такой же вид. Это вывод следует из формул (2.32) и (2.33) с учетом того, что

$$|\dot{E}_m| = \sqrt{|\dot{E}_{1m}|^2 + |\dot{E}_{2m}|^2}. \tag{2.35}$$

Другими словами, пространственная диаграмма направленности $F(\theta,\varphi)$ представляет собой тело вращения кардиоиды вокруг оси Z.

В плоскости $XOY$ элемент Гюйгенса не обладает направленными свойствами.

### 2.3.3. Коэффициент направленного действия элемента Гюйгенса

Для определения КНД элемента Гюйгенса в направлении максимального излучения воспользуемся формулой (1.13):

$$D_{\text{макс}} = 4\pi/[\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} F^2(\theta,\varphi)\, sin\,\theta d\theta d\varphi]. \tag{2.36}$$

Координаты $\theta, \varphi$ и направления их отсчета соответствуют приведенным, рис. 2.16. Если в формулу (2.36) подставить функцию $F(\theta,\varphi) = (1+\cos\theta)/2$, которая соответствует нормированной амплитудной характеристике направленности элемента Гюйгенса, то легко убедиться, что $D_{\text{макс}} = 3{,}0$. Для вычисления интеграла в формуле (2.36) можно использовать численное интегрирование с помощью математических пакетов, например, [4].

Значение КНД элемента Гюйгенса в два раза больше значения КНД элементарного электрического или элементарного магнитного излучателей. Это и понятно: амплитудная диаграмма направленности элемента Гюйгенса имеет одностороннюю направленность.

## 2.4. Вопросы и задания для самопроверки

1. Как ориентированы в пространстве главные плоскости векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ ($E$ – плоскость и $H$– плоскость):
   - – элементарного электрического излучателя;
   - – элементарной излучающей щели;
   - – элементарной электрической рамки;
   - – элемента Гюйгенса?
2. Изобразите в полярной системе координат нормированную амплитудную диаграмму направленности в дальней (волновой) зоне в плоскости вектора $\vec{H}$:
   - – элементарного электрического излучателя;
   - – элементарной излучающей щели;
   - – элементарной электрической рамки;
   - – элемента Гюйгенса.
3. Изобразите в полярной системе координат нормированную амплитудную диаграмму направленности в дальней (волновой) зоне в плоскости вектора $\vec{E}$:
   - – элементарного электрического излучателя;
   - – элементарной излучающей щели;
   - – элементарной электрической рамки;
   - – элемента Гюйгенса.
4. Изобразите в прямоугольной (декартовой) системе координат нормированную амплитудную диаграмму направленности в дальней (волновой) зоне в плоскости вектора $\vec{E}$:
   - – элементарного электрического излучателя;
   - – элементарной излучающей щели;
   - – элементарной электрической рамки;
   - – элемента Гюйгенса.

5. Изобразите в прямоугольной (декартовой) системе координат нормированную амплитудную диаграмму направленности в дальней (волновой) зоне в плоскости вектора $\vec{H}$:
- элементарного электрического излучателя;
- элементарной излучающей щели;
- элементарной электрической рамки;
- элемента Гюйгенса.

6. Чему равен КНД в направлении максимального излучения:
- элементарного электрического излучателя;
- элементарной излучающей щели;
- элементарной электрической рамки;
- элемента Гюйгенса?

7. Электромагнитные волны какого вида поляризации излучаются элементарными излучателями в свободном пространстве в дальней (волновой) зоне?

8. Как зависят от расстояния $r$ значение амплитуд напряженностей электрического и магнитного полей в дальней (волновой) зоне элементарных излучателей?

9. Какой вектор электромагнитного поля распределен равномерно на поверхности элементарного электрического излучателя?

10. Какой вектор электромагнитного поля распределен равномерно на поверхности элементарного магнитного излучателя?

11. Какие векторы электромагнитного поля распределены равномерно на поверхности элемента Гюйгенса?

12. Какими критериями определяются границы ближней и дальней (волновой) зоны элементарных излучателей?

13. Запишите и поясните формулы, позволяющие определить поверхностные плотности электрического и магнитного токов элементарных излучателей через тангенциальные составляющие электромагнитных полей на их поверхностях?

14. Как определить направление распространения электромагнитной волны в некоторой точке, если в этой точке известны векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$.

## 2.5. Задачи

### 2.5.1. Задачи для самостоятельного решения

2.1. Определить амплитуды всех составляющих напряженности электрического и магнитного полей элементарного электрического излучателя в точке пространства с координатами: $r = 1000$ м, $\theta = 45^{\circ}, \varphi = 60^{\circ}$. Излучатель ориентирован вдоль оси $X$ (рис. 2.18, а). Амплитуда тока, возбуждающего излучатель, равна 1 А, частота 300 МГц, длина излучателя 10 см. Значения амплитуд напряженности электрического поля выразить в децибелах относительно 1 мВ/м — магнитного поля — в децибелах относительно 1 мА/м.

(*Ответ:* $E_{\theta m} = 16{,}5$ дБ/мВ/м; $E_{\varphi m} = 24{,}3$ дБ/мВ/м; $H_{\varphi m} = -35{,}05$ дБ/мА/м; $H_{\theta m} = -27{,}3$ дБ/мА/м).

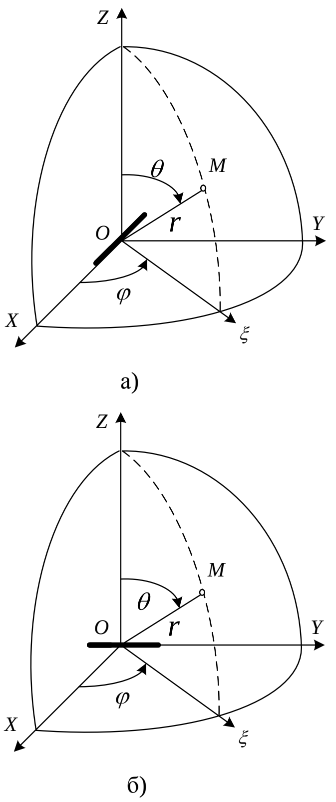


Рис. 2.18

2.2. Элементарный электрический излучатель ориентирован вдоль оси $Y$ (рис. 2.18, б). Определить значения амплитуд составляющих напряженности электрического поля $E_{\theta m}$, $E_{\varphi m}$ и составляющих напряженности магнитного поля $H_{m\theta}$, $H_{m\varphi}$ в расчетной точке с координатами: $r = 1000$ м, $\theta = 45^{\circ}$, $\varphi = 60^{\circ}$. Амплитуда тока, возбуждающего излучатель, равна 1 А, частота 300 МГц, длина излучателя 10 см. Значения амплитуд напряженности электрического поля выразить в децибелах относительно 1 мВ/м — магнитного поля — в децибелах относительно 1 мА/м.

(*Ответ*: $E_{\theta m} = 21{,}3$ дБ/мВ/м; $E_{\varphi m} = 19{,}5$ дБ/мВ/м; $H_{\varphi m} = -30{,}3$ дБ/мА/м; $H_{\theta m} = -32{,}04$ дБ/мА/м).

2.3 . Элементарный электрический излучатель ориентирован вдоль оси $X$ (рис. 2.18, а). Амплитуда тока, возбуждающего излучатель, равна 1 А, частота 300 МГц, длина излучателя 10 см. Определить азимутальный угол $\varphi$ точки наблюдения поля, для которого значения амплитуд составляющих напряженности электрического поля $E_{\theta \mathrm{m}}, E_{\varphi m}$ окажутся равными, если угол места $\theta = 60^{\circ}$. Определить значения искомых амплитуд при $r = 1000$ м.

(*Ответ*: $\varphi = 26{,}6^{\circ}$; $E_{\theta m} = E_{\varphi m} = 8{,}43 \cdot 10^{-3}$ В/м).

2.4. Определить значение мощности излучения элементарного электрического излучателя, если известно, что на расстоянии 500 м от него максимальное значение амплитуды напряженности электрического поля равно 0,0182 В/м.

(Ответ: $P_{\Sigma} = 0{,}92$ Вт).

2.5. Длина элементарного электрического излучателя в сравнении с длиной волны последовательно изменяется в пределах от $l/\lambda = 0{,}01$ до $l/\lambda = 0{,}1$ с шагом 0,01. Рассчитать и построить график зависимости сопротивления излучения излучателя от $l/\lambda$, а также график изменения амплитуды тока, поддерживающего постоянство значения излучаемой мощности на уровне 5 Вт.

2.6. Определить азимутальный угол $\varphi$ точки наблюдения, при котором амплитуды составляющих элементарного электрического излучателя $E_{\theta m}, E_{\varphi m}$ в точке наблюдения, имеющей координату $\theta = 60^{\circ}$ и находящейся в дальней зоне, будут равны между собой. Излучатель ориентирован вдоль оси $Y$ (рис. 2.18, б).

Амплитуда тока, который возбуждает излучатель, равна 1 А на частоте 300 МГц, длина излучателя 10 см. Определить значения искомых амплитуд на расстоянии 500 м. (*Ответ*: $\varphi = 63{,}4^\circ$; $E_{\theta m} = E_{\varphi m} = 0{,}017$ В/м).

2.7. Определить действующую длину элементарной излучающей рамки (рис. 2.19) и её площадь, если известно, что на расстоянии 500 метров при амплитуде тока возбуждения 1 А на частоте 15 МГц максимальное значение амплитуды напряженности поля равна 1 мВ/м. (*Ответ*: $l_д = 0{,}053$ м; $S = 0{,}169$ м$^2$).

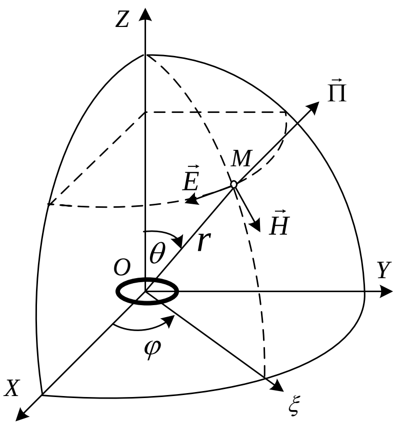


Рис. 2.19

2.8. Плоскость элементарной рамки, возбужденной электрическим током, находится в плоскости $XOY$(рис. 2.19). Амплитуда тока равна 0,1 А, частота 3 ГГц, площадь рамки 0,1 м$^2$. Определить максимальное значение амплитуды напряженности электрического поля на расстоянии 2000 метров от центра рамки. Найденное значение амплитуды напряженности электрического поля выразить в В/м и децибелах относительно 1 мВ/м. (*Ответ*: $E_{\varphi m} = 0{,}592$ В/м; $E_{\varphi m} = 55{,}5$ дБ/мВ /м).

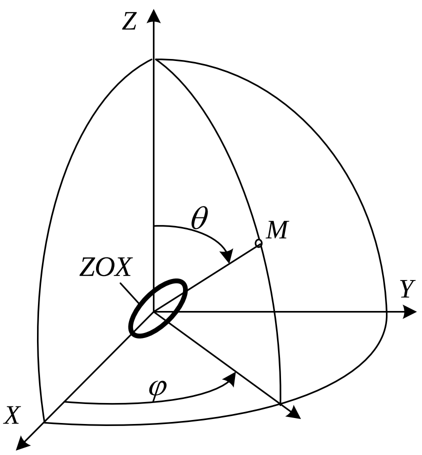


Рис. 2.20

2.9. Ось магнитного излучателя, роль которого выполняет одновитковая проволочная рамка, ориентирована вдоль оси $Y$(рис. 2.20). Амплитуда тока, возбуждающего рамку на частоте 500 МГц, равна 0,2 А. Площадь рамки равна 0,6 м$^2$. Определить азимутальную координату точки наблюдения поля в пространстве на расстоянии 1000 метров, где амплитуды составляющих напряженности электрического поля при $\theta = 45^\circ$ имеют одинаковые значения. Определить в децибелах значение амплитуд этих составляющих в сравнении с 1 В/м.

(*Ответ*: $\varphi = 54{,}7^\circ$; $E_{\theta m} = E_{\varphi m} = -12{,}84$ дБ/В /м).

2.10. Два идентичных элементарных электрических излучателя находятся в плоскости $XOY$. Один из них ориентирован вдоль оси X, а другой — вдоль оси $Y$ (рис. 2.21). Их фазовые центры находятся в центре сферической системы координат. Определить отношение амплитуд токов, возбуждающих излучатели, если в точке наблюдения поля с угловыми координатами $\theta = 45^\circ, \varphi = 35^\circ$ значения амплитуд полных векторов напряженности электрического поля равны между собой. (*Ответ*: $I_x/I_y = 1{,}12$).

2.11. Два идентичных элементарных электрических излучателя находятся в плоскости $XOY$. Один из них ориентирован вдоль оси $X$, а другой — вдоль оси $Y$ (рис. 2.21). Их фазовые центры находятся в центре сферической системы координат. Определить отношение амплитуд токов, возбуждающих излучатели, если в точке наблюдения поля с азимутальной координатой $\varphi = 65^\circ$ значения амплитуд составляющих $E_{\theta m}$ напряженности электрического поля равны между собой. (*Ответ*: $I_x/I_y = 2{,}145$).

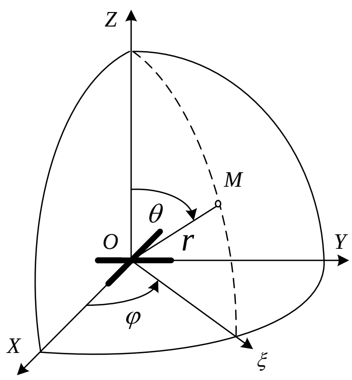



Рис. 2.21

2.12. Два идентичных элементарных электрических излучателя находятся в плоскости $XOY$. Один излучатель расположен вдоль оси $X$, а другой — вдоль оси $Y$(рис. 2.21). Их фазовые центры находятся в центре сферической системы координат. Определить отношение амплитуд токов, возбуждающих излучатели, если в точке наблюдения поля с азимутальной координатой $\varphi = 65^\circ$ значения амплитуд составляющих $E_{\varphi m}$ напряженности электрического поля равны между собой. (*Ответ*: $I_x/I_y = 0{,}466$).

2.13. Элементарный магнитный излучатель в виде щели ориентирован своей осью вдоль оси $Z$ (рис. 2.22). Широкая сторона щели равна 10 см, узкая сторона щели равна 0,1 см. Амплитуда напряжения, возбуждающего щель на частоте 300 МГц, равна 100 В. Определить значения амплитуд составляющих поля $H_{\theta m}$, $E_{\varphi m}$ на расстоянии 100 м в точке пространства с угловой координатой $\theta = 30^\circ, \varphi = 90^\circ$. (*Ответ*: $E_{\varphi m} = 0{,}05$ В/м , $H_{\theta m} = 1{,}33 \cdot 10^{-4}$А/м).

2.14. Определить проводимость излучения элементарной излучающей щели длиной $l = 10$ см при частоте возбуждения 1500 МГц.

(*Ответ*: $G = 5{,}56 \cdot 10^{-3}$См).

2.15. Определить максимальное значение амплитуды полного вектора напряженности электрического поля излучающей системы, состоящей из элементарной излучающей рамки и элементарного электрического излучателя. Плоскость рамки совпадает с плоскостью $XOY$ (рис. 2.23), а ее площадь равна 2 м². Элементарный излучатель ориентирован перпендикулярно плоскости рамки и имеет длину 0,4 м. Амплитуды токов, возбуждающих рамку и излучатель равны 1 А, частоты 10 МГц. Фазовые центры элементарных излучателей совмещены с центром системы координат. Точка наблюдения поля находится на расстоянии 1000 м. (*Ответ*: $E_{\theta m} = 3{,}64 \cdot 10^{-3}$В/м).

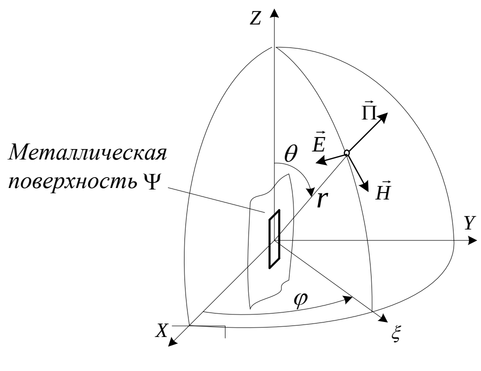



Рис. 2.22

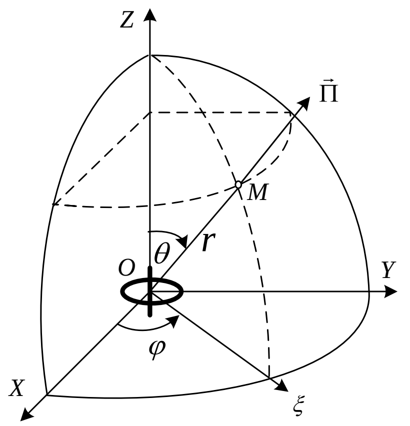



Рис. 2.23

2.16. Рассчитать модуль полного вектора напряженности электрического поля $|\vec{E}|$, для точки $M$ с координатами $(r = 1000 \text{ м}, \theta = 90^\circ, \varphi = 90^\circ)$. Излучающая система, состоит из элементарной излучающей рамки и элементарного электрического излучателя (рис. 2.23). Плоскость рамки совпадает с плоскостью $XOY$, а ее площадь равна 0,02 м². Элементарный излучатель ориентирован перпендикулярно плоскости рамки и имеет длину 0,1 м. Амплитуды токов, возбуждающих рамку и излучатель равны 1 А, частоты 10 МГц. Фазовые центры элементарных излучателей совмещены с центром системы координат.

(*Ответ*: $|\vec{E}| = 0{,}63$ мВ/м).

2.17. Рассчитать модуль полного вектора напряженности магнитного поля $|\vec{H}|$, для точки с координатами $(r = 1000 \text{ м}, \theta = 90^\circ, \varphi = 0^\circ)$. Излучающая система, состоит из элементарной излучающей рамки и элементарного электрического излучателя (рис. 2.23). Плоскость рамки совпадает с плоскостью $XOY$, а ее площадь равна 0,02 м². Элементарный излучатель ориентирован перпендикулярно плоскости рамки и имеет длину 0,1 м. Амплитуды токов, возбуждающих рамку и излучатель равны 1 А, частоты 10 МГц. Фазовые центры элементарных излучателей совмещены с центром системы координат.

(*Ответ*: $|\vec{H}| = 1{,}67 \cdot 10^{-3}$ мА/м).

2.18. Для области дальней зоны рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности $F(\theta)$ в плоскости $XOZ$ и построить соответствующую ей нормированную амплитудную диаграмму направленности в полярной и прямоугольной системах координат для излучающей системы, состоящей из элементарной излучающей рамки и элементарного электрического излучателя. Плоскость рамки совпадает с плоскостью $XOY$. Элементарный электрический излучатель ориентирован перпендикулярно плоскости рамки (рис. 2.23). (*Ответ*: $F(\theta) = \sin\theta$).

2.19. Излучающая система, состоит из элементарной излучающей рамки и элементарного электрического излучателя (рис. 2.23). Частоты токов, возбуждающих рамку и излучатель, равны 10 МГц. Фазовые центры элементарных излучателей совмещены с центром системы координат. Точка наблюдения поля находится в дальней зоне. Плоскость рамки совпадает с плоскостью $XOY$, а ее площадь равна 2 м². Элементарный излучатель ориентирован перпендикулярно плоскости рамки и имеет длину 0,4 м. Определить отношение амплитуд токов в рамке $(I_{\text{р}})$ и в элементарном электрическом излучателе $(I_{\text{ээи}})$, при котором значения амплитуд напряженности поля элементарной рамки и элементарного электрического излучателя в точке наблюдения, находящейся в дальней зоне, будут равны. (*Ответ*: $I_{\text{р}}/I_{\text{ээи}} = 0{,}955$).

2.20. Элемент Гюйгенса расположен в плоскости $XOY$ (рис. 2.24). Рассчитать его нормированную амплитудную характеристику направленности в плоскости $\xi OZ$ при $\varphi = 60°$. Построить нормированную амплитудную диаграмму направленности в полярной системе координат.

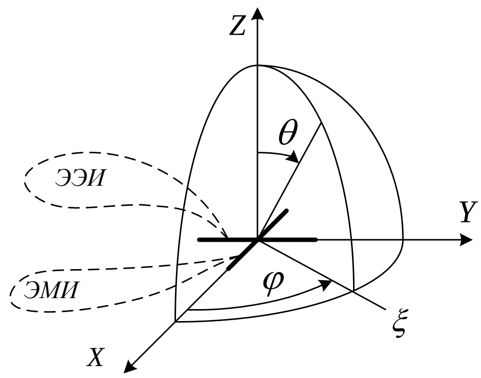



Рис. 2.24

2.21. Элементарный электрический излучатель (рис. 2.25) длиной $l = 5$ см излучает в свободное пространство. Длина волны $\lambda = 5$ м. Мощность излучения 10 Вт. Определить значения амплитуд напряженности электрического и магнитного полей излучателя на расстоянии 1 км в секторе углов $\theta$ от 0° до 90° с шагом через 10°.
(*Ответ:* при $\theta = 30°$ $E_{\theta m} = 0{,}015$ В/м; $H_{\varphi m} = 3{,}98 \cdot 10^{-5}$ А/м).

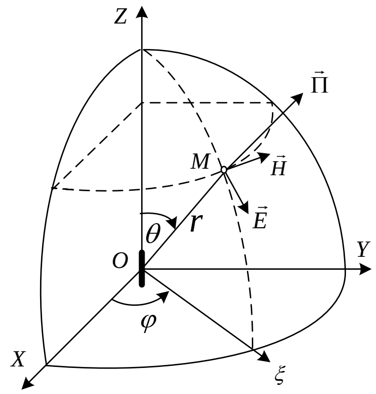



Рис. 2.25

2.22. Рассчитать и построить график значений амплитуд напряженности электрического поля, создаваемого элементарным электрическим излучателем в точках на расстояниях от 10 до 100 м с шагом 10 м в направлении, определяемом меридиональным углом $\theta = 30°$. Излучатель ориентирован вдоль оси Z (рис. 2.25). Значение амплитуды тока, возбуждающего излучатель, равна 1,0 А, частота 150 МГц, длина излучателя 0,2 м.
(*Ответ*: на расстоянии 100 м $E_{\theta m} = 0{,}094$ В/м).

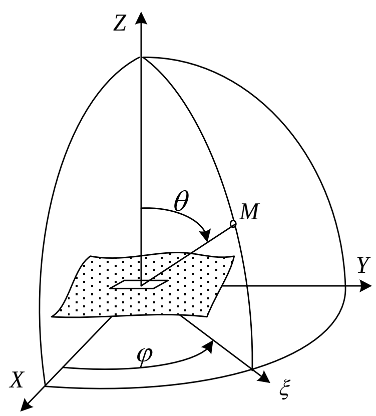



Рис. 2.26

2.23. Элементарный электрический излучатель находится в свободном пространстве (рис. 2.25). Определить ширину амплитудной нормированной диаграммы направленности излучателя в $E$ плоскости в дальней зоне по уровню нулевого излучения и по уровню половинной мощности.

2.24. Элементарная излучающая рамка находится в свободном пространстве (рис. 2.19). Определить ширину нормированной амплитудной диаграммы направленности излучателя в $H$ плоскости в дальней зоне по уровню нулевого излучения и по уровню половинной мощности.

2.25. Элементарная излучающая щель находится в свободном пространстве и ориентирована вдоль оси $Y$ (рис. 2.26). Определить ширину диаграммы направленности излучателя в $H$ плоскости в дальней зоне по уровню нулевого излучения и по уровню половинной мощности.

### 2.5.3. Примеры решения задач

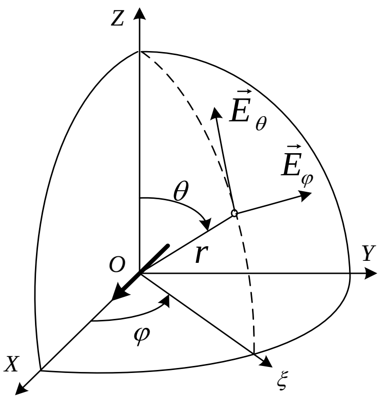



Рис. 2.27

**Задача 1**. Определить модули полных векторов напряженности электрического и магнитного полей элементарного электрического излучателя в точке пространства с координатами: $r = 1000$ м, $\theta = 45^\circ$, $\varphi = 60^\circ$. Излучатель ориентирован вдоль оси $X$ (рис. 2.27). Амплитуда тока, возбуждающего излучатель, равна 1 А, частота 300 МГц, длина излучателя 10 см.

*Решение задачи*

Векторы составляющих напряженности электрического поля показаны на рис. 2.27. Модуль полного вектора напряженности электрического поля определяется по первой из двух формул (2.11):

$$|\dot{E}_m| = \sqrt{|\dot{E}_{\theta m}|^2 + |\dot{E}_{\varphi m}|^2}. \qquad (2.37)$$

Модули составляющих под знаком корня находятся по формулам первой строки табл. 2.1:

$$|\dot{E}_{\theta m}| = A|\cos\theta\cos\varphi|, \qquad (2.38)$$

$$|\dot{E}_{\varphi m}| = A|\sin\varphi|, \qquad (2.39)$$

где:

$$\mathrm{A} = W_0 I_э l/(2r\lambda) \qquad (2.40)$$

– коэффициент, который не зависит от угловых координат (см. раздел 2.1.4) и выражается через следующие физические величины:

$I_э$ – амплитуда тока в излучателе (А);

$l$ – длина излучателя (м);

$r$ – расстояние от излучателя до точки наблюдения (м);

$\lambda$ – длина волны (м);

$W_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = 120\pi = 377$ Ом – характеристическое сопротивление свободного пространства.

Подстановка (2.38), (2.39) и (2.40) в (2.37) позволяет получить выражение, $|\dot{E}_m| = \sqrt{(\cos\theta\cos\varphi)^2 + (\sin\varphi)^2}$, которое после простых преобразований приводится к виду:

$$|\dot{E}_m| = A\sqrt{1 - (\cos\varphi)^2(\sin\theta)^2}. \qquad (2.41)$$

Согласно условиям задачи имеем: $I_э = 1$ А , $l = 0{,}1$ м , $r = 1000$ м , $\lambda = c/f = 1$ м ($c$ – скорость света $3 \cdot 10^8$ м/с , $f$ – частота тока возбуждения 300 МГц), $W_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = 120\pi$ Ом, $\theta = 45^\circ, \varphi = 60^\circ$).

Подставим исходные данные в формулу (2.41) и выполним вычисления

$$\left|\dot{E}_m\right| = (W_0\, I_э l/(2r\lambda))\sqrt{1 - (\cos\varphi)^2(\sin\theta)^2} =$$

$$= (377 \cdot 1 \cdot 0{,}1/(2 \cdot 1000 \cdot 1))\sqrt{1 - (\sin 45^\circ)^2(\cos 60^\circ)^2} = 0{,}018 \text{ В/м}. \quad (2.42)$$

Расчет модуля полного вектора напряженности магнитного поля не представляет труда, если учесть, что

$$W_0 = \left|\dot{E}_m\right| / \left|\dot{H}_m\right|. \quad (2.43)$$

Из формулы (2.43) следует:

$$\left|\dot{H}_m\right| = \left|\dot{E}_m\right| / W_0. \quad (2.44)$$

В результате имеем:

$$\left|\dot{H}_m\right| = 0{,}018/377 = 4{,}775 \cdot 10^{-5} \text{ А/м}.$$

**Задача 2.** Построить нормированную амплитудную диаграмму направленности полного вектора напряженности электрического поля элементарного электрического излучателя в плоскости $XO\xi$ при $r = 1000$ м, $\varphi = 45^\circ$ . Излучатель ориентирован вдоль оси $X$ (рис. 2.27). Амплитуда тока, возбуждающего излучатель, равна 1 А, частота 300 МГц, длина излучателя 10 см.

*Решение задачи*

Модуль комплексной амплитуды полного вектора напряженности электрического поля элементарного электрического излучателя определяется выражением (2.41) — $\left|\dot{E}_m\right| = A\sqrt{1 - (\cos\varphi)^2(\sin\theta)^2}$. Коэффициент $A$ не зависит от координат, поэтому ненормированная амплитудная характеристика направленности в плоскости $XO\xi$ при $\varphi = 45^\circ$ описывается выражением $f(\theta, \varphi = 45^\circ) = \left|\sqrt{1 - (\cos 45^\circ)^2(\sin\theta)^2}\right|$.

На рис. 2.28 приведено решение поставленной задачи с использованием математического пакета [4].

Если в исходных данных вместо угла $\varphi = 45^\circ$ задать угол $\varphi = 0^\circ$, то плоскость $XO\xi$ (рис. 2.27) совпадет с плоскостью $XOZ$, которая является одной из главных плоскостей излучателя — $E$ – плоскостью. Следовательно, амплитудная диаграмма направленности будет в точности соответствовать диаграмме, приведенной на рис. 2.3 (а) (для полярной системы координат) или на рис. 2.4 (а) (для прямоугольной системы координат).

При переходе к углу $\varphi = 90^\circ$, плоскость $XO\xi$ совпадет с плоскостью $YOZ$, которая является одной из главных плоскостей излучателя — $H$ – плоскостью. Амплитудная диаграмма направленности будет в точности соответствовать диаграмме, приведенной на рис. 2.3 (б) (для полярной системы координат) или на рис. 2.4 (б) (для прямоугольной системы координат).

**ПОСТРОЕНИЕ НОРМИРОВАННОЙ АМПЛИТУДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ НАПРАВЛЕННОСТИ**

1. Азимутальный угол φ (радианы) $\varphi := 45\cdot deg$

2. Пределы изменения угла θ (радианы)

$$N := 360 \quad i := 1, 2 .. 360 \quad \theta_i := \frac{2\cdot\pi}{N}\cdot i$$

3. Ненормированная амплитудная характеристика направленности f(θ,φ)

$$f_i := \left|\sqrt{1 - \cos(\varphi)^2\cdot\sin(\theta_i)^2}\right|$$

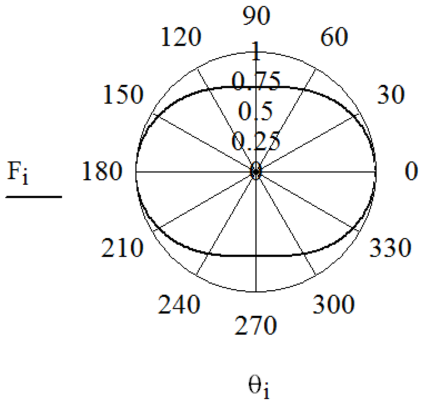
4. Определение значения максимума характеристики направленности

$$Max := \max(f)$$

5. Нормированная амплитудная характеристика направленности F(θ,φ)

$$F_i := \frac{f_i}{Max}$$

6. Нормированная амплитудная диаграмма направленности F(θ,φ=45) в полярной системе координат




7. Нормированная амплитудная диаграмма направленности F(θ,φ=45) в прямоугольной системе координат

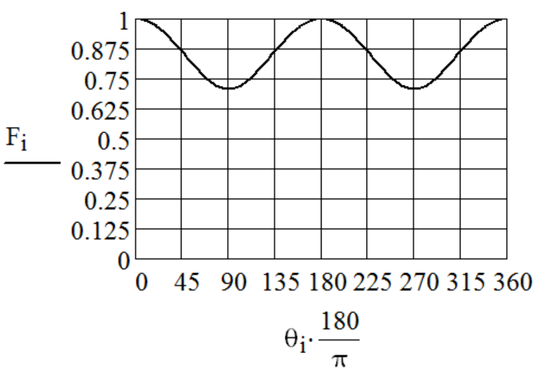



Рис. 2.28. Пример построения нормированной амплитудной диаграммы направленности

# ГЛАВА 3
# ЛИНЕЙНЫЕ СИММЕТРИЧНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ВИБРАТОРЫ В СВОБОДНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

## 3.1. Одиночный линейный симметричный электрический вибратор в свободном пространстве

### 3.1.1. Определение

Вибратором, в соответствии с регламентированными терминами и определениями радиосвязи [1], называется первичный или вторичный излучатель, выполняемый из прямых провода или трубы, или совокупности проводов или труб. Симметричный вибратор — это вибратор в виде двух симметрично располагаемых в одной плоскости проводников одинаковой длины и формы, к смежным концам которых подводится фидер. В том случае, когда оси проводников симметричного вибратора располагаются по одной прямой, он называется линейным.

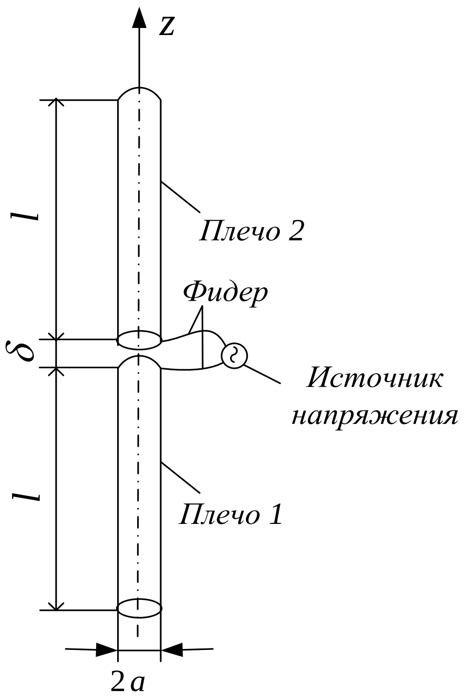



Рис. 3.1. Линейный симметричный электрический вибратор

На рис. 3.1 изображен линейный симметричный электрический вибратор, представляющий собой тонкий цилиндрический провод с радиусом $a$, расположенный в свободном воздушном пространстве.

Длина каждого плеча обозначена через $l$, ширина зазора, к которому подключается фидер — через $\delta$. Поскольку обычно $\delta \ll l$, то значение $2l$ можно считать общей длиной вибратора.

Изучение линейного симметричного электрического вибратора представляет большой интерес, так как, во-первых, он успешно применяется более восьмидесяти лет как самостоятельная антенна и, во-вторых — является составным элементом ряда антенн различных частотных диапазонов волн.

Результаты теории линейного симметричного электрического вибратора изложены в учебной и научной литературе, например, в [2, 26].

### 3.1.2. Распределение тока по длине вибратора

Под воздействием гармонического напряжения, приложенного к зазору на входе вибратора, в его плечах возникают электрические токи, создающие в окружающем пространстве электромагнитное поле. В отличие от элементарного электрического излучателя, где распределение тока вдоль излучателя считается равномерным, для линейного симметричного вибратора закон распределения тока должен быть найден путем решения внутренней задачи теории антенн. Строгое решение этой задачи [26] справедливое как для дальней, так и для ближней зоны излучения, несмотря на простоту геометрии линейного симметричного вибратора, встречает большие математические трудности. В инженерной практике широкое распространение получил приближенный метод расчета тока, базирующийся на использовании теории распространения тока по двухпроводной линии конечной длины.

В первом приближении эту линию можно представить как результат разворота плеч вибратора вокруг точек питания (рис. 3.2).

Напомним краткие сведения из теории цепей с распределенными параметрами о режиме стоячих волн в линии без потерь. В разомкнутой двухпроводной линии конечной длины без потерь под воздействием гармонического напряжения возбуждения возникает режим стоячих волн. Стоячие волны тока и напряжения представляют собой суперпозицию двух бегущих волн. Первая волна — падающая. Она распространяется от генератора в сторону конца линии. Вторая волна — отраженная. Она распространяется от нагрузки (разомкнутый конец линии) в сторону генератора. Для линии без потерь амплитуды токов (напряжений) падающей волны и отраженной будут равны в любом сечении линии. Фазы токов (напряжений) падающей и отраженной волн изменяются по линейному закону. Результирующее распределение амплитуды тока (напряжения) вдоль линии зависит от соотношения фаз падающей и отраженной волн. В тех сечениях линии, где фазы противоположны (отличаются на 180°) имеют место узлы тока (напряжения) — мгновенные значения тока (напряжения) тождественно равны нулю. Для тех сечений линии, где фазы совпадают, наблюдаются пучности тока (напряжения). В пучностях амплитуда тока (напряжения) максимальна. Во всех прочих

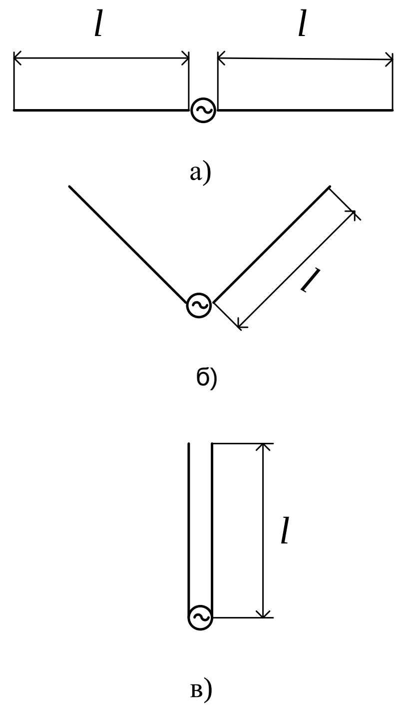



Рис. 3.2. Разворот плеч вибратора вокруг точек питания

сечениях значение амплитуды тока (напряжения) находится в пределах между нулем и максимальным значением.

На рис. 3.3 (а), который повторяет рис. 3.2 (в), изображена двухпроводная линия без потерь, длина которой $l = 0{,}625\lambda$. Линия ориентирована вдоль оси $z$. Начало координат совпадает с сечением линии, где включается генератор возбуждения.

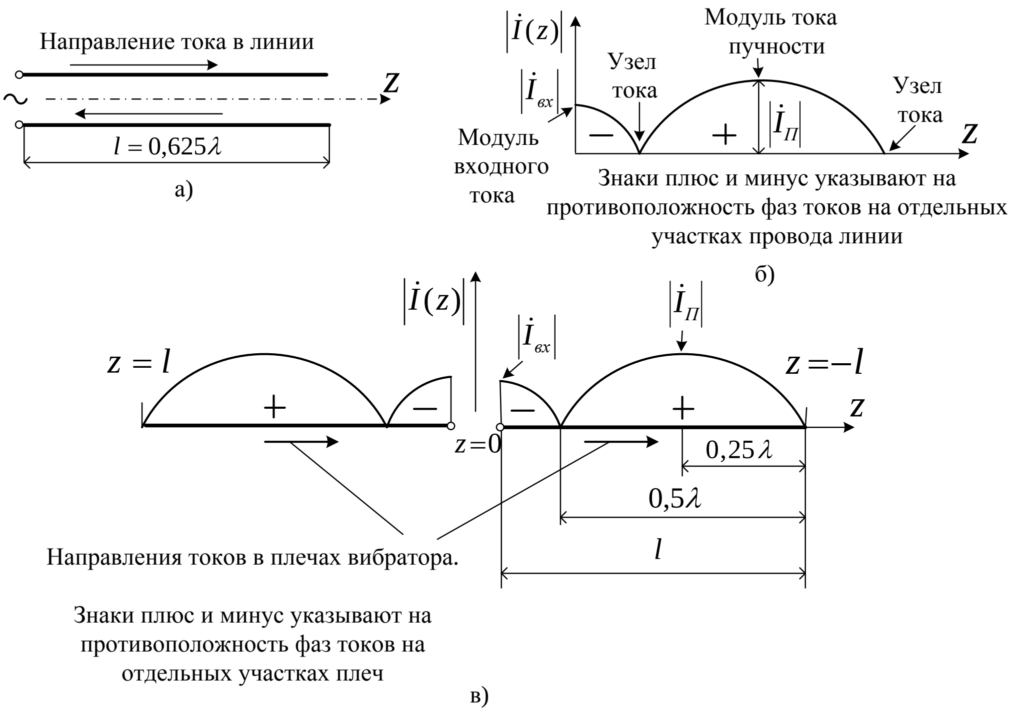



Рис. 3.3. Распределения модулей токов

Кривая, характеризующая распределение модуля тока (ток, в общем случае, является комплексной величиной), приведена на рис. 3.3 (б).

Функция распределения тока при этом описывается выражением:

$$\dot{I}(z) = (\dot{I}_{\text{вх}}/\sin kl\,)\sin k(l - z). \tag{3.1}$$

В (3.1) $k = 2\pi/\lambda$ — коэффициент фазы волны тока, совпадающий с коэффициентом фазы электромагнитной волны в свободном пространстве. Заметим, что в аргументе функции синуса выражение в скобках $(l - z)$ представляет собой значение расстояния от разомкнутого конца линии до сечения линии с координатой $z$. Смысл прочих величин очевиден из рис. 3.3 (а, б).

Если провода такой линии развернуть относительно точек возбуждения, осуществив переход обратный, показанному на рис. 3.2 (от рис. 3.2, а к рис.3.2, в), получится конструкция линейного симметричного электрического вибратора с распределением модуля тока по плечам вибратора, повторяющим распределение тока вдоль двухпроводной линии — рис. 3.3 (в). Отметим, что для вибратора ввиду симметрии картины распределения амплитуды тока относительно точек питания (возбуждения) в (3.1) необходимо ввести $|z|$, то есть:

$$\dot{I}(z) = (\dot{I}_{\text{вх}}/\sin kl\,)\sin k(l - |z|). \tag{3.2}$$

Функция (3.2) соответствует чисто стоячей волне тока с нулевым значением на концах антенны (узел тока); при $|z| < l$ узлы и пучности тока чередуются через $\lambda/4$. Переходу $|\dot{I}(z)|$ через нуль соответствует изменение фазы тока на противоположное, что отражено соответствующими значками на рис. 3.3 (в). Первый множитель в (3.2) имеет смысл тока в пучности:

$$\dot{I}_{\Pi} = \dot{I}_{\text{вх}}/\sin kl. \tag{3.3}$$

С учетом (3.3) формула (3.2) приобретает вид:

$$\dot{I}(z) = \dot{I}_{\Pi}\sin k(l - |z|). \tag{3.4}$$

Рассмотренная аналогия двухпроводной линии и линейного симметричного вибратора весьма приближенна. Это следует из того, что линия служит для канализации электромагнитных волн и является практически неизлучающей системой; вибратор же излучает электромагнитные волны.

В разомкнутой линии, выполненной из идеального проводника, нет потерь энергии. В вибраторе, выполненном даже из идеального проводника, обязательно есть потери (полезные) на излучение. Отсюда следует, что ток в вибраторе, строго говоря, не может быть распределен по закону стоячей волны (3.4). В случаях, когда нужно учесть влияние расхода энергии (потерь, связанных с излучением) обычно используют распределение тока в разомкнутой линии с потерями:

$$\dot{I}(z) = [\dot{I}_{\text{вх}}/(\sin\gamma l)]\, sh\,\gamma(l - |z|) = \dot{I}_{\Pi}\, sh\,\gamma(l - |z|), \tag{3.5}$$

где: $\gamma = \alpha + j\beta$; $\alpha$ – коэффициент затухания; $\beta$ – коэффициент фазы, который в общем случае не равен $k$. Методика расчета коэффициентов $\alpha$ и $\beta$ дана ниже (см. раздел 3.1.7).

Заметим, что в (3.5) используется гиперболическая функция синуса в отличие от (3.2) и (3.4), где применена тригонометрическая функция синуса.

Формула (3.5) переходит в формулу (3.2), если принять $\alpha = 0$ , $\beta = k$, где $k = 2\pi/\lambda$ — коэффициент фазы в свободном пространстве.

На рис. 3.4 приведены распределения модуля тока для линейных симметричных электрических вибраторов различной длины: $l = 0{,}25\lambda$ для рис. 3.4 (а); $l = 0{,}5\lambda$ для рис. 3.4 (б); $l = 0{,}625\lambda$ для рис. 3.4 (в). Толщина проводника плеча всех вибраторов одинакова: $d = 2a = 0{,}01\,\lambda$. Сплошной линией показано распределение, рассчитанное по формуле (3.4), пунктирной — по формуле (3.5). В расчетах значения каждого распределения тока нормировались относительно своего максимального значения, поэтому на всех рисунках $|\dot{I}_{\text{п}}| = 1$.

В расчетах по формуле (3.5) коэффициент затухания $\alpha$ и коэффициент фазы $\beta$ принимали значения: $\alpha = 0{,}837\,(1/\text{м})$, $\beta = 1{,}04k$ для рис. 3.4 (а); $\alpha = 0{,}92\,(1/\text{м})$ , $\beta = 1{,}13k$ для рис. 3.4 (б); $\alpha = 0{,}425\,(1/\text{м})$ , $\beta = 1{,}06k$ для рис. 3.4 (в).

Анализ распределений тока с учетом потерь (пунктирные линии на рис. 3.4), показывает, что на концах тонких вибраторов, ток всегда равен нулю (если можно пренебречь поперечными (торцевыми) токами), другие нулевые значения отсутствуют, потому что при наличии потерь амплитуда падающей волны в каждой точке преобладает над амплитудой отраженной волны.

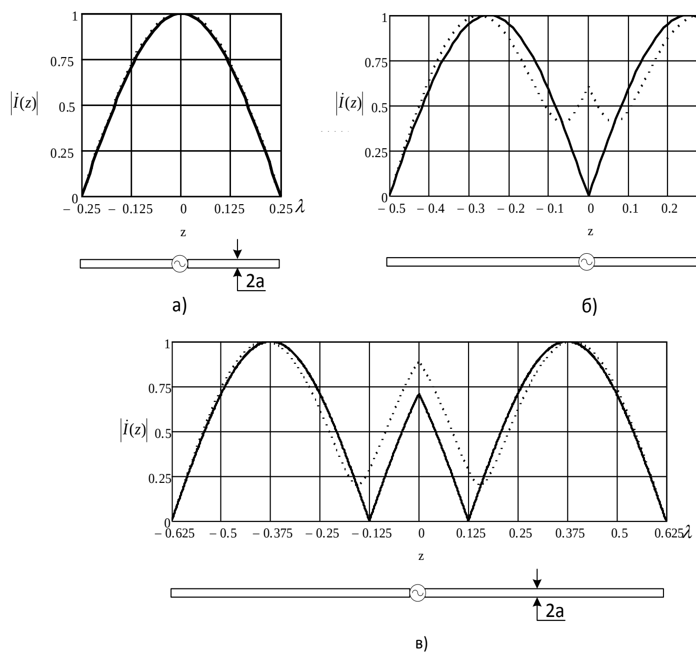



Рис. 3.4. Распределения тока для разных длин вибраторов

### 3.1.3. Амплитудные характеристика и диаграмма направленности линейного симметричного электрического вибратора

Опыт и наличие большого числа экспериментальных данных позволяют сделать вывод о том, что при инженерных расчетах поля, создаваемого линейным симметричным электрическим вибратором в дальней зоне, вполне допустимо пользоваться формулами, полученными в предположении синусоидального распределения тока вдоль плеч вибратора — формула (3.4).

Поместим линейный симметричный электрический вибратор в центр сферической системы координат, показанной на рис. 3.5 (а). Мысленно разобьем вибратор на бесконечно большое число элементов $dz$ (рис. 3.5, б). Так как длина каждого элемента бесконечно мала, то можно полагать, что в пределах элемента ток не изменяется ни по амплитуде,

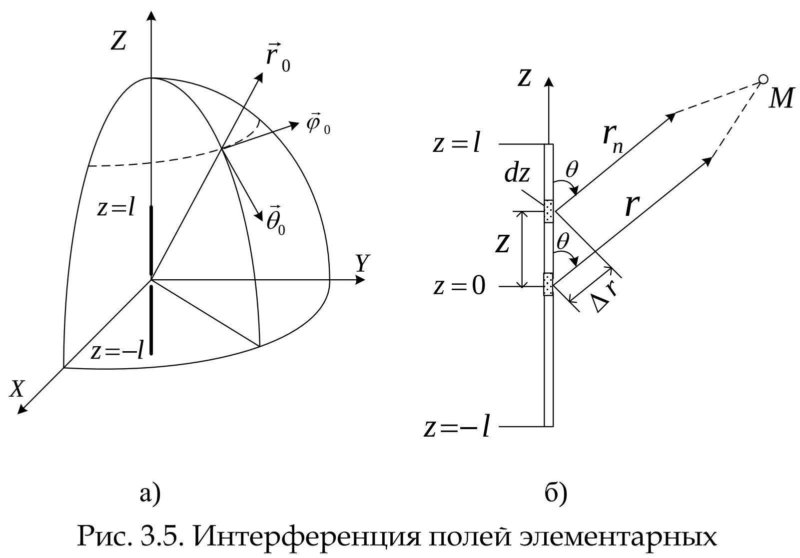



Рис. 3.5. Интерференция полей элементарных излучателей, составляющих линейный симметричный электрический вибратор

ни по фазе. Таким образом, весь вибратор можно рассматривать как совокупность элементарных электрических излучателей $dz$. В этом случае поле линейного симметричного электрического вибратора в произвольной точке наблюдения $M$ будет результатом сложения (интерференции) полей, создаваемых всеми элементарными излучателями. Ввиду малости воздушного промежутка (зазора) между плечами вибратора можно пренебречь влиянием электрического поля, существующего в нем, на излучение и считать, что электрический ток течет по сплошному проводнику длиной $2l$.

Проведем от элемента $dz$ и от центра вибратора линии в точку наблюдения $r_n$ и $r$. Элемент $dz$ создает в точке наблюдения $M$ напряженность электрического поля $\vec{E} = \vec{\theta}_0 E_\theta$, характеризуемую комплексной амплитудой, которую, с учетом обозначений рис. 3.5 (б), можно представить в виде (2.1):

$$d\dot{\vec{E}}_m = \vec{\theta}_0 \dot{E}_{\theta m} = \vec{\theta}_0 j\left[W_0 \dot{I}(z) dz / 2\, r_n\, \lambda\right] \sin\theta\, e^{-jkr_n}, \tag{3.6}$$

где $\dot{I}(z)$ — ток (3.4), соответствующий координате $z$, определяемой положением элемента $dz$ (рис. 3.5, б); $W_0$ — волновое сопротивление свободного пространства.

Поскольку расстояние от вибратора до точки наблюдения очень велико по сравнению с длиной вибратора, то направления $r_n$ и $r$ на точку $M$ можно считать параллельными, как это показано на рис. 3.5 (б).

Выразим расстояние $r_n$ через расстояние $r$. Из рис. 3.5 (б) находим, что разность расстояний от центра вибратора и элемента $dz$ до точки наблюдения равна $\Delta r = r - r_n = z\cos\theta$, откуда следует

$$r_n = r - z\cos\theta. \tag{3.7}$$

Величину $\Delta r$ часто называют разностью хода лучей. Так как точка наблюдения находится в дальней зоне, то значение $\Delta r$ мало по сравнению с $r$, а расстояния $r_n$ и $r$ незначительно отличаются друг от друга. Это дает основание заменить в знаменателе амплитудного множителя (3.6) $r_n$ на $r$ и комплексную амплитуду составляющей напряженности электрического поля излучения элемента $dz$ записать в виде:

$$d\dot{\vec{E}}_m = \vec{\theta}_0 j\left[W_0 \dot{I}(z) dz / 2\, r\, \lambda\right] \sin\theta\, e^{-jkr_n}. \tag{3.8}$$

Однако пренебрегать разностью хода в фазовых множителях элементов $dz$ ни в коем случае нельзя, так как пространственный сдвиг фаз между полями элемента, расположенного в середине вибратора ($z = 0$), и элемента, для которого $z \neq 0$, определяется отношением разности хода лучей не к расстоянию $r$, а к длине волны $kr - kr_n = (2\pi/\lambda) z\cos\theta = 2\pi(z\cos\theta/\lambda)$.

На основании формул (3.8) и (3.7) получаем:

$$d\dot{\vec{E}}_m = \vec{\theta}_0 j\left[W_0 \dot{I}(z) dz / 2\, r\, \lambda\right] \sin\theta\, e^{-jkr} e^{jkz\cos\theta}. \tag{3.9}$$

Очевидно, что выражение (3.9) будет справедливо для любого из элементов $dz$, на которые мы мысленно разбили вибратор.

Для определения комплексной амплитуды напряженности электрического поля, создаваемого в точке наблюдения всем симметричным вибратором, необходимо выражение (3.9) проинтегрировать по всей длине вибратора: от $-l$ (нижний конец вибратора на рис. 3.5, а) до $+l$ (верхний конец):

$$\dot{\vec{E}}_m = \vec{\theta}_0 j(W_0/2\,r\,\lambda)\sin\theta\, e^{-jkr}\int_{-l}^{l}\dot{I}(z)e^{jkz\cos\theta}dz. \qquad (3.10)$$

Функция $\dot{I}(z)$ определяется формулой (3.4), поэтому:

$$\dot{\vec{E}}_m = \vec{\theta}_0 j\big(W_0\dot{I}_\Pi/2\,r\,\lambda\big)\sin\theta\, e^{-jkr}\int_{-l}^{l}\sin k(l-|z|)\; e^{jkz\cos\theta}dz. \qquad (3.11)$$

После вычисления интеграла и подстановки результата интегрирования в (3.11) получается следующая формула для расчета комплексной амплитуды напряженности электрического поля линейного симметричного электрического вибратора в дальней зоне:

$$\begin{aligned}\dot{\vec{E}}_m &= \vec{\theta}_0\big(W_0\dot{I}_\Pi/2\pi\,r\,\big)\times\\ &\times\sin\theta\times[\cos(kl\cos\theta)-\cos kl]/(\sin\theta)^2\times\\ &\times je^{-jkr}.\end{aligned} \qquad (3.12)$$

По аналогии с анализом направленных свойств элементарного электрического излучателя в формуле (3.12) можно выделить три характерных множителя: не зависящего от направления на точку наблюдения, определяемого углами $\theta$ и $\varphi$, $(A = W_0\dot{I}_\Pi/2\pi\,r\,)$ — из первой строки формулы; зависящего от направления на точку наблюдения $(\sin\theta\times[\cos(kl\cos\theta)-\cos kl]/(\sin\theta)^2)$ — вторая строка формулы и фазового множителя $je^{-jkr}$ — третья строка.

Модуль произведения двух первых сомножителей:

$$f(\theta) = |A\,sin\,\theta\times[cos(kl\,cos\,\theta)-cos\,kl]/(sin\,\theta)^2| \qquad (3.13)$$

при фиксированном расстоянии $r$ определяет зависимость значений напряженности поля от угловой координаты $\theta$, то есть является амплитудной характеристикой направленности линейного симметричного электрического вибратора в меридиональной плоскости.

В формулах (3.12) и (3.13) преднамеренно не сокращен множитель $\sin\theta$. Из (3.13) следует, что направленные свойства линейного симметричного электрического вибратора определяются направленными свойствами элемента $dz$ (элементарного электрического излучателя) — множитель $\sin\theta$ и множителем системы (совокупного действия всех элементарных электрических излучателей) — $[\cos(kl\cos\theta)-\cos kl]/(\sin\theta)^2$.

Значение модуля напряженности поля связано с амплитудной характеристикой направленности соотношением:

$$\big|\dot{E}_m\big| = f(\theta). \qquad (3.14)$$

Когда речь идет о направленных свойствах антенн, то обычно интересуются нормированной амплитудной характеристикой направленности $F(\theta)$. Для линейного симметричного электрического вибратора:

$$F(\theta) = |[\cos(kl\cos\theta)-\cos kl]/(1-\cos kl)\sin\theta|. \qquad (3.15)$$

Из выражения (3.15) и рис. 3.5 (а) видно, что линейный симметричный электрический вибратор обладает направленными свойствами только в меридиональной плоскости ($E$ – плоскости). Напряженность электрического поля этого вибратора в его экваториальной плоскости ($H$ – плоскости), когда $\theta = 90^{\circ}$, не зависит от угла $\varphi$. Поэтому амплитудная диаграмма направленности симметричного вибратора в его экваториальной плоскости, как и в случае элементарного электрического излучателя, представляет собой в полярной системе координат окружность. Серия расчетных нормированных амплитудных диаграмм направленности в $E$ – плоскости для различных отношений $l/\lambda$ приведена на рис. 3.6.

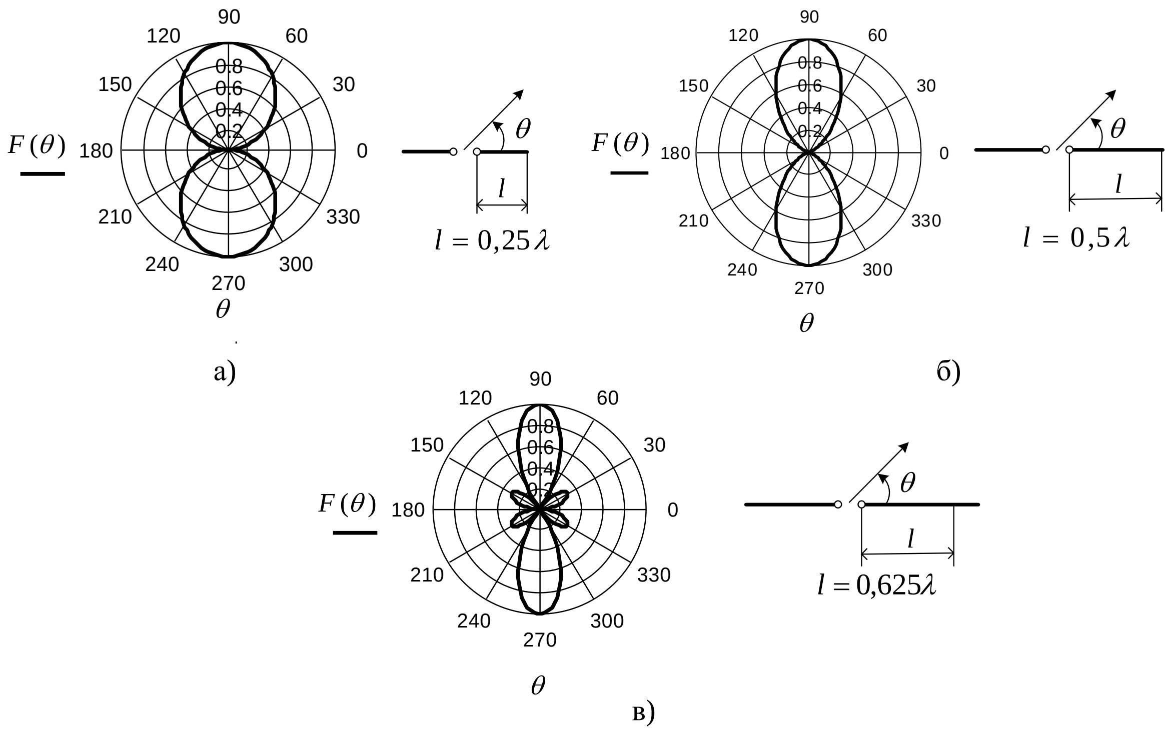



Рис. 3.6. Нормированные диаграммы направленности линейного симметричного электрического вибратора для различных длин плеч

Анализ формулы (3.15) и рассмотрение приведенных на рис. 3.6 диаграмм направленности показывает, что при любом значении отношения $l/\lambda$ симметричный вибратор не излучает вдоль своей оси. Амплитудная диаграмма направленности при $l/\lambda \leq 0{,}5$ состоит из двух лепестков, каждый из которых является главным (рис. 3.6, а, б). Увеличение длины плеча вибратора до $l = 0{,}5\lambda$ сопровождается ростом концентрации излучения в направлении, перпендикулярном оси вибратора (главное направление излучения), за счет уменьшения излучения в других направлениях. При этом главные лепестки амплитудной диаграммы направленности становятся уже.

При увеличении длины плеча от $l = 0{,}5\lambda$ до $l = 0{,}625\lambda$ сужение главных лепестков продолжается, но появляются боковые лепестки (рис. 3.6, в). Это объясняется тем, что при $l/\lambda > 0{,}5$ на вибраторе появляются участки с противофазными токами (рис. 3.3, в), длина которых растет по мере увеличения $l/\lambda$.

На практике применяются, как правило, линейные симметричные электрические вибраторы, у которых длина плеча $l \leq 0{,}7\,\lambda$.

### 3.1.4. Нормированная амплитудная характеристика направленности в случае произвольной ориентации линейного симметричного электрического вибратора

До сих пор рассматривалась ориентацию вибратора вдоль оси $Z$ (рис. 3.5, а) и была приведена функцию $F(\theta)$ в виде формулы (3.15). Однако в прежней системе координат (рис. 3.5, а) выражения для нормированных амплитудных характеристик направленности в случае ориентации вибратора вдоль осей $X$ или $Y$ будут другими:

при ориентации вдоль оси $X$

$$F(\theta,\varphi) = \left|[\cos(kl\cos\varphi\sin\theta) - \cos kl]/(1-\cos kl)\sqrt{1-(\cos\varphi)^2\,(\sin\theta)^2}\right|; \quad (3.16)$$

при ориентации вдоль оси $Y$

$$F(\theta,\varphi) = \left|[\cos(kl\sin\varphi\sin\theta) - \cos kl]/(1-\cos kl)\sqrt{1-(\sin\varphi)^2\,(\sin\theta)^2}\right|. \quad (3.17)$$

Сравнение нормированных амплитудных характеристик направленности, (3.15) – (3.17), позволяет установить определенную закономерность, которая освободит нас от необходимости повторяться. Суть закономерности состоит в том, что при любой ориентации линейного симметричного электрического вибратора нормированная амплитудная характеристика направленности имеет вид:

$$F(\psi) = |[\cos(kl\cos\psi) - \cos kl]/(1-\cos kl)\sin\psi|, \quad (3.18)$$

где $\psi$ — пространственный угол, составленный осью вибратора и направлением распространения волны, определяемый через углы $\theta$ и $\varphi$ . При ориентации вибратора вдоль координатных осей $Z$, $X$, $Y$, имеем соответственно:

$$\cos\psi = \cos\theta, \quad (3.19)$$

$$\cos\psi = \cos\varphi\sin\theta, \quad (3.20)$$

$$\cos\psi = \sin\varphi\sin\theta. \quad (3.21)$$

### 3.1.5. Коэффициент направленного действия линейного симметричного электрического вибратора

Для расчета КНД линейного симметричного электрического вибратора можно применить формулу (1.13):

$$D_0 = D_{\max} = 4\pi/[\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} F^2\,(\theta,\varphi)\sin\theta d\theta d\varphi], \quad (3.22)$$

где $F(\theta, \varphi)$ — нормированная амплитудная характеристика направленности линейного симметричного электрического вибратора (3.15). Координаты $\theta, \varphi$ и направления их отсчета соответствуют приведенным на рис. 3.5 (а).

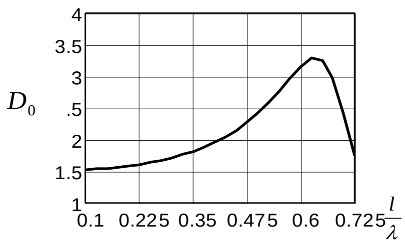



Рис. 3.7. Зависимость КНД от значения $l/\lambda$

Для вычисления КНД по формуле (3.22) следует использовать математический пакет, например, Mathcad [4].

На рис. 3.7 показана зависимость КНД в направлении максимального излучения от значения $l/\lambda$.

Из рисунка видно, что при малых значениях $l/\lambda$ (от 0,1 до 0,225) КНД близок к 1,5. Это объясняется тем, что при малых значениях $l/\lambda$ нормированная амплитудная диаграмма направленности по форме мало отличается от диаграммы элементарного электрического излучателя — правильной «восьмерки».

Максимум КНД, равный 3,28, имеет место при $l/\lambda = 0,625$. При больших значениях $l/\lambda$ КНД падает, поскольку, уменьшается интенсивность излучения в направлении $\theta = 90^{\circ}$ и возрастает уровень боковых лепестков.

### 3.1.6. Мощность излучения и сопротивление излучения линейного симметричного электрического вибратора

Пусть линейный симметричный электрический вибратор окружен сферой, радиус которой $r \gg \lambda$, вследствие чего поверхность сферы находится в дальней зоне поля симметричного вибратора.

Зная структуру поля, можно найти очень важные характеристики линейного симметричного электрического излучателя [2]:

– среднее (во времени — за период) значение плотности потока энергии (среднее значение вектора Пойнтинга)

$$\vec{\Pi}_{cp} = \vec{r}_0 \left|\dot{E}_{\theta m}\right|^2 / 2\mathrm{W}_0, \qquad (3.23)$$

– мощность излучения

$$P_{\Sigma} = 30\left|\dot{I}_{\Pi}\right|^2 \int_0^{\pi} \{[\cos(kl\cos\theta) - \cos kl]^2 / \sin\theta\}\, d\theta, \qquad (3.24)$$

– сопротивление излучения

$$R_{\Sigma} = 60 \int_0^{\pi} \{[\cos(kl\cos\theta) - \cos kl]^2 / \sin\theta\}\, d\theta. \qquad (3.25)$$

В (3.25) сопротивление излучения отнесено к модулю тока в пучности. Чтобы отразить этот факт в левой части (3.25) вместо $R_{\Sigma}$ часто пишут $R_{\Sigma\Pi}$.

Следует иметь в виду, что другому значению тока, не равному току в пучности, будет соответствовать свое значение сопротивления излучения. Однако значение излученной мощности, конечно, не зависит от того, через какой ток она выражается.

В учебной литературе по антеннам, можно без труда найти график зависимости сопротивления излучения, отнесенного к току в пучности, в зависимости от $l/\lambda$ [2]. На рис. 3.8 приведен фрагмент такого графика. Использовать рис. 3.8 для нахождения значений $R_{\Sigma\Pi}$ не совсем удобно. Более современный подход к вычислению $R_{\Sigma\Pi}$ — это численное интегрирование в (3.25) с использованием математических пакетов, например, [4].

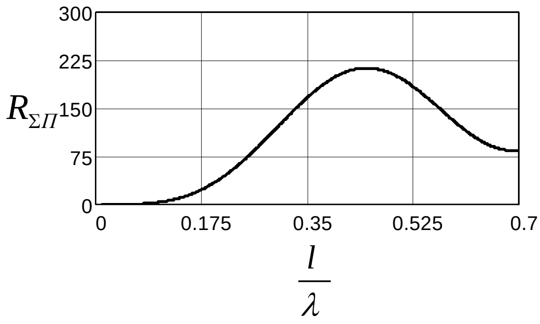



Рис.3.8. График зависимости сопротивления излучения, отнесенного к току в пучности, в зависимости от $l/\lambda$

### 3.1.7. Входное сопротивление линейного симметричного электрического вибратора

Линейный симметричный электрический вибратор представляет для генератора некоторую нагрузку. Для количественной характеристики этой нагрузки необходимо знать входное сопротивление вибратора. Под входным сопротивлением антенны понимается отношение напряжения $\dot{U}_{\text{вх}}$, приложенного к входным точкам вибратора, к току $\dot{I}_{\text{вх}}$ на его входе:

$$Z_{\text{вх}} = \dot{U}_{\text{вх}}/\dot{I}_{\text{вх}}. \tag{3.26}$$

В теории антенн разработаны как строгие, так и приближенные методы расчета входного сопротивления линейных симметричных электрических вибраторов. Строгие методы базируются на использовании интегральных уравнений и соответствующих методов их решения. Разработаны компьютерные программы, позволяющие быстро и точно рассчитать входное сопротивление проволочных антенн, к которым относится линейный симметричный электрический вибратор. Среди ряда программ, позволяющих осуществлять расчет проволочных антенн, особо следует отметить программу MMANA [9, 10], которая выделяется дружественным русским интерфейсом, эффективностью и, что немаловажно, доступностью. Программу MMANA можно найти на сайте http://gal-ana.de/indexr.htm.

В настоящем разделе рассматривается приближенный метод, основанный на аналогии тонкого линейного симметричного электрического вибратора и разомкнутой двухпроводной линии с потерями [2]. Из теории длинных линий следует, что входное сопротивление линии с потерями, эквивалентной вибратору, равно:

$$Z_{\text{вх}} = \tilde{Z}_{\text{В}} cth(\gamma l), \tag{3.27}$$

где $\tilde{Z}_{\text{В}}$ — комплексное волновое сопротивление линии; $\gamma = \alpha + j\beta$ — комплексная постоянная распространения; $\alpha$ — коэффициент затухания; $\beta$ — коэффициент фазы; $l$ — длина эквивалентной линии, равная длине плеча вибратора.

Комплексное волновое сопротивление длинной линии с потерями при диаметре проводников, равном $2a$, определяется по формуле:

$$\tilde{Z}_{\text{В}} = 120[ln(l/a) - 1][1 - j\,\alpha/\beta]. \tag{3.28}$$

Коэффициент затухания $\alpha$ рассчитывается из условия равенства мощности тепловых потерь в эквивалентной линии и мощности излучения линейного симметричного электрического вибратора $P_{\Sigma}$ (3.24). В [2] показано, что

$$\alpha = R_{\Sigma\Pi}/\{120l[ln(l/a) - 1][1 - sin\,2kl/2kl]\}. \tag{3.29}$$

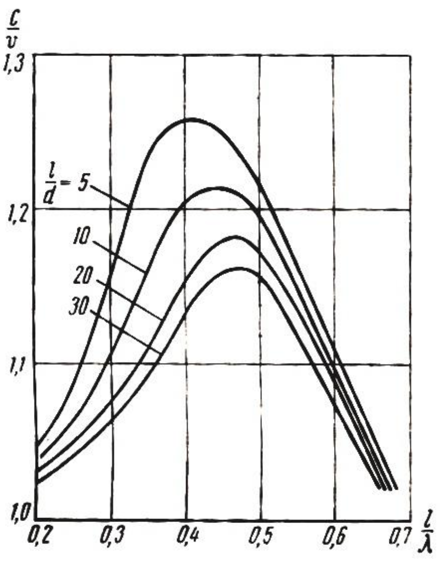



Рис. 3.9. Экспериментальные графики фазовой скорости

Коэффициент фазы $\beta$ в формуле (3.28) несколько отличается от коэффициента фазы в свободном пространстве $k$, так как фазовая скорость $v$ в эквивалентной линии с потерями, а следовательно, и в вибраторе, несколько меньше скорости света c. Связь между $\beta$ и $k$ определяется соотношением:

$$\beta = k(c/v). \tag{3.30}$$

Чем больше диаметр плеча вибратора $d = 2a$ (чем толще вибратор) тем меньше фазовая скорость (рис. 3.9).

Графики, приведенные на рис. 3.9, являются результатами экспериментальных исследований и заимствованы из [11].

Для повышения точности расчета по формуле (3.29) в ней также следует осуществить замену величины $k$ на $\beta$. Значение $R_{\Sigma\Pi}$ вычисляется по формуле (3.25) без поправок.

На рис. 3.10 приведены графики активной ($R_{\text{вх}}$) и реактивной ($X_{\text{вх}}$) составляющих входного сопротивления линейного симметричного электрического вибратора. Расчеты выполнены по формуле (3.27) для различных значений радиуса вибратора $a$. Пунктирные кривые соответствуют варианту, когда $a = 0{,}0125l$, сплошные — $a = 0{,}025l$. Коэффициент фазы $\beta$ в формуле (3.28) принят равным коэффициенту фазы в свободном пространстве $k$. Это означает, что скорость $v$ в эквивалентной линии с потерями, а следовательно, и в вибраторе, принята равной скорости света $c$.

Кривые на рис. 3.10, построенные в зависимости от соотношения $l/\lambda$, можно при фиксированной длине волны (частоте) рассматривать как зависимость $R_{\text{вх}}$ и $X_{\text{вх}}$ от длины плеча $l$.

При фиксированном значении $l$ эти же кривые характеризуют волновые (частотные) свойства вибраторов по входному сопротивлению. Анализ графиков позволяет сделать очень важный вывод: чем больше радиус вибратора, тем медленнее меняются кривые зависимости $R_{\text{вх}}$ и $X_{\text{вх}}$ от длины волны (частоты). Такие вибраторы могут без перестройки работать в более широкой полосе рабочих длин волн (рабочих частот).

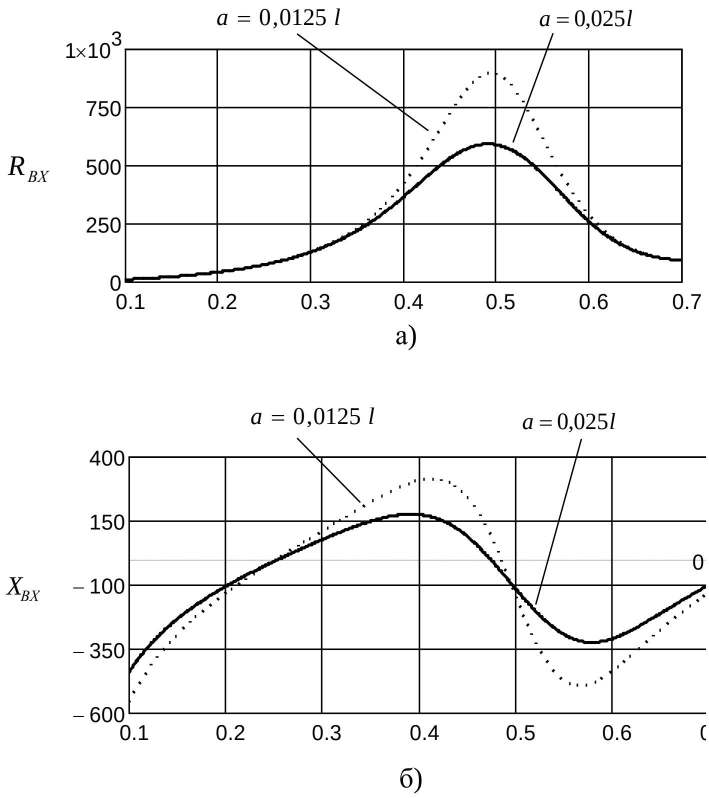



Рис. 3.10. Зависимости активной и реактивной составляющих входного сопротивления от $l/\lambda$

Представляется интересным сравнение результатов расчета входного сопротивления рассмотренным приближенным методом [2] и более строгим — [10]. Сравнение проведено на примере вибратора, имеющего длину плеча $l = 0{,}25\lambda$, радиус плеча $a = 0{,}025l$, при длине волны $\lambda = 1$ м. Расчеты выполнены для двух случаев: $\beta = k$ и $\beta = 1{,}05k$ . Результаты расчетов сведены в таблицу 3.1.

Табл. 3.1

| Вибратор: $l/\lambda = 0{,}25$; $a = 0{,}025l$; $\lambda = 1$ м | | |
|---|---|---|
| $Z_{\text{вх}} = \tilde{Z}_{\text{В}} cth(\gamma l)$ *при* $\beta = k$ | $Z_{\text{вх}} = \tilde{Z}_{\text{В}} cth(\gamma l)$ *при* $\beta = 1{,}05k$ | *MMANA [10]* |
| | | |
| $Z_{\text{вх}} = (71{,}9 - j10{,}37)$ *Ом* | $Z_{\text{вх}} = (72{,}3 + j15{,}16)$ *Ом* | $Z_{\text{вх}} = (100{,}2 + j39{,}9)$Ом |

Сравнение результатов расчета позволяет сделать вывод о том, что применение приближенного метода, даже с учетом поправочного коэффициента для вычисления коэффициента фазы $\beta$ (рис. 3.9), дает очень большую погрешность в сравнении с более строгим методом.

Заканчивая этот раздел, заметим, что на входное сопротивление линейного симметричного электрического вибратора существенное влияние оказывает конструктивное выполнение точек питания, никак не учитываемое в расчетных методах. То же самое относится и к большинству антенн других типов. Поэтому в практических разработках антенных устройств расчеты входного сопротивления считаются ориентировочными и обязательно дополняются экспериментальными исследованием на опытном образце.

## 3.2. Излучение двух линейных симметричных электрических вибраторов

### 3.2.1. Направленные свойства системы из двух связанных вибраторов в $E$ – плоскости

Одиночные вибраторы применяют только тогда, когда требуется ненаправленное или почти ненаправленное излучение. В тех же случаях, когда необходима направленность, обеспечивающая в определенном или определенных направлениях более эффективное излучение или прием радиоволн, чем в других, применяют многовибраторные антенны. В таких антеннах вибраторы располагаются по определенной схеме на небольшом расстоянии $d$ друг от друга ($d < \lambda$), образуя антенную решетку. Такие вибраторы заметно влияют друг на друга и поэтому в теории антенн их называют связанными. Чтобы выяснить характерные особенности происходящих при этом явлений, вначале целесообразно рассмотреть наиболее простой случай совместного излучения двух одинаковых линейных симметричных электрических вибраторов, расположенных в свободном пространстве.

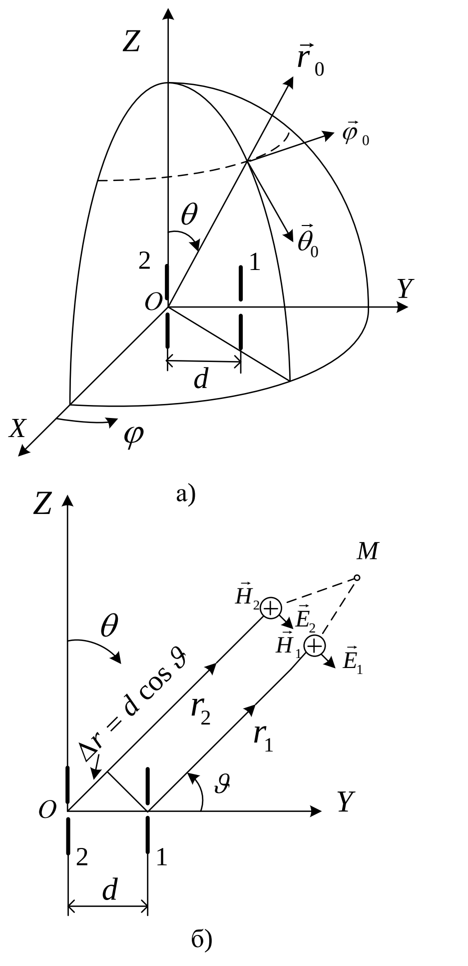



Рис. 3.11. Вибраторы, имеющие одинаковые линейные размеры и расположенные в плоскости $ZOY$ параллельно оси $OZ$ на расстоянии $d$ друг от друга

Пусть вибраторы имеют одинаковые размеры и расположены в плоскости $ZOY$ параллельно оси $OZ$ на расстоянии $d$ друг от друга (рис. 3.11, а).

Подведем к первому вибратору напряжение $U_1$ частоты $\omega$, а ко второму вибратору — напряжение $U_2$ той же частоты. Тогда в вибраторах возникнут электрические токи, комплексные амплитуды которых в точках питания первого вибратора обозначим через $\dot{I}_{\text{вх}\,1}$, а в точках питания второго вибратора — через $\dot{I}_{\text{вх}\,2}$.

Обозначим:

$$\dot{I}_{\text{вх}\,2}/\dot{I}_{\text{вх}\,1} = qe^{j\psi}, \tag{3.31}$$

где: $q$ – отношение модулей токов; $\psi$ – сдвиг фазы тока $\dot{I}_{\text{вх}\,2}$ по отношению к току $\dot{I}_{\text{вх}\,1}$.

Что касается функций распределения тока вдоль вибраторов, то при малом радиусе проводов плеч ($a$) и не слишком близком расстоянии ($d \gg a$) можно полагать в первом приближении справедливым синусоидальный закон.

Рассмотрим поле в дальней зоне в общей меридиональной плоскости вибраторов $ZOY$ ($E$–плоскости). При расчете этого поля применим общую методику, изложенную в разделе 3.1.3.

Поскольку расстояние до точки наблюдения очень велико по сравнению с длиной вибраторов, то направления $r_1$ и $r_2$ на точку $M$ можно считать параллельными, как это показано на рис. 3.11 (б). Разность расстояний от центров вибраторов до точки наблюдения (разность хода лучей) равна $\Delta r = r_2 - r_1 = d\cos\vartheta$, где $\vartheta$ — угол между нормалью к оси вибратора и направлением на точку наблюдения.

Обозначим напряженность электрического поля, создаваемого в точке наблюдения первым вибратором, через $\vec{E}_1$. Комплексная амплитуда этого вектора определяется выражением (3.12), которое можно записать в виде:

$$\dot{\vec{E}}_{1m} = \vec{\theta}_0 j\{(60\dot{I}_{\Pi 1}/\, r_1\,)\,[\cos(kl\cos\theta) - \cos kl]/\sin\theta\}e^{-jkr_1}. \tag{3.32}$$

Комплексная амплитуда напряженность электрического поля второго вибратора:

$$\dot{\vec{E}}_{2m}=\vec{\theta}_0 j\{(60\dot{I}_{\Pi 2}/\, r_2\,)\,[\cos(kl\cos\theta) - \cos kl]/\sin\theta\}e^{-jkr_2}. \tag{3.33}$$

Напомним, что $\dot{I}_{\Pi 1} = \dot{I}_{\text{вх}1}/\sin kl$, $\dot{I}_{\Pi 2} = \dot{I}_{\text{вх}2}/\sin kl$.

Так как точка наблюдения $M$ находится в дальней зоне, то значение $\Delta r$ мало по сравнению с $r_1$ и $r_2$, то есть расстояния $r_1$ и $r_2$ незначительно отличаются друг от друга. Это дает основание заменить в знаменателе амплитудного множителя (3.33) $r_2$ на $r_1$:

$$\dot{\vec{E}}_{2m}=\vec{\theta}_0 j\{(60\dot{I}_{\Pi 2}/\, r_1\,)\,[\cos(kl\cos\theta) - \cos kl]/\sin\theta\}e^{-jkr_2}\,. \tag{3.34}$$

Однако пренебрегать разностью хода в фазовых множителях (3.32) и (3.33) ни в коем случае нельзя, так как пространственный сдвиг фаз между полями вибраторов определяется отношением разности хода лучей к длине волны:

$$kr_2 - kr_1 = (2\pi/\lambda)d\cos\theta = 2\pi(d\cos\theta/\lambda).$$

Комплексная амплитуда суммарного поля вибраторов в точке наблюдения $M$:

$$\dot{\vec{E}}_m = \dot{\vec{E}}_{1m} + \dot{\vec{E}}_{2m} = \vec{\theta}_0\dot{E}_{1m} + \vec{\theta}_0\dot{E}_{2m}. \tag{3.35}$$

Запишем (3.35) в ином виде:

$$\dot{\vec{E}}_m = \dot{\vec{E}}_{1m} + \dot{\vec{E}}_{2m} = \vec{\theta}_0\dot{E}_{1m}(1 + \dot{E}_{2m}/\dot{E}_{1m}). \tag{3.36}$$

С учетом того, что $\theta = \frac{\pi}{2} - \vartheta$ формулу (3.36) можно записать в развернутой форме:

$$\dot{\vec{E}}_m = \vec{\theta}_0\{(60|\dot{I}_{\Pi 1}|/\, r_1\,)\,[\cos(kl\sin\vartheta) - \cos kl]/\cos\vartheta\}je^{-jkr_1}\times$$
$$\times\left(1 + qe^{j(\psi - kd\cos\vartheta)}\right). \tag{3.37}$$

Обычно интересуются значением модуля напряженности суммарной напряженности поля, а не её фазой. Поэтому, переходя к модулю выражения (3.37), получаем:

$$\left|\vec{\dot{E}}_m\right| = \left|\begin{matrix}\{(60I_{\Pi 1}/\ r_1\ )\,[\cos(kl\sin\vartheta) - \cos kl]/\cos\vartheta\} \\ \times\sqrt{1+q^2+2q\cos(\psi - kd\cos\vartheta)}\end{matrix}\right|. \qquad (3.38)$$

По аналогии с анализом направленных свойств одиночного линейного симметричного электрического вибратора в формуле (3.38) можно выделить три характерных множителя. Множитель $(A = 60I_{\Pi 1}/\ r_1\ )$, не зависящий от направления на точку наблюдения, определяемого углами $\vartheta$ и $\varphi$. Множитель $f_1(\vartheta) = |[\cos(kl\sin\vartheta) - \cos kl]/\cos\vartheta|$, который представляет собой ненормированную амплитудную характеристику направленности одиночного линейного симметричного электрического вибратора, находящегося в свободном пространстве. Множитель $f_c(\vartheta)$=$\sqrt{1+q^2+2q\cos(\psi - kd\cos\vartheta)}$ учитывает наличие второго вибратора; он зависит не только от угла $\vartheta$, но и от расстояния $d$ между вибраторами, от отношения амплитуд токов в вибраторах $q$, от сдвига фаз токов в вибраторах $\psi$. Этот множитель называют множителем системы (в литературе встречаются также наименования «множитель комбинирования», «интерференционный множитель», «множитель решетки»).

Произведение множителей

$$f(\vartheta) = Af_1(\vartheta)f_c(\vartheta) \qquad (3.39)$$

при фиксированном расстоянии $r$ определяет зависимость значений напряженности поля от угловой координаты $\vartheta$, то есть является ненормированной амплитудной характеристикой направленности системы двух связанных линейных симметричных электрических вибраторов в меридиональной плоскости ($E$ – плоскости).

На рис. 3.12 приведена серия нормированных амплитудных диаграмм направленности. График функции на рис. 3.12 (а) — это нормированная амплитудная диаграмма направленности одиночного линейного симметричного электрического вибратора, находящегося в свободном пространстве. Графики функций на рис. 3.12 (б) и рис. 3.12 (в) соответствуют нормированным амплитудным диаграммам направленности связанных линейных симметричных электрических вибраторов в $E$ – плоскости. Сравнение графиков функций показывает насколько существенно трансформируется амплитудная диаграмма направленности одиночного линейного симметричного электрического вибратора, находящегося в свободном пространстве, если рядом расположен аналогичный вибратор. Трансформация амплитудной диаграммы определяется множителем системы $f_c(\vartheta)$, который существенным образом зависит от расстояния $d$ между вибраторами, от отношения амплитуд токов в вибраторах $q$, от сдвига фаз токов в вибраторах $\psi$.

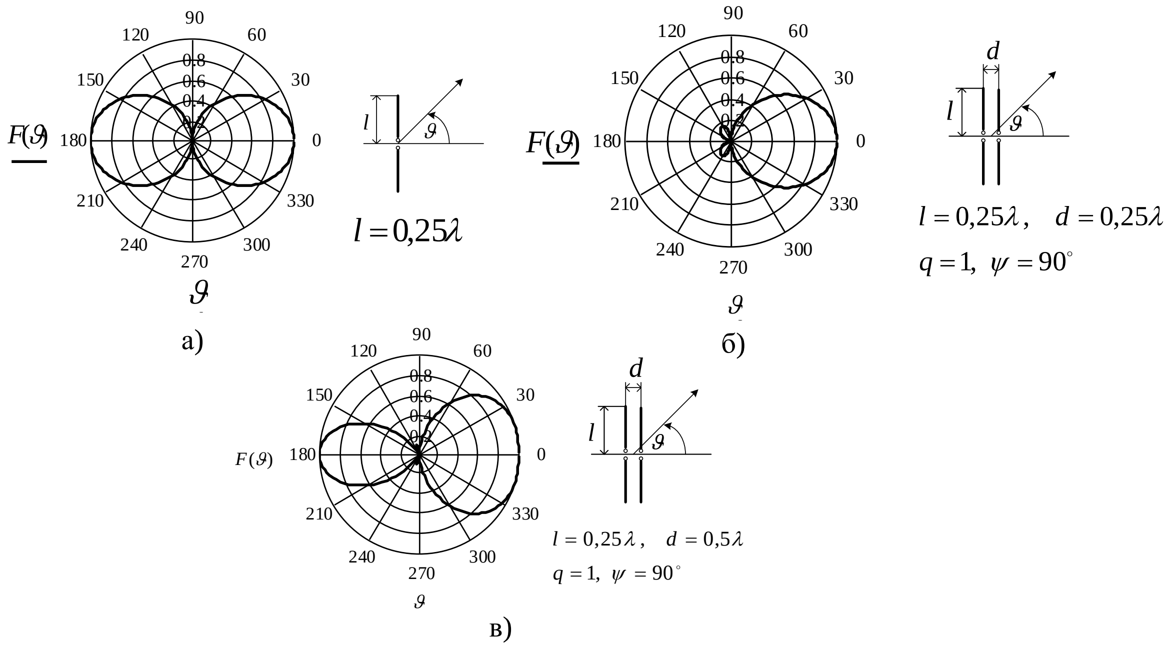



Рис. 3.12. Нормированные амплитудные диаграммы направленности связанных вибраторов в $E$-плоскости

### 3.2.2. Направленные свойства системы из двух связанных вибраторов в $H$ – плоскости

Экваториальная плоскость $XOY$ (рис. 3.11, а) является для системы связанных вибраторов общей $H$ – плоскостью. Как известно, одиночный линейный симметричный электрический вибратор, находящийся в свободном пространстве, в $H$ – плоскости не обладает направленностью. Наличие второго вибратора в корне меняет ситуацию. На рис. 3.13 изображены плоскость $XOY$ и положение вибраторов, соответствующее рис. 3.11 (а).

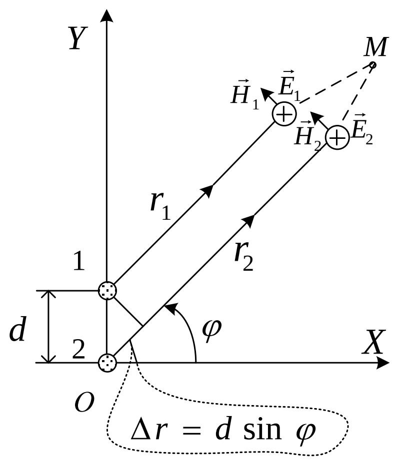



Рис. 3.13. Положение вибраторов относительно плоскости $XOY$

Примем, по-прежнему, что отношение амплитуд токов в вибраторах $q$, а сдвиг фаз $\psi$. Амплитудная характеристика направленности системы связанных вибраторов в $H$ – плоскости должна быть некоторой функцией $f(\varphi)$ азимутального угла $\varphi$, отсчитываемого от оси $OX$.

Из рис. 3.13 следует, что разность хода лучей:

$$\Delta r = r_2 - r_1 = d\sin\varphi. \tag{3.40}$$

Можно показать, что значение модуля напряженности суммарной напряженности поля будет определяться выражением:

$$\left|\dot{\vec{E}}_m(\varphi)\right| = A(1-\cos kl)\sqrt{1+q^2+2q\cos(\psi - kd\sin\varphi)}. \tag{3.41}$$

По аналогии с анализом направленных свойств системы связанных вибраторов в $E$ – плоскости можно выделить три характерных множителя. Множители $A = 60 I_{\Pi 1} / r_1$ и $(1 - \cos kl)$, не зависящие от направления на точку наблюдения, а также множитель $f_c(\varphi)$=$\sqrt{1 + q^2 + 2q\cos(\psi - kd\sin\varphi)}$. Функция $f_c(\varphi)$ является множителем системы. Он учитывает наличие второго вибратора и зависит не только от угла $\varphi$, но и от расстояния $d$ между вибраторами, отношения амплитуд токов в вибраторах $q$, сдвига фаз токов $\psi$.

Произведение множителей:

$$f(\varphi) = A(1 - \cos kl) f_c(\varphi) \tag{3.42}$$

при фиксированном расстоянии $r$ определяет зависимость значений напряженности поля от угловой координаты $\varphi$, то есть, является ненормированной амплитудной характеристикой направленности системы двух связанных линейных симметричных электрических вибраторов в общей экваториальной плоскости ($H$ – плоскости).

Таким образом, направленные свойства системы связанных вибраторов в $H$ – плоскости полностью определяются только множителем системы $f_c(\vartheta)$, что является прямым следствием отсутствия направленности в этой плоскости каждого из вибраторов в отдельности.

На рис. 3.14 приведена серия нормированных амплитудных диаграмм направленности. График функции на рис. 3.14 (а) — это нормированная амплитудная диаграмма направленности в $H$ – плоскости одиночного линейного симметричного электрического вибратора, находящегося в свободном пространстве. Графики функций на рис. 3.14 (б) и рис. 3.15 (в) соответствуют нормированным амплитудным диаграммам направленности связанных линейных симметричных электрических вибраторов в $H$ – плоскости.

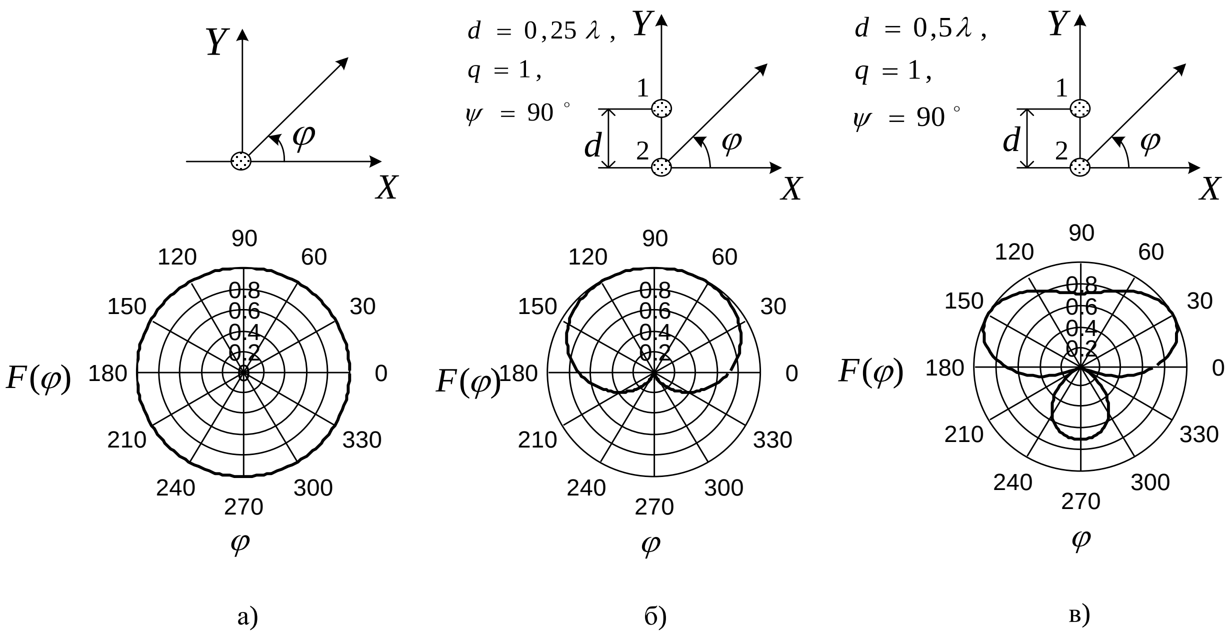



Рис. 3.14. Нормированные амплитудные диаграммы направленности связанных вибраторов в $H$-плоскости

Если сравнить нормированные амплитудные диаграммы направленности на рис. 3.12 (б) и рис. 3.14 (б), то можно убедиться в их определенном отличии. Оно обусловлено тем, что диаграмма направленности на рис. 3.12 (б) учитывает наличие собственных направленных свойств вибратора в $E$ – плоскости (рис. 3.12, а). Аналогичный вывод можно сделать для нормированных амплитудных диаграмм направленности, приведенных на рис. 3.12 (в) и рис. 3.14, (в).

### 3.2.3. Входное сопротивление связанных вибраторов

В разделе 3.1.7 обсуждался вопрос о входном сопротивлении одиночного вибратора, находящегося в свободном пространстве. Рассмотрим два связанных произвольно ориентированных относительно друг друга линейных симметричных электрических вибратора (рис. 3.15, а). Пусть к первому вибратору подведено напряжение $U_{\text{вх 1}}$ частоты $\omega$, а ко второму вибратору — напряжение $U_{\text{вх 2}}$ той же частоты. Вычисление входного сопротивления каждого из связанных вибраторов — более сложная процедура по сравнению с той, что рассматривалась в разделе 3.1.7. В основе расчета лежит метод наведенных электродвижущих сил [2].

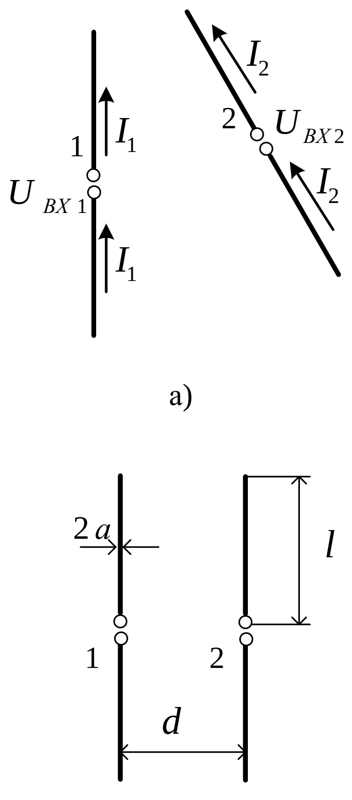



Рис. 3.15. Связанные вибраторы

Поясним методику расчета входного сопротивления на примере системы из двух одинаковых линейных симметричных электрических вибраторов, следуя [2]. Поскольку рассматриваемая система линейна, для комплексных амплитуд токов и напряжений на входах каждого вибратора ($\dot{I}_{\text{вх1}}, \dot{I}_{\text{вх2}}$ и $\dot{U}_{\text{вх1}}, \dot{U}_{\text{вх2}}$ соответственно) можно записать систему линейных уравнений типа уравнений Кирхгофа:

$$\dot{U}_{\text{вх1}} = Z_{11}\dot{I}_{\text{вх1}} + Z_{12}\dot{I}_{\text{вх2}},$$
$$\dot{U}_{\text{вх2}} = Z_{21}\dot{I}_{\text{вх1}} + Z_{22}\dot{I}_{\text{вх2}}. \qquad (3.43)$$

Коэффициенты $Z_{11}$ и $Z_{22}$ носят название собственных сопротивлений, а $Z_{12}$ и $Z_{21}$ – взаимных сопротивлений и имеют следующий смысл. Пусть второй вибратор разомкнут в точках входа, то есть $\dot{I}_{\text{вх2}} = 0$. Тогда из первого уравнения (3.43) имеем $Z_{11} = \dot{U}_{\text{вх1}}/\dot{I}_{\text{вх1}}$. При разомкнутом первом вибраторе $Z_{22} = \dot{U}_{\text{вх2}}/\dot{I}_{\text{вх2}}$. Таким образом, каждое из собственных сопротивлений равно входному сопротивлению соответствующего вибратора в режиме, когда другой вибратор разомкнут. В первом приближении обычно считают, что влияние разомкнутых вибраторов невелико (это справедливо, если длина плеч вибратора отлична от резонансной длины), и отождествляют собственное сопротивление с входным сопротивлением каждого вибратора в свободном пространстве.

В рабочем режиме, когда оба вибратора возбуждаются соответствующим напряжением, из (3.43), поделив первое уравнение на $\dot{I}_{\text{вх}1}$, а второе на $\dot{I}_{\text{вх}2}$, получим значения входных сопротивлений вибраторов в составе системы:

$$Z_{\text{вх}1} = \dot{U}_{\text{вх}1}/\dot{I}_{\text{вх}1} = Z_{11} + Z_{12}\,\dot{I}_{\text{вх}2}/\dot{I}_{\text{вх}1} = Z_{11} + Z_{12\ \text{нав}}, \tag{3.44}$$

$$Z_{\text{вх}2} = \dot{U}_{\text{вх}2}/\dot{I}_{\text{вх}2} = Z_{22} + Z_{21}\,\dot{I}_{\text{вх}1}/\dot{I}_{\text{вх}2} = Z_{22} + Z_{21\ \text{нав}}, \tag{3.45}$$

где добавочные сопротивления, дополняющие собственные сопротивления, носят название наведенных сопротивлений, причем:

$$Z_{12\ \text{нав}} = Z_{12}\,\dot{I}_{\text{вх}2}/\dot{I}_{\text{вх}1},\ Z_{21\ \text{нав}} = Z_{21}\,\dot{I}_{\text{вх}1}/\dot{I}_{\text{вх}2}. \tag{3.46}$$

Как видно из (3.46), при равных токах, то есть $\dot{I}_{\text{вх}1} = \dot{I}_{\text{вх}2}$, наведенные сопротивления равны взаимным. Отметим, что с помощью принципа взаимности можно показать [2], что $Z_{12} = Z_{21}$, причем это равенство сохраняется при разных длинах вибраторов, образующих связанную систему, и произвольном их расположении в пространстве. В общем случае, когда $\dot{I}_{\text{вх}1} \neq \dot{I}_{\text{вх}2}$, для наведенных сопротивлений подобное равенство, как следует из (3.46), несправедливо, однако наведенные сопротивления могут быть найдены через взаимные, если известны токи на входах излучателей.

Рассмотрим расчет входного сопротивления на примере двух идентичных параллельных вибраторов, имеющих общую экваториальную плоскость (рис. 3.15, б) и питаемых одинаковыми токами $\dot{I}_{\text{вх}1} = \dot{I}_{\text{вх}2}$ (синфазный режим). Пусть $\lambda = 1000$ мм, $a = 7$ мм, $l = 0{,}25\lambda$, $d = 0{,}25\lambda$.

На основании (3.44) и (3.45) с учетом исходных данных имеем:

$$Z_{\text{вх}1} = Z_{11} + Z_{12}, \tag{3.47}$$

$$Z_{\text{вх}2} = Z_{22} + Z_{21}. \tag{3.48}$$

Так как $Z_{12} = Z_{21}$, то справедливо:

$$Z_{\text{вх}1} = Z_{\text{вх}2} = Z_{11} + Z_{12}. \tag{3.49}$$

Расчет собственного сопротивления излучения для одиночного полуволнового вибратора по формуле (3.27) (при условии $\beta = k(c/v) = 1{,}05k$ (см. рис. 3.9) и $(\sin kl)^2 = 1$) дает результат:

$$Z_{11} = Z_{22} = (72{,}225 + j13{,}658)\ \text{Ом}. \tag{3.50}$$

Взаимное сопротивление по методу наведенных электродвижущих сил (3.54):

$$Z_{12} = (40{,}8 - j28{,}3)\ \text{Ом}. \tag{3.51}$$

Подставив (3.50) и (3.51) в (3.49), получаем искомый результат:

$$Z_{\text{вх}1} = Z_{\text{вх}2} = (113{,}03 - j14{,}64)\ \text{Ом}. \tag{3.52}$$

Изменим условие возбуждения вибраторов, приняв $\dot{I}_{\text{вх}1} = -\dot{I}_{\text{вх}2}$ (противофазный режим). В этом случае легко получить:

$$Z_{\text{вх}1} = Z_{\text{вх}2} = Z_{11} - Z_{12} = (31{,}4 +\ j42{,}0)\ \text{Ом}. \tag{3.53}$$

Значения $Z_{12}$, необходимые при использовании метода наведенных электродвижущих сил, обычно рекомендуется брать из графиков или таблиц, что не совсем удобно при решении задач в тех случаях, когда вибраторы имеют разную длину плеч, а их точки питания смещены друг относительно друга (рис. 3.16).

Современные вычислительные средства позволяют получить $Z_{12}$, отнесенное к пучности тока, путем численного интегрирования [4]:

$$Z_{12} = R_{12} + jX_{12} = 30j \times$$

$$\left\{\begin{matrix} \left[\int_{h-l_1}^{h} \left(e^{-jkr_1}/r_1 - 2\cos kl_2\, e^{-jkr_0}/r_0 + e^{-jkr_2}/r_2\right)\right] sin[k(l_1 + h + \xi)]d\,\xi\, + \\ \left[\int_{h}^{h+l_1} \left(e^{-jkr_1}/r_1 - 2\cos kl_2\, e^{-jkr_0}/r_0 + e^{-jkr_2}/r_2\right)\right] sin[k(l_1 + h - \xi)]d\,\xi \end{matrix}\right\}, \quad (3.54)$$

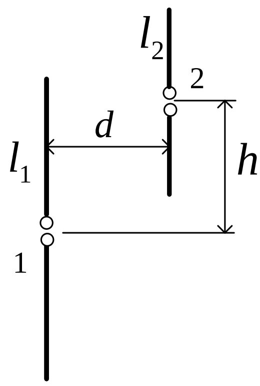



Рис. 3.16. Вибраторы, смещенные относительно друг друга

где: $r_1 = \sqrt{(l_2 - \xi)^2 + d^2}$;
$r_0 = \sqrt{\xi^2 + d^2}$; $r_2 = \sqrt{(l_2 + \xi)^2 + d^2}$.

Формула (3.54) заимствована из монографии [6].

При значениях $d = 0$ и $h = 0$ значения $Z_{12}$ переходят в $Z_{11}$. Обратим внимание на то, что результаты вычисления $Z_{12}$ и $Z_{11}$ по формуле (3.54) соответствуют предельному случаю, когда радиус провода плеча $a \to 0$. Так, например, для рассмотренного выше примера ( $\lambda = 1000$ мм, $a = 7$ мм, $l_1 = l_2 = 0{,}25\lambda$ , $d = 0{,}25\lambda$ , $h = 0$ ) получается, что $Z_{11} = Z_{22} = (73,13 + j42{,}5)$ Ом, в то время как расчет по формуле (3.27) дает результат (3.50):
$Z_{11} = Z_{22} = (72{,}225 + j13{,}658)$ Ом.

Следует иметь в виду, что взаимные сопротивления, полученные по формуле (3.54), отнесены к пучности тока. В предположении синусоидального распределения тока пересчет взаимных сопротивлений относительно тока на входе вибратора осуществляется путем их деления на $(\sin kl)^2$. Это замечание справедливо для большинства таблиц и графиков взаимных сопротивлений, приведенных в различных учебниках и учебных пособиях по антеннам, например, [6].

В настоящее время в связи с развитием строгих методов расчета распределения тока в связанных вибраторах, реализуемых с помощью математических пакетов для компьютеров, метод наведенных электродвижущих сил может иметь лишь ограниченное применение. В частности, им целесообразно пользоваться при небольшом числе весьма тонких и коротких связанных вибраторов.

Представляется интересным сравнение результатов расчета входного сопротивления методом наведенных электродвижущих сил — результаты (3.52) и (3.53) и более строгим (с использованием программы MMANA [10]). Результаты сравнения приведены в таблице 3.2. Имеющееся различие результатов расчетов объяснятся тем, что программный комплекс MMANA вычисляет ток по длине вибратора (в том числе и в точках питания) строго, а в методе наведенных электродвижущих сил заведомо исходят из синусоидального распределения тока.

Применяя программу MMANA, следует обратить внимание на то, что в ней качестве источников задаются амплитуды и фазы напряжений, а не токов. Если источник один, то фаза безразлична. Но если исследуется система с несколькими (даже с двумя) источниками, то в каждом нужно задать не только амплитуду, но и фазу напряжения.

Табл. 3.2

| Рис. 3.15 (б) ($\lambda = 1000$ мм, $a = 7$ мм, $l = 0{,}25\lambda$, $d = 0{,}25\lambda$) | |
|---|---|
| Метод наведенных электродвижущих сил | Программа MMANA |
| $\dot{I}_{\text{вх}1} = \dot{I}_{\text{вх}2}$ (синфазный режим) | $\dot{U}_{\text{вх}1} = \dot{U}_{\text{вх}2} = 1$ (синфазный режим) |
| | |
| $Z_{\text{вх}1} = (113{,}03 - j14{,}64)$ Ом. | $Z_{\text{вх}1} = (129{,}0 - j17{,}15)$ Ом |
| | |
| $\dot{I}_{\text{вх}1} = -\dot{I}_{\text{вх}2}$ (противофазный режим) | $\dot{U}_{\text{вх}1} = 1,\ \dot{U}_{\text{вх}2} = -1$ (противофазный режим) |
| | |
| $Z_{\text{вх}1} = (31{,}4 + j42{,}0)$ Ом | $Z_{\text{вх}1} = (55{,}24 + j98{,}46)$ Ом |

В рассмотренном примере (рис. 3.15, б и табл. 3.2), когда амплитуды токов равны, а фазовый сдвиг токов равен нулю (синфазный режим) $\dot{I}_{\text{вх}1} = \dot{I}_{\text{вх}2}$, имеем $Z_{\text{вх}1} = Z_{\text{вх}2} = Z_{11} + Z_{12}$. Понятно, что $\dot{I}_{\text{вх}1} Z_{\text{вх}1} = \dot{I}_{\text{вх}2} Z_{\text{вх}2}$, то есть $\dot{U}_{\text{вх}1} = \dot{U}_{\text{вх}2}$. Для противофазного режима $\dot{I}_{\text{вх}1} = -\dot{I}_{\text{вх}2}$. При этом $Z_{\text{вх}1} = Z_{\text{вх}2} = Z_{11} - Z_{12}$. Напряжения связаны соотношениями $\dot{I}_{\text{вх}1} Z_{\text{вх}1} = -\dot{I}_{\text{вх}2} Z_{\text{вх}2}$, что равносильно $\dot{U}_{\text{вх}1} = -\dot{U}_{\text{вх}2}$.

### 3.2.4. Система из первичного и вторичного излучателей

Согласно [1], первичным излучателем антенны называется излучающий элемент антенны, связанный с фидером. Вторичный излучатель антенны – это излучающий элемент антенны, не связанный с фидером и возбуждаемый электромагнитным полем первичного излучателя. В настоящем разделе под элементами антенны будем понимать линейные электрические симметричные вибраторы (рис. 3.17). Традиционно во всех учебниках и учебных пособиях по антеннам излучатель, подключенный к фидеру, назывался активным (излучающим), а излучатель, не связанный с фидером — пассивным. В соответствии с [1], применение терминов: активный, излучающий и пассивный для системы излучателей (рис. 3.17), считается недопустимым. Будем следовать требованиям [1].

На рис. 3.17 вибратор 2 будет вторичным, то есть питание от генератора к нему не подводится ($U_2 = 0$) и он возбуждается полем первичного вибратора 1. Регулирование тока во вторичном вибраторе достигается включением на его входные зажимы специального настроечного сопротивления $X_н$, которое обычно выбирается чисто реактивным.

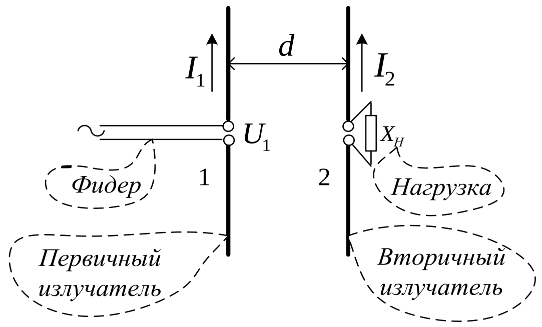



Рис. 3.17. Система из первичного и вторичного излучателей

Система линейных уравнений Кирхгофа при этом запишется в следующем виде:

$$\dot{U}_{вх1} = Z_{11}\dot{I}_{вх1} + Z_{12}\dot{I}_{вх2},$$

$$0 = Z_{21}\dot{I}_{вх1} + (Z_{22} + jX_н)\dot{I}_{вх2} = Z_{12}\dot{I}_{вх1} + (Z_{22} + jX_н)\dot{I}_{вх2}. \quad (3.55)$$

Из второго уравнения (3.55) сразу же определяется отношение токов в системе из первичного и вторичного излучателей:

$$\dot{I}_{вх\,2}/\dot{I}_{вх\,1} = -Z_{21}/(Z_{22} + jX_н) = -Z_{12}/(Z_{22} + jX_н) = qe^{j\psi}, \quad (3.56)$$

где:

$$q = \sqrt{(R_{12}^2 + X_{12}^2)/(R_{22}^2 + (X_{22} + X_н)^2)}, \quad (3.57)$$

$$\psi = \pi + \operatorname{arctg}(X_{12}/R_{12}) - \operatorname{arctg}\big((X_{22} + X_н)/R_{22}\big). \quad (3.58)$$

Сопротивления, входящие в формулы (3.57, 3.58), должны быть отнесены к входным клеммам. Если эти сопротивления заданы (определены) относительно тока пучности, то их значения необходимо разделить на $(\sin kl)^2$.

При настройке вторичного излучателя в резонанс, когда $X_{22} + X_н = 0$, ток в нем достигает максимального значения при любых расстояниях $d$. Настройка может достигаться как регулировкой $X_н$ при неизменной длине излучателя, так и регулировкой длины плеч излучателя при $X_н = 0$, то есть при коротком замыкании. На практике наибольшее значение имеют два режима настройки вторичного излучателя: режим рефлектора и режим директора. В режиме рефлектора подбором расстояния $d$ и настройки $X_н$ во вторичном излучателе создается такой ток (по амплитуде и фазе), что в направлении первичного излучателя создается максимальное поле, а в направлении вторичного излучателя поле минимально.

В режиме директора подбор расстояния $d$ и настройка $X_н$ осуществляются так, что в направлении вторичного излучателя создается максимальное поле, а минимум излучения — в направлении первичного излучателя.

Следует обратить внимание на то, что $q$ и $\psi$ взаимосвязаны. При изменении $X_{\text{н}}$ меняются одновременно обе эти величины. Поэтому добиться одновременно нужных значений $q$ и $\psi$ для вторичного излучателя невозможно.

В качестве примера ниже приведены результаты расчета нормированных амплитудных диаграмм направленности в $H$ – плоскости двух связанных линейных полуволновых симметричных электрических вибраторов (рис. 3.13). Первичным выбран излучатель 1, вторичным — 2. Значения $X_{\text{н}}$ указаны в табл. 3.3 и табл. 3.4. Для радиуса проводов плеч вибраторов принято условие $a \to 0$. Собственные и наведенные сопротивления рассчитывались методом наведенных электродвижущих сил по формуле (3.54). Для расчета амплитудных диаграмм направленности использовался множитель системы, входящий в (3.41) — $f_{\text{с}}(\varphi)=\sqrt{1+q^2+2q\cos(\psi-kd\sin\varphi)}$. Строгая оптимизация рефлекторных и директорных свойств вторичного излучателя не проводилась.

Результаты расчетов представлены в табл. 3.3, табл. 3.4 и на рис. 3.18.

Табл. 3.3

| Первичный излучатель | Вторичный излучатель в режиме рефлектора |
|---|---|
| Исходные данные | |
| $l/\lambda = 0{,}25;\ a \to 0$ | $l/\lambda = 0{,}25;\ a \to 0;\ X_{\text{н}} = 0$ |
| Результаты расчетов | |
| $Z_{11} = (73{,}1 + j42{,}5)$ Ом<br>$Z_{12} = (40{,}8 - j28{,}3)$ Ом | $Z_{22} = Z_{11}$<br>$Z_{21} = Z_{12}$ |
| $q = 0{,}587;\ \psi = 2{,}01\ (\psi = 115^\circ);\ F(\varphi)$ — см. рис. 3.18, (а) | |

Табл. 3.4

| Первичный излучатель | Вторичный излучатель в режиме директора |
|---|---|
| Исходные данные | |
| $l/\lambda = 0{,}25;\ a \to 0$ | $l/\lambda = 0{,}25;\ a \to 0;\ X_{\text{н}} = -140$ Ом |
| Результаты расчетов | |
| $Z_{11} = (73{,}1 + j42{,}5)$ Ом<br>$Z_{12} = (40{,}8 - j28{,}3)$ Ом | $Z_{22} = Z_{11}$<br>$Z_{21} = Z_{12}$ |
| $q = 0{,}408;\ \psi = 3{,}461\ (\psi = 198{,}4^\circ),\ F(\varphi)$ — см. рис. 3.18, (б) | |

Напомним, что в расчетных примерах в качестве первичного выбран излучатель 1, а в качестве вторичного — излучатель 2. Диаграмма на рис. 3.18, (а) иллюстрирует рефлекторные свойства вторичного излучателя, потому что в направлении первичного излучателя создается более интенсивное поле, а в направлении вторичного излучателя формируется поле существенно меньшего уровня. Диаграмма на рис. 3.18, (б) свидетельствует о директорных свойствах вторичного излучателя, потому что в направлении вторичного излучателя создается более высокий уровень поля, а поле меньшего уровня формируется в направлении первичного излучателя.

## 3.3. Вопросы и задания для самопроверки

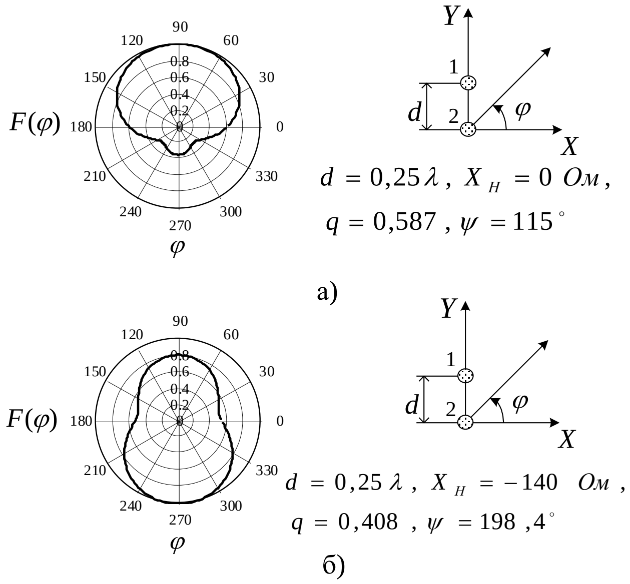



Рис. 3.18. Нормированные диаграммы направленности системы излучателей: рефлектор-директор

1. Как ориентированы в пространстве главные плоскости векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ ($E$ – плоскость и $H$ – плоскость) линейного симметричного электрического вибратора?

2. Запишите функцию, определяющую распределение тока вдоль бесконечно тонкого линейного симметричного электрического вибратора.

3. Запишите функцию, связывающую ток на входе линейного симметричного электрического вибратора и ток в пучности.

4. Изобразите в полярной системе координат нормированную амплитудную диаграмму направленности полуволнового линейного симметричного электрического вибратора в дальней зоне в плоскости вектора $\vec{H}$.

5. Изобразите в полярной системе координат нормированную амплитудную диаграмму направленности полуволнового линейного симметричного электрического вибратора в дальней зоне в плоскости вектора $\vec{E}$.

6. Изобразите в прямоугольной (декартовой) системе координат нормированную амплитудную диаграмму направленности линейного симметричного электрического вибратора в дальней зоне в плоскости вектора $\vec{E}$.

7. Изобразите в прямоугольной (декартовой) системе координат нормированную амплитудную диаграмму направленности полуволнового линейного симметричного электрического вибратора в дальней зоне в плоскости вектора $\vec{H}$.

8. Чему равен КНД полуволнового линейного симметричного электрического вибратора в направлении максимального излучения?

9. В чем состоит приближенность аналогии двухпроводной линии и линейного симметричного электрического вибратора?

10. Электромагнитные волны какого вида поляризации излучаются линейным симметричным электрическим вибратором в свободном пространстве в дальней зоне?

11. Как зависят от расстояния $r$ (вибратор – точка наблюдения) значение амплитуд напряженностей электрического и магнитного полей линейного симметричного электрического вибратора в дальней зоне?

12. Линейные симметричные электрические вибраторы какой длиной обычно применяются на практике?

13. Какова причина образования боковых лепестков амплитудной диаграммы направленности линейного симметричного электрического вибратора?

14. Почему входное сопротивление линейного симметричного электрического вибратора является исключительно важным его параметром?

15. В чем состоит принципиальная особенность изменения входного сопротивления линейного симметричного электрического вибратора в зависимости от радиуса провода его плеча?

16. Какие линейные симметричные электрические вибраторы называется связанными?

17. Чем определяется значение множителя системы связанных вибраторов?

18. При каких условиях в системе двух связанных линейных симметричных электрических вибраторов взаимные сопротивления равны наведенным?

19. В чем принципиальная разница между первичным и вторичным линейным симметричным электрическим вибратором в системе двух связанных вибраторов?

20. Чем отличаются направленные свойства системы двух связанных линейных симметричных электрических вибраторов, когда вторичный излучатель работает в режиме рефлектора или директора?

## 3.4. Задачи

### 3.4.1. Задачи для самостоятельного решения

3.1. Рассчитать и изобразить графически распределение модуля тока вдоль тонкого линейного симметричного электрического вибратора, имеющего длину плеча $l = 1{,}0\lambda$. Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности в $E$ – плоскости и построить в прямоугольной системе координат с логарифмическим масштабом соответствующую ей амплитудную диаграмму направленности.

3.2. Определить ширину главного лепестка нормированной амплитудной диаграммы направленности в $E$ – плоскости по уровню нулевого излучения $2\theta_0$ и по уровню половинной мощности $2\theta_{0,5}$ для линейного симметричного электрического вибратора с длиной плеча 0,5 м, если вибратор излучает на частоте 375 МГц. (*Ответ*: $2\theta_0 = 74^\circ$; $2\theta_{0,5} = 34^\circ$).

3.3. Линейный симметричный электрический вибратор имеет длину плеча 1,0 м и излучает на частоте 187,5 МГц. Определить число боковых лепестков в нормированной амплитудной диаграмме направленности и их уровни в децибелах. (*Ответ*: $n = 4$; $\delta = -10{,}5$ дБ).

3.4. Определить ширину главного лепестка нормированной амплитудной диаграммы направленности в $E$ – плоскости по уровню нулевого излучения $2\theta_0$ и по уровню половинной мощности $2\theta_{0,5}$ для линейного симметричного электрического вибратора с длиной плеча 0,5 м, если вибратор излучает на частоте 420 МГц. (*Ответ*: $2\theta_0 = 50^\circ$; $2\theta_{0,5} = 18^\circ$).

3.5. Линейный симметричный электрический вибратор имеет длину плеча 1,0 м и излучает на частоте 210 МГц. Определить число боковых лепестков в диаграмме направленности и их уровни в децибелах.

(*Ответ*: $n = 4$; $\delta = -2{,}0$ дБ).

3.6. Рассчитать и изобразить графически распределение модуля комплексного значения тока вдоль линейного симметричного электрического вибратора, имеющего длину плеча 0,5 м, диаметр провода плеча 0,025 м и излучающего на частоте 300 МГц. Сравнить полученное распределение с распределением модуля тока, рассчитанным в предположении, что диаметр плеча вибратора стремится к нулю.

3.7. Определить значение максимального коэффициента направленного действия линейного симметричного электрического вибратора, имеющего длину плеча 0,5 м и излучающего на частоте 375 МГц. Определить значение коэффициента направленного действия этого же вибратора в направлении, составляющем угол $80^\circ$ с осью вибратора. (*Ответ*: $D_{max} = 3{,}28$; $D = 2{,}56$).

3.8. Определить значение максимального коэффициента направленного действия линейного симметричного электрического вибратора, имеющего длину плеча 0,25 м и излучающего на частоте 750 МГц. Определить значение коэффициента направленного действия этого же вибратора в направлении, составляющем угол $10^\circ$ с нормалью к оси вибратора.

(*Ответ*: $D_{max} = 3{,}28$; $D = 2{,}56$).

3.9. Определить значение входного сопротивления линейного симметричного электрического вибратора, излучающего на частоте 300 МГц, имеющего длину плеча 0,5 м, а диаметр провода плеча 0,025 м. Фазовую скорость волны тока вдоль вибратора принять равной скорости света.

(*Ответ*: $Z = (587{,}7 - j115{,}4)$ Ом).

3.10. Определить значение входного сопротивления линейного симметричного электрического вибратора, излучающего на частоте 180 МГц, имеющего длину плеча 0,5 м, а диаметр провода плеча 0,025 м. Фазовую скорость волны тока вдоль вибратора принять равной скорости света.

(*Ответ*: $Z = (125{,}7 + j75{,}1)$ Ом).

3.11. Определить значение входного сопротивления линейного симметричного электрического вибратора, излучающего на частоте 420 МГц, имеющего длину плеча 0,5 м, а диаметр провода плеча 0,025 м. Фазовую скорость волны тока вдоль вибратора принять равной скорости света.

(*Ответ*: $Z = (90{,}9 - j102{,}4)$ Ом).

3.12. Полуволновый линейный симметричный электрический вибратор ориентирован своей осью вдоль оси $Y$ (рис. 3.19, а). Значение модуля тока в пучности его распределения равно 1 А. Определить значение амплитуд напряженностей электрического и магнитного полей в точке пространства, находящейся в дальней зоне и характеризуемой пространственным углом $\psi = 80^\circ$ (угол $\psi$ образован осью вибратора и направлением на точку наблюдения) и расстоянием $r = 2000$ м от точек питания (центра) вибратора.

(*Ответ*: $E = 0{,}029$ В/м; $H = 7{,}78 \cdot 10^{-5}$А/м).

3.13. Полуволновый линейный симметричный электрический вибратор ориентирован своей осью вдоль оси $X$ (рис. 3.19, б). Значение модуля тока в пучности его распределения равно 1 А. Определить значение амплитуд напряженностей электрического и магнитного полей в точке пространства, находящейся в дальней зоне и характеризуемой пространственным углом $\psi = 40^\circ$ (угол $\psi$ образован осью вибратора и направлением на точку наблюдения) и расстоянием $r = 2000$ м от точек питания (центра) вибратора.

(*Ответ*: $E = 0{,}017$ В/м; $H = 4{,}5 \cdot 10^{-5}$А/м).

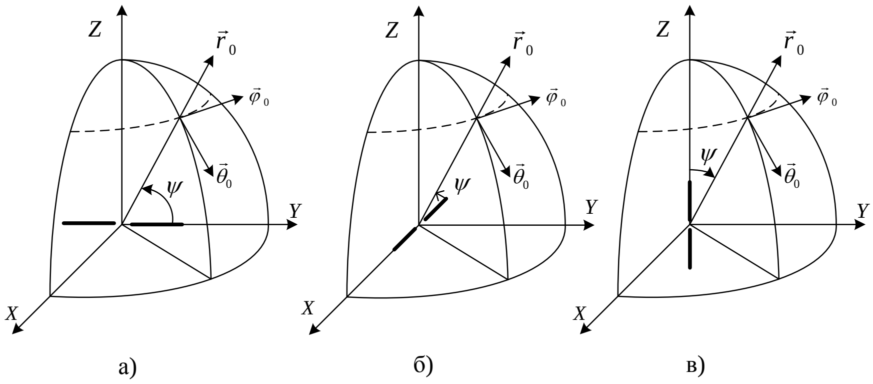



Рис. 3.19

3.14. Полуволновый линейный симметричный электрический вибратор ориентирован своей осью вдоль оси $Z$ (рис. 3.19, в). Значение модуля тока в пучности его распределения равно 1 А. Определить значение амплитуд напряженностей электрического и магнитного полей в точке пространства, находящейся в дальней зоне и характеризуемой пространственным углом $\psi = 60^\circ$ (угол $\psi$ образован осью вибратора и направлением на точку наблюдения) и расстоянием $r = 2000$ м от точек питания (центра) вибратора.

(*Ответ*: $E = 0{,}024$ В/м; $H = 6{,}4 \cdot 10^{-5}$А/м).

3.15. Два одинаковых линейных симметричных вибратора с длиной плеча $l = 0{,}4\lambda$ расположены параллельно друг другу на расстоянии $d = 0{,}25\lambda$ (рис. 3.20). Вибраторы возбуждаются синфазными токами, амплитуды которых на входных зажимах одинаковы и равны 1 А. Определить амплитуды напряженностей суммарного электрического поля излучения вибраторов в точках $\text{P}_1$

и $\mathrm{P}_2$, расположенных соответственно на осях $OX$ и $OY$ на расстоянии $r = 1000$ м от начала координат. (*Ответ*: $E_1 = 0{,}369$ В/м; $E_2 = 0{,}261$ В/м).

3.16. Два одинаковых линейных симметричных вибратора с длиной плеча $l = 0{,}4\lambda$ расположены параллельно друг другу на расстоянии $d = 0{,}25\lambda$ (рис. 3.20). Вибраторы возбуждаются противофазными токами, амплитуды которых на входных зажимах одинаковы и равны 1 А. Определить амплитуды напряженностей суммарного электрического поля излучения вибраторов в точках $\mathrm{P}_1$ и $\mathrm{P}_2$, расположенных соответственно на осях $OX$ и $OY$ на расстоянии $r = 1000$ м от начала координат. (*Ответ*: $E_1 = 0$; $E_2 = 0{,}261$ В/м).

3.17. Два одинаковых линейных симметричных электрических вибратора с длиной плеча $l = 0{,}4\lambda$ расположены параллельно друг другу на расстоянии $d = 0{,}25\lambda$ (рис. 3.20). Вибраторы возбуждаются токами, значения амплитуд которых на входных зажимах одинаковы и равны 1 А, а отношение комплексных значений токов определяется соотношением $\dot{I}_2/\dot{I}_1 = e^{j\pi/2}$ (ток $\dot{I}_1$ отстает по фазе от тока $\dot{I}_2$). Определить амплитуды напряженностей суммарного электрического поля излучения вибраторов в точках $\mathrm{P}_1$ и $\mathrm{P}_2$, расположенных соответственно на осях $OX$ и $OY$ на расстоянии $r = 1000$ м от начала координат. (*Ответ*: $E_1 = 0{,}261$ В/м; $E_2 = 0{,}369$ В/м).

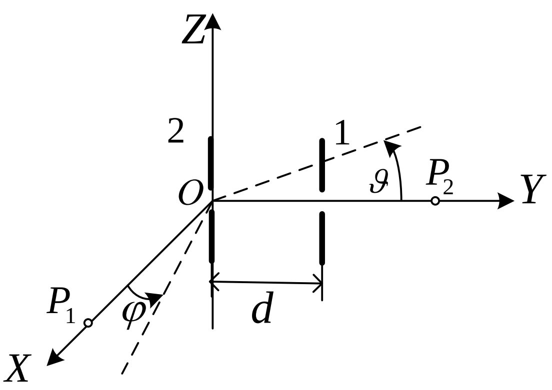


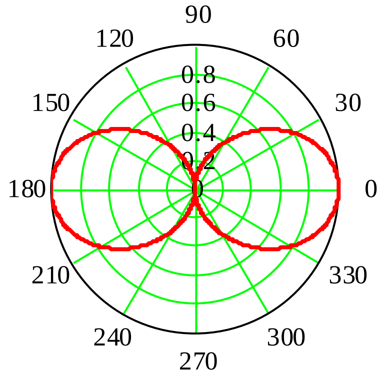
Рис. 3.20

3.18. Два одинаковых линейных симметричных электрических вибратора с длиной плеча $l = 0{,}4\lambda$ расположены параллельно друг другу на расстоянии $d = 0{,}25\lambda$ (рис. 3.20). Вибраторы возбуждаются токами, значения амплитуд которых на входных зажимах одинаковы и равны 1 А, а отношение комплексных значений токов определяется соотношением $\dot{I}_2/\dot{I}_1 = e^{-j\pi/2}$ (ток $\dot{I}_1$ опережает по фазе ток $\dot{I}_2$). Определить амплитуды напряженностей суммарного электрического поля излучения вибраторов в точках $\mathrm{P}_1$ и $\mathrm{P}_2$, расположенных соответственно на осях $OX$ и $OY$ на расстоянии $r = 1000$ м от начала координат.

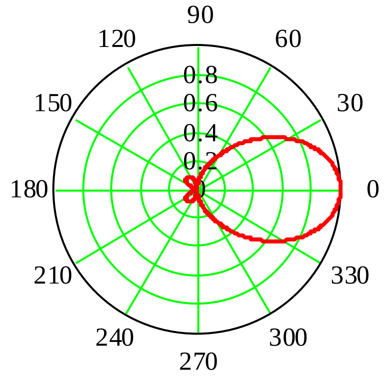
(*Ответ*: $E_1 = 0{,}261$ В/м; $E_2 = 0$).

3.19. Задана система двух линейных симметричных электрических вибраторов с длиной плеча $l = 0{,}4\lambda$, показанных на рис. 3.20. Расстояние $d = 0{,}25\lambda$, отношение амплитуд токов $q = 1{,}0$, разность фаз $\psi = \varphi_2 - \varphi_1 = 0$. Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности и построить её нормированную амплитудную диаграмму направленности в плоскости $YOZ$ в полярной системе координат.

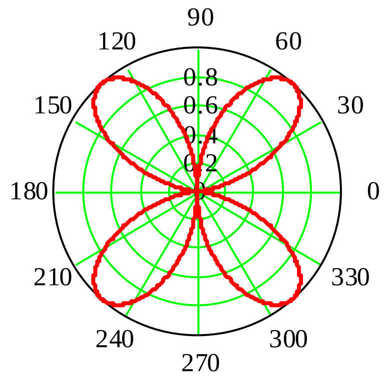
(см. рис. *Ответ к 3.19*).




Ответ к 3.19




Ответ к 3.20




Ответ к 3.21

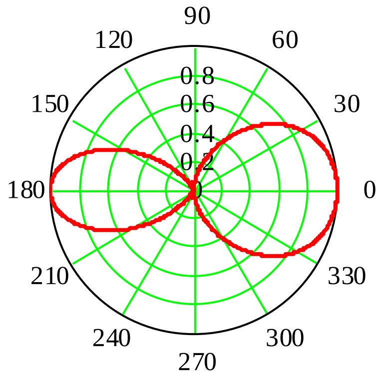
3.20. Задана система двух линейных симметричных электрических вибраторов с длиной плеча $l = 0{,}4\lambda$, показанных на рис. 3.20. Расстояние $d = 0{,}25\lambda$, отношение амплитуд токов $q = 1{,}0$, разность фаз $\psi = \varphi_2 - \varphi_1 = 90^\circ$. Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности и построить её нормированную амплитудную диаграмму направленности в плоскости $YOZ$ в полярной системе координат. (см. рис. *Ответ к 3.20*).

3.21. Задана система двух линейных симметричных электрических вибраторов с длиной плеча $l = 0{,}4\lambda$, показанных на рис. 3.20. Расстояние $d = 0{,}5\lambda$, отношение амплитуд токов $q = 1{,}0$, разность фаз $\psi = \varphi_2 - \varphi_1 = 0^\circ$. Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности и построить нормированную амплитудную диаграмму направленности в плоскости $YOZ$ в полярной системе координат. (см. рис. *Ответ к 3.21*).

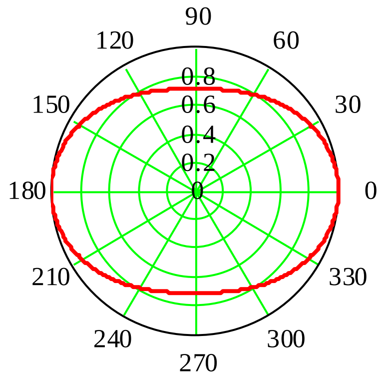
3.22. Задана система двух линейных симметричных электрических вибраторов с длиной плеча $l = 0{,}4\lambda$, показанных на рис. 3.20. Расстояние $d = 0{,}5\lambda$, отношение амплитуд токов $q = 1{,}0$, разность фаз $\psi = \varphi_2 - \varphi_1 = 90^\circ$. Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности и построить её нормированную амплитудную диаграмму направленности в плоскости $YOZ$ в полярной системе координат. (см. рис. *Ответ к 3.22*).

3.23. Задана система двух линейных симметричных электрических вибраторов с длиной плеча $l = 0{,}4\lambda$, показанных на рис. 3.20. Расстояние $d = 0{,}25\lambda$, отношение амплитуд токов $q = 1{,}0$, разность фаз $\psi = \varphi_2 - \varphi_1 = 0^\circ$. Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности и построить нормированную амплитудную диаграмму направленности в плоскости $XOY$ в полярной системе координат. (см. рис. *Ответ к 3.23*).

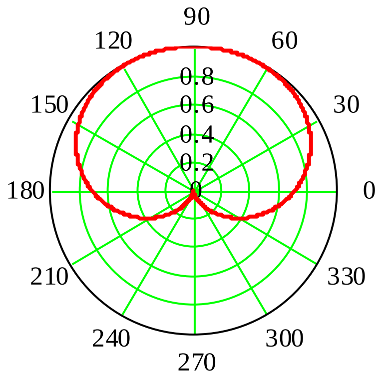
3.24. Задана система двух линейных симметричных электрических вибраторов с длиной плеча $l = 0{,}4\lambda$, показанных на рис. 3.20. Расстояние $d = 0{,}25\lambda$, отношение амплитуд токов $q = 1{,}0$, разность фаз $\psi = \varphi_2 - \varphi_1 = 90^{\circ}$. Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности и построить нормированную амплитудную диаграмму направленности в плоскости $XOY$ в полярной системе координат. (см. рис. *Ответ к 3.24*).




Ответ к 3.22




Ответ к 3.23



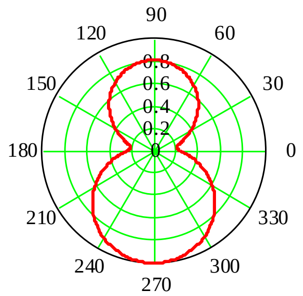

Ответ к 3.24

3.25. Два бесконечно тонких связанных полуволновых линейных симметричных электрических вибратора (первичный излучатель – 1 и вторичный излучатель – 2) расположены в пространстве так, как показано на рис. 3.20. Расстояние между вибраторами $d = 0{,}15\lambda$. К входным зажимам вторичного излучателя 2 подключена отрицательная реактивная нагрузка 60 Ом. Определить входное сопротивление первичного излучателя. Для излучающей системы рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности и построить амплитудную нормированную диаграмму направленности в плоскости $XOY$ в полярной системе координат.
(*Ответ*: $Z_1 = (23{,}88 + j42{,}5\ )$ Ом. ; см. рис. *Ответ к 3.25*).

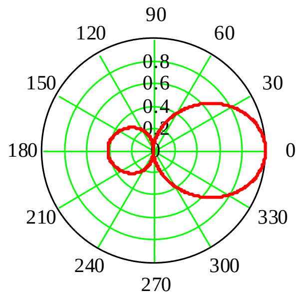
3.26. Два бесконечно тонких связанных полуволновых линейных симметричных электрических вибратора (первичный излучатель – 1 и вторичный излучатель – 2) расположены в пространстве так, как показано на рис. 3.20. Расстояние между вибраторами $d = 0{,}15\lambda$. К входным зажимам вторичного излучателя 2 подключена положительная реактивная нагрузка 60 Ом. Определить входное сопротивление первичного излучателя. Для излучающей системы рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности и построить амплитудную нормированную диаграмму направленности в плоскости $YOZ$ в полярной системе координат. (*Ответ*: $Z_1 = (62{,}05 + j69{,}07\ )$ Ом ; см. рис. *Ответ к 3.26*).

3.27. Два связанных полуволновых линейных симметричных электрических вибратора (первичный излучатель – 1 и вторичный излучатель – 2) расположены в пространстве так, как показано на рис. 3.20. Расстояние между вибраторами $d = 0{,}15\lambda$. К входным зажимам вторичного излучателя 2 подключена отрицательная реактивная нагрузка 60 Ом. Определить входное сопротивление первичного излучателя. Для излучающей системы рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности и построить нормированную амплитудную диаграмму направленности в плоскости $YOZ$ в полярной системе координат.

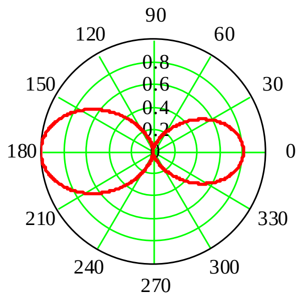
(*Ответ*: $Z_1 = (23{,}88 + j42{,}5\ )$ Ом); см. рис. *Ответ к 3.27*).




Ответ к 3.25




Ответ к 3.26



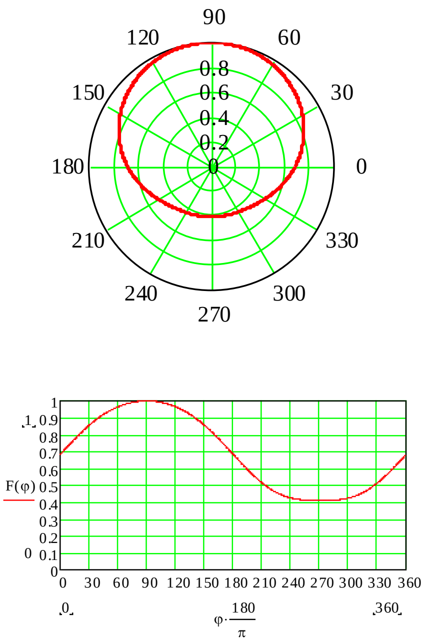

Ответ к 3.27

3.28. Два бесконечно тонких связанных полуволновых линейных симметричных электрических вибратора (первичный излучатель – 1 и вторичный излучатель – 2) расположены в пространстве так, как показано на рис. 3.20. Расстояние между вибраторами $d = 0{,}15\lambda$. К входным зажимам вторичного излучателя 2 подключена реактивная нагрузка $X_{2H}$ так, что его ток опережает по фазе ток вибратора 1 на угол $\psi = 118{,}8^{\circ}$. Определить значение реактивной нагрузки $X_{2H}$. Для излучающей системы рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности и построить нормированную амплитудную диаграмму направленности в $H$ – плоскости в прямоугольной системе координат.

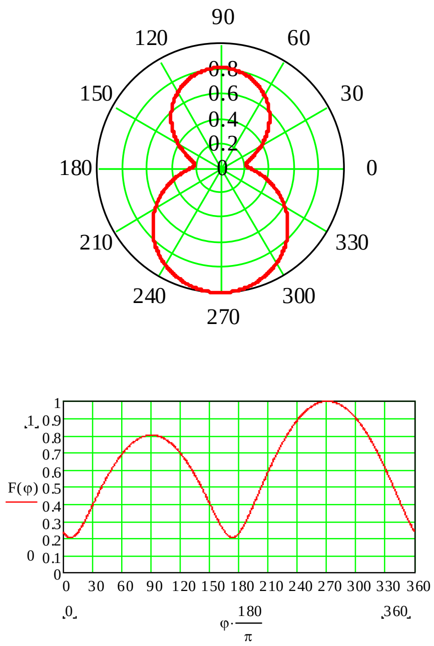
(см. рис. *Ответ к 3.28*)

3.29. Два бесконечно тонких связанных полуволновых линейных симметричных электрических вибратора (первичный излучатель – 1 и вторичный излучатель – 2) расположены в пространстве так, как показано на рис. 3.20. Расстояние между вибраторами $d = 0{,}15\lambda$. К входным зажимам вторичного излучателя 2 подключена реактивная нагрузка $X_{2H}$ так, что его ток отстает по фазе от тока вибратора 1 на угол $\psi = 173{,}2^{\circ}$. Определить значение реактивной нагрузки $X_{2H}$. Для излучающей системы рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности и построить нормированную амплитудную диаграмму направленности в $H$ – плоскости в прямоугольной системе координат.

(см. рис. *Ответ к 3.29*)




Ответ к 3.28




Ответ к 3.29

3.30. Определить сопротивление излучения линейного симметричного волнового вибратора (рис. 3.21, а), отнесенное к его току в пучности, рассматривая этот вибратор как систему, состоящую из двух связанных полуволновых вибраторов (рис. 3.22, б). (*Ответ*: $R_{\Sigma\Pi} = 199{,}0$ Ом; $X_{\Sigma\Pi} = 125{,}3$ Ом).

### 3.4.2. Примеры решения задач

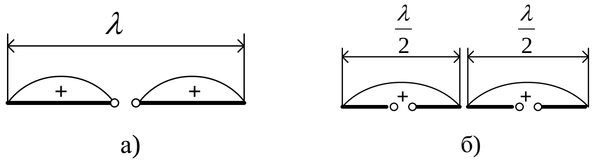



Рис. 3.21

**Задача 1**. Определить ширину главного лепестка нормированной амплитудной диаграммы направленности в $E$ – плоскости по уровню нулевого излучения $2\theta_0$ и по уровню половинной мощности $2\theta_{0,5}$ для линейного симметричного электрического вибратора с длиной плеча 0,7 м, если вибратор излучает на частоте 300 МГц.

Определить число боковых лепестков в нормированной амплитудной диаграмме направленности и их уровни в децибелах.

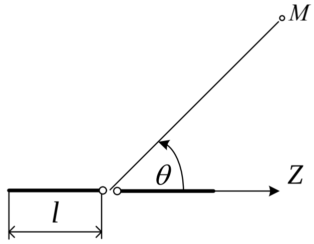
*Решение задачи*

Расположим линейный симметричный электрический вибратор вдоль оси $Z$ (рис. 3.22, а). Как известно, $E$ – плоскость вибратора содержит его ось. Угол $\theta$ будет аргументом амплитудной характеристики направленности в $E$ – плоскости. Нормированная амплитудная диаграмма направленности вибратора описывается формулой (3.15), которая имеет вид:

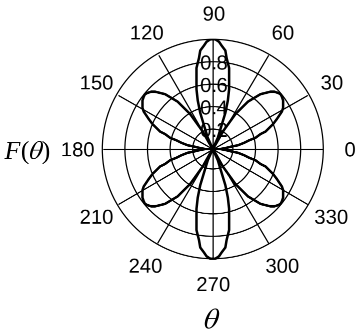
$$F(\theta) = |[\cos(kl\cos\theta) - \cos kl]/(1 - \cos kl)\sin\theta|.$$

Подставив в эту формулу $l = 0{,}7\,\lambda$, $k = 2\pi/\lambda$, с учетом того, что частоте 300 МГц соответствует длина волны $\lambda = 1{,}0$ м, получим расчетное выражение в форме:

$$F(\theta) = |[\cos(1{,}4\pi\cos\theta) - \cos 1{,}4\pi]/(1 - \cos 1{,}4\pi)\sin\theta|. \qquad (3.59)$$




а)




б)

Рис. 3.22

Результаты расчета, выполненные с применением пакета Mathcad [4], приведены на рис. 3.22 (б). Диаграмма построена в полярной системе координат. По диаграмме определяем, что число боковых лепестков равно четырем.

На рис. 3.23 приведена та же диаграмма $F(\theta)$, но построенная в прямоугольной (декартовой) системе координат с логарифмическим масштабом по оси ординат. По этой диаграмме очень удобно определить уровень боковых лепестков в децибелах: $\xi = -2{,}0$ дБ.

На рис. 3.24 приведена та же диаграмма $F(\theta)$, но построенная в прямоугольной (декартовой) системе координат с линейным масштабом по оси ординат. По этой диаграмме очень просто определить ширину диаграммы направленности по уровню нулевого излучения $2\theta_0 = 50^\circ$ и по уровню половинной мощности $2\theta_{0,5} = 24^\circ$.

Напомним, что ширина диаграммы $2\theta_0$ определяется по уровню нулевого (минимального) излучения в границах основного (главного) лепестка. Ширина диаграммы направленности $2\theta_{0,5}$ определяется в границах главного лепестка на уровне $F(\theta) = 0{,}707$.

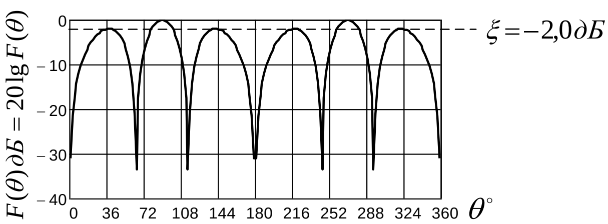



Рис. 3.23

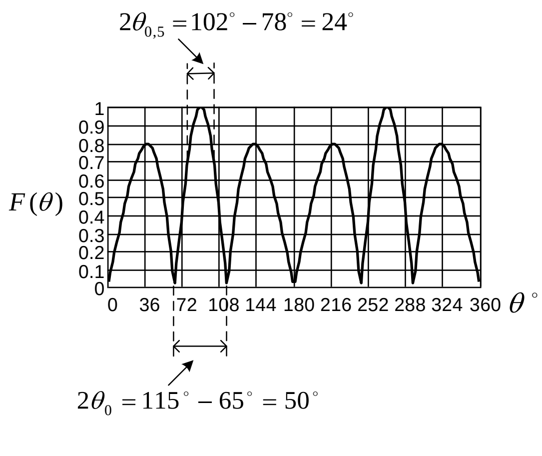



Рис. 3.24

**Задача 2.** Приближенным методом, основанном на аналогии тонкого вибратора и разомкнутой двухпроводной линии с потерями, определить значение входного сопротивления линейного симметричного электрического вибратора, излучающего на частоте 352,94 МГц, имеющего длину плеча $l = 0{,}25$ м, радиус провода плеча $a = 0{,}00625$ м. Сравнить полученный результат с результатом, полученным с применением программы MMANA [10].

*Решение задачи*

Для расчета входного сопротивления применим формулу (3.27). Предварительно вычислим значения некоторых величин. Заданной частоте соответствует длина волны $\lambda = 0{,}85$ м. Отношение длины плеча к длине волны $l/\lambda = 0{,}2941$. Отношение длины плеча к диаметру провода плеча $l/d = 20$.

По рис. 3.9 определим отношение скорости света к фазовой скорости в эквивалентной линии с потерями, а, следовательно, и в вибраторе $c/v = 1{,}07$.

С учетом этого коэффициент фазы в эквивалентной линии $\beta = 1{,}07\,k = 1{,}07(2\pi/\lambda) = 7{,}909\ (1/\text{м})$.

Коэффициент затухания определим по формуле (3.29) с учетом замены $k$ на $\beta$, то есть $\alpha = R_{\Sigma\Pi}/120l[ln(l/a) - 1][1 - sin\,2\beta l/2\beta l]$. Сопротивление излучения, отнесенное к пучности тока, рассчитаем по формуле (3.25)

$R_{\Sigma} = 60\int_0^{\pi}\{[\cos(kl\cos\theta) - \cos kl]^2/\sin\theta\}\,d\theta = 114{,}1\ \text{Ом}$. В результате значение коэффициента затухания $\alpha = 1{,}195\ (1/\text{м})$.

Вычислим по формуле (3.28) комплексное волновое сопротивление эквивалентной линии с потерями:

$$\tilde{Z}_{\text{В}} = 120[ln(l/a) - 1][1 - j\,\alpha/\beta] = (322{,}7 - j48{,}75)\ \text{Ом}.$$

Подставим исходные и полученные данные в формулу (3.27). Приняв во внимание, что комплексная постоянная распространения $\gamma = \alpha + j\beta$, получим

$$Z_{\text{ВХ}} = (128{,}2 + j108{,}76)\ \text{Ом}.$$

Применение программы MMANA [10] дает результат:

$$Z_{\text{ВХ}} = (224{,}8 + j129{,}4)\ \text{Ом}.$$

**Задача 3.** Два одинаковых линейных симметричных электрических вибратора с длиной плеча $l = 0{,}4$ м расположены параллельно друг другу на расстоянии $d = 0{,}25\lambda$ (рис. 3.20). Вибраторы возбуждаются токами частоты 300 МГц. Значения амплитуд токов на входных зажимах одинаковы и равны 1 А. Отношение комплексных значений токов $\dot{I}_2/\dot{I}_1 = e^{-j\pi/2}$ (ток $\dot{I}_1$ опережает по фазе ток $\dot{I}_2$). Определить амплитуды напряженностей суммарного электрического поля излучения вибраторов в точках $P_1$ и $P_2$, расположенных соответственно на осях $OX$ и $OY$ на расстоянии $r = 1000$ м от начала координат.

*Решение задачи*

Точки $P_1$ и $P_2$ расположены в общей для обоих вибраторов экваториальной плоскости, которая является $H$ – плоскостью. Заданной частоте соответствует длина волны $\lambda = 1$. Произведение $kr = 2\pi\,r/\lambda = 6280$, то есть значительно больше единицы. Это позволяет считать, что точки $P_1$ и $P_2$ находятся в дальней зоне. Значение амплитуды напряженности электрического поля в произвольной точке дальней зоны в $H$ – плоскости определяется формулой (3.41), которую приведем здесь:

$$E(\varphi) = (60I_{\Pi}/r)(1 - \cos kl)\sqrt{1 + q^2 + 2q\cos(\psi - kd\sin\varphi)}. \quad (3.60)$$

Так как заданы токи на входных зажимах, то учитывая, что $\dot{I}_{\Pi} = \dot{I}_{\text{вх}}/\sin kl$, можно записать:

$$E(\varphi) = (60I_{\text{вх}}/r\sin kl)(1 - \cos kl)\sqrt{1 + q^2 + 2q\cos(\psi - kd\sin\varphi)}. \quad (3.61)$$

По исходным данным отношение амплитуд токов $q = 1$, разность фаз токов $\psi = -\pi/2$. Для точки $\text{P}_1$ угол $\varphi = 0^\circ$, поэтому для неё из (3.61) следует:

$$E(\text{P}_1) = (60I_{\text{вх}}/r\sin kl)(1 - \cos kl)\sqrt{2}. \quad (3.62)$$

Для точки $\text{P}_2$ угол $\varphi = 90^\circ$, поэтому из (3.60) можно получить:

$$E(\text{P}_2) = (60I_{\text{вх}}/r\, sin\, kl)(1 - cos\, kl)\sqrt{2 + 2\, cos(-\pi/2 - kd)}. \quad (3.63)$$

Подставим в (3.62) и (3.63) исходные данные: $I_{\text{вх}} = 1$ А; $r = 1000$ м; $kl = 2\pi\, l/\lambda = 0{,}8\,\pi$; $kd = 2\pi\, d/\lambda = 0{,}5\,\pi$. В результате получим:

$$E(\text{P}_1) = (60\ /1000\sin(0{,}8\pi))(1 - \cos(0{,}8\pi))\sqrt{2} = 0{,}261 \text{ В/м},$$

$$E(\text{P}_2) = (60/1000\sin 0{,}8\pi)(1 - \cos 0{,}8\pi)\sqrt{2 + 2\cos(-\pi)} = 0$$

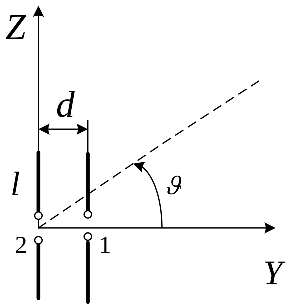



Рис. 3.25

**Задача 4**. Задана система двух линейных симметричных электрических вибраторов с длиной плеча $l = 0{,}4\lambda$, показанных на рис. 3.25. Расстояние $d = 1{,}0\lambda$, отношение комплексных значений токов $\dot{I}_2/\dot{I}_1 = e^{j\pi/2}$. Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности и построить нормированную амплитудную диаграмму направленности в плоскости $YOZ$ в полярной системе координат.

*Решение задачи*

Плоскость $YOZ$ для каждого вибратора является $E$ – плоскостью. По условиям задачи отношение амплитуд токов $q = 1{,}0$, разность фаз этих токов $\psi = \varphi_2 - \varphi_1 = 90^\circ$.

Направленные свойства данной системы вибраторов в их общей $E$ – плоскости определяются вторым и третьим множителями формулы (3.38). Первый множитель не зависит от угловых координат и поэтому не влияет на форму амплитудной диаграммы направленности. Таким образом, имеем:

$$f(\vartheta) = \{[\cos(kl\sin\vartheta) - \cos kl]/\cos\vartheta\}\sqrt{1 + q^2 + 2q\cos(\psi - kd\cos\vartheta)}. \quad (3.64)$$

Вычислим значения $kl = (2\pi/\lambda)l = 0{,}8\pi$ и $kd = (2\pi/\lambda)d = 2\pi$. С учетом этого формула (3.64) примет вид, удобный для выполнения расчета характеристики направленности:

$$f(\vartheta) = \{[cos(0{,}8\pi\, sin\,\vartheta) - cos\, 0{,}8\pi]/cos\,\vartheta\}\sqrt{2 + 2\, cos\big((\pi/2) - 2\pi\, cos\,\vartheta\big)}. \quad (3.65)$$

На рис. 3.26 приведена нормированная амплитудная диаграмма направленности в полярной системе координат, построенная по результатам расчетов с применением математического пакета [4]. Нормирование выполнено относительно максимального значения $f(\vartheta)_{max} = 2{,}587$.

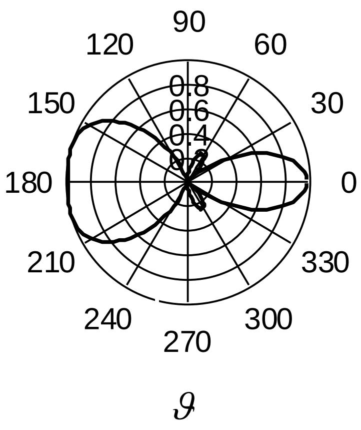



Рис. 3.26

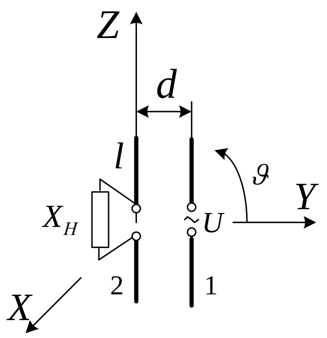



Рис. 3.27

**Задача 5.** Два бесконечно тонких связанных полуволновых линейных симметричных электрических вибратора (первичный излучатель – 1 и вторичный излучатель – 2) расположены в пространстве так, как показано на рис. 3.27. Расстояние между вибраторами $d = 0{,}15\lambda$. К входным зажимам вторичного излучателя 2 подключена положительная реактивная нагрузка 60 Ом. Определить входное сопротивление первичного излучателя 1. Для излучающей системы рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности и построить её нормированную диаграмму направленности в плоскости $XOY$ в полярной системе координат.

*Решение задачи*

Применим систему уравнений (3.55):

$$\dot{U}_{вх1} = Z_{11}\dot{I}_{вх1} + Z_{12}\dot{I}_{вх2},$$
$$0 = Z_{12}\dot{I}_{вх1} + (Z_{22} + jX_{н})\dot{I}_{вх2}. \quad (3.66)$$

Поделив первое уравнение на $\dot{I}_{вх1}$, получим:

$$Z_{вх1} = \dot{U}_{вх1}/\dot{I}_{вх1} = Z_{11} + Z_{12}\,\dot{I}_{вх2}/\dot{I}_{вх1} = Z_{11} + Z_{12\,нав}. \quad (3.67)$$

Определим значения величин, входящих в (3.67). Значение собственного сопротивления излучения $Z_{11}$ вычисляется с помощью математического пакета [4] по формуле (3.54), если задать $d = 0$ и $h = 0$, то получим:

$$Z_{11} = R_{11} + jX_{11} = (73{,}1 + j42{,}5)\ Ом. \quad (3.68)$$

Применение этой же формулы при условии, что $d = 0{,}15\lambda$ и $h = 0$ позволяет получить:

$$Z_{21} = Z_{12} = R_{12} + jX_{12} = R_{21} + jX_{21} = (60{,}4 - j7{,}09)\ Ом. \quad (3.69)$$

Далее необходимо вычислить модуль и фазу отношения токов, входящее в (3.67). Для этого воспользуемся формулами (3.57) и (3.58) и найдем $q$ и $\psi$:

$$q = \sqrt{(R_{12}^2 + X_{12}^2)/(R_{22}^2 + (X_{22} + X_{н})^2)},$$
$$\psi = \pi + \mathrm{arctg}(X_{12}/R_{12}) - \mathrm{arctg}\big((X_{22} + X_{н})/R_{22}\big). \quad (3.70)$$

Значение $X_{22} = X_{11} = 42{,}5$ Ом. По условиям задачи $X_{н} = 60$ Ом. В результате получим $q = 0{,}483$, $\psi = 2{,}073$. Таким образом,

$$\dot{I}_{\text{вх}2}/\dot{I}_{\text{вх}1} = 0{,}483e^{j2{,}073}. \qquad (3.71)$$

Подставив в (3.67) найденные значения $Z_{11}$, $Z_{12}$, $\dot{I}_{\text{вх}2}/\dot{I}_{\text{вх}1}$, получим искомое значение входного сопротивления: $Z_{\text{вх}1} = (62{,}05 + j69{,}7)$ Ом.

Направленные свойства данной системы вибраторов в их общей $H$ – плоскости (плоскости $XOY$) определяются третьим множителями формулы (3.42), так как первый и второй множители не зависят от угловых координат и поэтому не влияют на форму амплитудной диаграммы направленности. Таким образом, имеем:

$$f(\varphi) = \sqrt{1 + q^2 + 2q\cos(\psi - kd\sin\varphi)}. \qquad (3.72)$$

Вычислим значения $kd = (2\pi/\lambda)d = 0{,}3\pi$. С учетом этого формула (3.72) примет вид:

$$f(\vartheta) = \sqrt{1 + q^2 + 2\,q\cos(\psi - 0{,}3\pi\sin\varphi)}. \qquad (3.73)$$

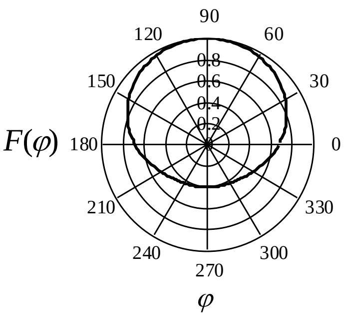



Рис. 3.28

На рис. 3.28 приведена нормированная амплитудная диаграмма направленности в полярной системе координат, построенная по результатам расчетов с применением математического пакета [4]. Нормирование выполнено относительно максимального значения $f(\varphi)_{max} = 1{,}282$.

# ГЛАВА 4
# НАПРАВЛЕННЫЕ СВОЙСТВА АНТЕННЫХ РЕШЕТОК

## 4.1. Линейные антенные решетки

### 4.1.1. Направленные свойства в $H$ – плоскости при линейном изменении фазы

Антенна, содержащая совокупность излучающих элементов, расположенных в определенном порядке, ориентированных и возбуждаемых так, чтобы получить заданную диаграмму направленности, называется антенной решеткой [12]. В зависимости от расположения элементов различают линейные, поверхностные и объемные решетки, среди которых наиболее распространены прямолинейные и плоские антенные решетки.

Простейшей является линейная эквидистантная антенная решетка. У такой решетки излучающие элементы расположены на прямой линии с одинаковыми расстояниями между соседними излучающими элементами.

Рассмотрим линейную эквидистантную решетку из $n$ одинаковых линейных симметричных электрических вибраторов, расположенных с шагом $d$ (рис. 4.1). Общее излученное поле, создаваемое такой решеткой в точке наблюдения М, равно сумме полей, создаваемых каждым вибратором с учетом фазы, с которой эти поля приходят в заданную точку. В произвольном направлении, образующем углы $\theta$ и $\varphi$ с осями системы координат, напряженность электрического поля можно представить в виде суммы $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \cdots + \vec{E}_n$, где $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3, \ldots, \vec{E}_n$ – векторы напряженности электрических полей, создаваемых отдельными линейными симметричными электрическими вибраторами.

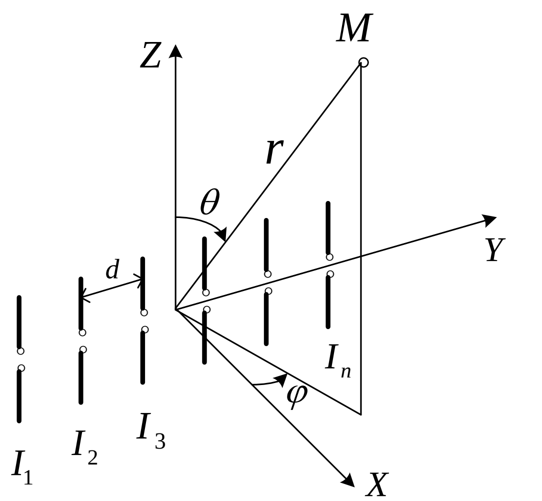


Рис. 4.1. Линейная эквидистантная решетка

Полагаем, что фаза тока первого вибратора равна нулю ($\dot{I}_1 = I_1 e^{-j\cdot 0}$), а комплексная амплитуда тока в каждом вибраторе известна с учетом эффекта взаимной связи всех вибраторов. В этом случае:

$$\dot{I}_2 = I_1 e^{-j\psi},\ \dot{I}_3 = I_1 e^{-j2\psi},\ \ldots\ldots\ldots\ \dot{I}_n = I_1 e^{-j(n-1)\psi}, \tag{4.1}$$

то есть токи во всех вибраторах равны по амплитуде, а фаза тока в каждом из вибраторов отстает от фазы в предыдущем на величину $\psi$ (линейный закон изменения фазы).

Для простоты сначала рассмотрим процесс формирования направленных свойств решетки в плоскости $XOY$ (рис. 4.1), для которой $\theta = 90^{\circ}$. Для анализа удобно представить эту решетку так, показано на рис. 4.2 (а).

Пусть удаленность точки приема такова, что лучи, идущие до неё от отдельных вибраторов, можно считать параллельными. Тогда для любых двух соседних лучей, например, 1 и 2, разность хода лучей представляется в виде:

$$d_{12} = d \sin \varphi, \tag{4.2}$$

где $d$ – расстояние между соседними вибраторами.

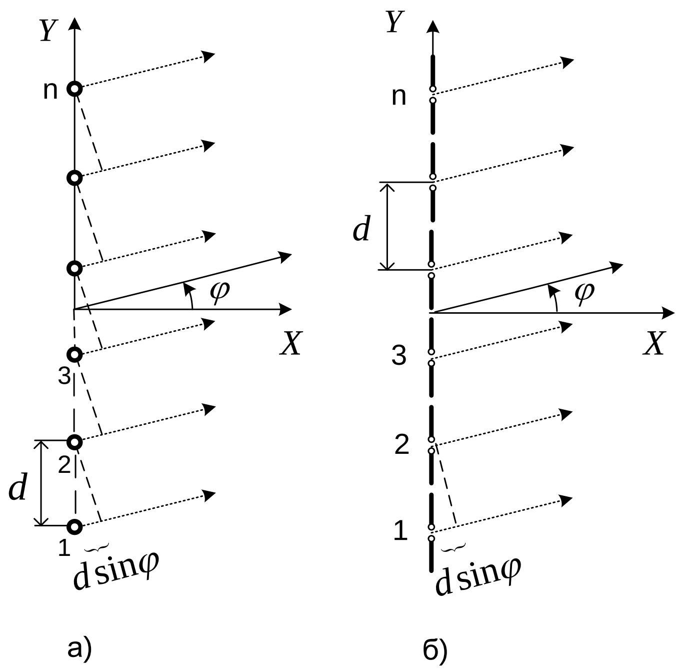



Рис. 4.2. К расчету направленных свойств линейной эквидистантной решетки в $H$-плоскости (а) и $E$-плоскости (б)

Плоскость $XOY$ (рис. 4.1 и рис. 4.2, а) является общей $H$ – плоскостью для всех вибраторов решетки. В этой плоскости каждый вибратор решетки не обладает направленностью, то есть его амплитудная диаграмма направленности в полярной системе координат представляет собой окружность. Очевидно, что направленные свойства решетки будут определяться: расстоянием $d$, числом вибраторов $n$ и значением фазового сдвига $\psi$. Именно эти параметры и должны входить в множитель системы. Можно показать [2], что в системе координат рис. 4.2 (а) для линейной эквидистантной решетки ненаправленных излучателей с распределением токов (4.1), независимо от значения $\psi$, нормированный амплитудный множитель системы имеет вид:

$$F_c(\varphi) = |[1/f_c(\varphi_{\text{гл}})]\{\sin[n(kd \sin \varphi - \psi)/2]/\sin[(kd \sin \varphi - \psi)/2]\}|, \tag{4.3}$$

где $f_c(\varphi_{\text{гл}})$ – значение множителя системы, заключенного в фигурные скобки, $f_c(\varphi) = \sin[n(kd \sin \varphi - \psi)/2]/\sin[(kd \sin \varphi - \psi)/2]$ в направлении главного максимума $\varphi = \varphi_{\text{гл}}$; $k = 2\pi/\lambda$ – коэффициент фазы электромагнитной волны в свободном пространстве.

Обратим внимание на то, что величина $(kd \sin \varphi - \psi)$ в аргументе числителя и знаменателя (4.3) характеризует общий сдвиг фаз между полями двух соседних вибраторов в точке $M$ дальней зоны. При этом $kd \sin \varphi$ учитывает пространственный сдвиг фаз, обусловленный разностью хода соседних лучей 1 и 2, а $\psi$ соответствует сдвигу фаз токов возбуждения соседних вибраторов.

### 4.1.2. Направленные свойства в $E$ – плоскости при линейном изменении фазы

Перейдем к рассмотрению линейной эквидистантной решетки из $n$ одинаковых линейных симметричных электрических вибраторов, ориентированных вдоль оси $Y$ решетки и расположенных с шагом $d$ (рис. 4.2, б). По-прежнему полагаем, что комплексные амплитуды токов вибраторов известны с учетом эффекта взаимной связи всех вибраторов и определяются соотношениями (4.1), то есть токи во всех вибраторах равны по амплитуде, а фаза тока в каждом из вибраторов отстает от фазы в предыдущем на величину $\psi$ (линейный закон изменения фазы).

Рассмотрим подробнее процесс формирования направленных свойств решетки. В $E$ – плоскости, наряду с множителем системы, необходимо учитывать и собственные направленные свойства элемента решетки (линейного симметричного электрического вибратора). В формализованном виде характеристика направленности антенной решетки, соответствующей рис. 4.2 (б), будет иметь вид:

$$f(\varphi) = f_{\text{ЛСЭВ}}(\varphi) f_c(\varphi), \tag{4.4}$$

где $f_{\text{ЛСЭВ}}(\varphi)$ — ненормированная амплитудная характеристика направленности одиночного вибратора; $f_c(\varphi)$ — ненормированная функция, соответствующая множителю системы анализируемой решетки. Понятно, что обе функции должны вычисляться для $E$ – плоскости. Формула (4.4) является иллюстрацией применения в теории антенн «теоремы перемножения». Для рассматриваемого случая теорема перемножения формулируется так: амплитудная характеристика направленности из $n$ идентичных линейных симметричных электрических вибраторов представляется произведением амплитудной характеристики одного вибратора, входящего в решетку, $f_{\text{ЛСЭВ}}(\varphi)$ и множителя системы (интерференционного множителя) $f_c(\varphi)$, учитывающего интерференцию полей от $n$ вибраторов.

Собственные направленные свойства линейного симметричного электрического вибратора подробно рассмотрены в разделе 3.1.3. В системе координат, соответствующей рис. 4.2 (б):

$$f_{\text{ЛСЭВ}}(\varphi) = \left|[cos(kl\,sin\,\varphi) - cos\,kl]/\,cos\,\varphi\right|, \tag{4.5}$$

где $k = 2\pi/\lambda$ коэффициент фазы электромагнитной волны в свободном пространстве; $l$ – длина плеча вибратора.

Ненормированный множитель системы $f_c(\varphi)$ полностью совпадает со вторым множителем в формуле (4.3), то есть множители системы в $H$– плоскости и $E$ – плоскости одинаковы:

$$f_c(\varphi) = |sin[n(kd\,sin\,\varphi - \psi)/2]/sin[(kd\,sin\,\varphi - \psi)/2]|. \qquad (4.6)$$

Таким образом, нормированная амплитудная характеристика антенной решетки, приведенной на рис. 4.2 (б), имеет вид:

$$F(\varphi) = \left| \begin{matrix} [1/f(\varphi_{гл})]\{[cos(kl\,sin\,\varphi) - cos\,kl]/cos\,\varphi\} \times \\ \times \{sin[n(kd\,sin\,\varphi - \psi)/2]/sin[(kd\,sin\,\varphi - \psi)/2]\} \end{matrix} \right|, \qquad (4.7)$$

где $f(\varphi_{гл})$ – значение функции $f(\varphi)$, являющейся произведением множителей в фигурных скобках, в направлении главного максимума $\varphi = \varphi_{гл}$.

В формуле (4.7), как и в (4.3), величина $(kd\,\sin\varphi - \psi)$ в аргументе числителя и знаменателя характеризует общий сдвиг фаз между полями двух соседних вибраторов в дальней зоне.

В амплитудных характеристиках направленности, определяемых формулами (4.3) и (4.7), в зависимости от значения фазового сдвига $\psi$ изменяется положение максимума функции, то есть максимума излучения. Соответственно различают режимы нормального, наклонного и осевого излучения линейных антенных решеток.

### 4.1.3. Режим нормального излучения

При $\psi = 0$ элементы решетки (вибраторы) возбуждаются синфазно. Из физических соображений следует, что для решетки, изображенной на рис. 4.2 (а), в $H$ – плоскости максимум излучения ориентирован по нормали ($\varphi_{гл} = 0^\circ$) к оси решетки, так как в этом направлении разность хода лучей равна нулю и поля отдельных вибраторов складываются синфазно. Это — режим нормального (поперечного) излучения. Из (4.3) при $\psi = 0$ следует:

$$F_c(\varphi) = |[1/f_c(\varphi_{гл})]\,sin[n(kd\,sin\,\varphi)/2]/sin[(kd\,sin\,\varphi)/2]|. \qquad (4.8)$$

В направлении $\varphi = 0$ множитель системы, определяемый функцией $f_c(\varphi) = \sin[n(kd\sin\varphi)/2]/\sin[(kd\sin\varphi)/2]$, представляет собой неопределенность $0/0$, при раскрытии которой по правилу Лопиталя получаем $f_c(\varphi_{гл}) = n$. Соответственно нормированная амплитудная характеристика направленности имеет вид:

$$F_c(\varphi) = |sin[n(kd\,sin\,\varphi)/2]/n\,sin[(kd\,sin\,\varphi)/2]|. \qquad (4.9)$$

Подчеркнем, что для рассматриваемой плоскости $XOY$ множитель системы (4.9) полностью соответствует амплитудной характеристике направленности всей решетки, потому что в этой плоскости отдельные вибраторы решетки (рис. 4.2, а) не обладают направленными свойствами — их амплитудная характеристика представляется окружностью. В качестве примера на рис. 4.3 приведена нормированная амплитудная диаграмма направленности решетки из четырех вибраторов $n = 4$ и расстоянием между вибраторами $d = 0{,}5\lambda$.

Для решетки, изображенной на рис. 4.2 (б), при $\psi = 0$ из (4.7) следует:

$$F(\varphi) = \left| \begin{matrix} [1/f(\varphi_{гл})]\{[\cos(kl\sin\varphi) - \cos kl]/\cos\varphi\} \times \\ \times \{\sin[n(kd\sin\varphi)/2]/\sin[(kd\sin\varphi)/2]\} \end{matrix} \right|. \qquad (4.10)$$

Напомним, что в формуле (4.10) значение первого множитель в квадратных скобках $[1/f(\varphi_{\text{гл}})]$ является нормирующим, второй множитель $\{[\cos(kl\sin\varphi) - \cos kl]/\cos\varphi\}$ – собственная характеристика направленности отдельного вибратора решетки, третий множитель $\{\sin[n(kd\sin\varphi)/2]/\sin[(kd\sin\varphi)/2]\}$ – множитель системы, учитывающий интерференционные свойства электромагнитных полей всей совокупности вибраторов. Таким образом, структура формулы (4.10) полностью соответствует «теореме перемножения». Для примера на рис. 4.4. приведена нормированная амплитудная диаграмма направленности решетки из четырех полуволновых линейных симметричных электрических вибраторов ($n = 4$, $l = \lambda/4$) и расстоянием между ними $d = 0{,}5\lambda$.

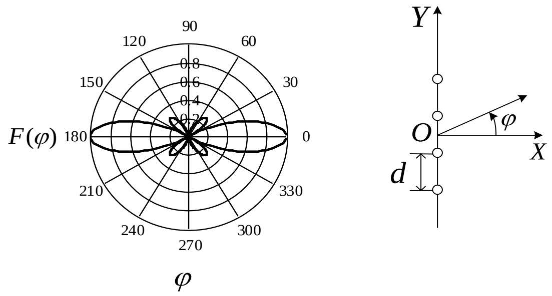



Рис. 4.3. Нормированная амплитудная диаграмма направленности для $H$-плоскости решетки из четырех вибраторов ($n = 4$) и расстоянием между вибраторами $d = 0{,}5\lambda$

Поясним подробнее принцип формирования амплитудной диаграммы направленности. Нормированная амплитудная характеристика направленности одиночного полуволнового линейного симметричного электрического вибратора имеет вид:

$$F_{\text{ЛСЭВ}}(\varphi) = \frac{[\cos(kl\sin\varphi) - \cos kl]}{(1 - \cos kl)\cos\varphi}. \quad (4.11)$$

На рис. 4.5 (а) показана соответствующая ей диаграмма направленности.

Нормированная амплитудная характеристика направленности множителя системы решетки описывается формулой (4.9):

$$F_c(\varphi) = \frac{\sin\left[\frac{n(kd\sin\varphi)}{2}\right]}{n\sin\left[\frac{(kd\sin\varphi)}{2}\right]}. \quad (4.12)$$

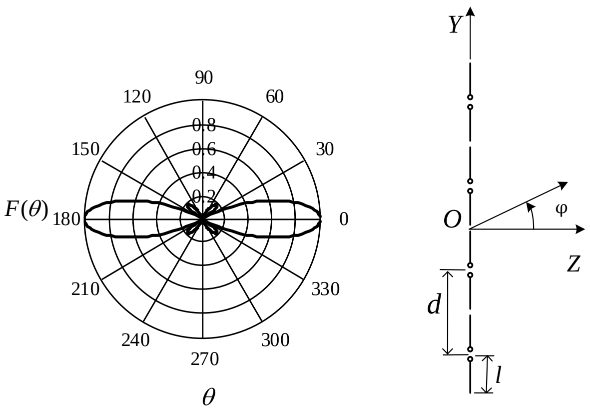
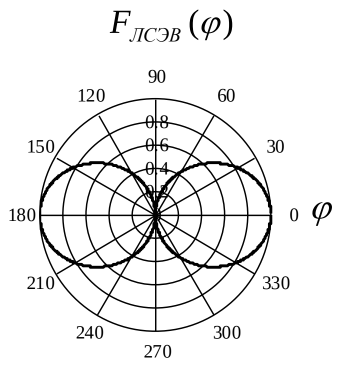



Рис. 4.4. Нормированная амплитудная диаграмма направленности в $E$-плоскости решетки из четырех полуволновых линейных симметричных электрических вибраторов ($n = 4$, $l = \lambda/4$ и $d = 0{,}5\lambda$)

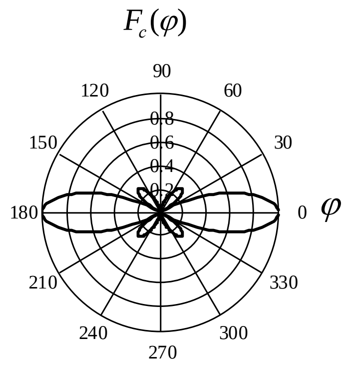
На рис. 4.5 (б) показана диаграмма направленности, рассчитанная по формуле (4.12).

В соответствии с «теоремой перемножения» амплитудная характеристика направленности антенной решетки —

это результат перемножения (4.11) на (4.12) и последующего нормирования полученных значений. Соответствующая ей нормированная амплитудная диаграмма как раз и приведена на рис. 4.4.




а)




б)

Рис. 4.5. Нормированные амплитудные диаграммы направленности для $E$-плоскости одиночного полуволнового линейного симметричного электрического вибратора (а) и множителя системы решетки (б)

Анализ приведенных диаграмм направленности позволяет определить «цену» сужения амплитудной диаграммы направленности. Ширина диаграммы направленности по уровню половинной мощности ($2\varphi_{0,5}$) одиночного полуволнового линейного симметричного электрического вибратора ($l = 0,25\lambda$) в $E$ – плоскости равна $78^{\circ}$ (рис. 4.5, а). Ширина диаграммы направленности по уровню половинной мощности ($2\varphi_{0,5}$) синфазной равноамплитудной решетки из 4-х одиночных вибраторов (рис. 4.4) в $E$ – плоскости равна $25^{\circ}$. Таким образом, для того чтобы сузить амплитудную диаграмму направленности с $78^{\circ}$ до $25^{\circ}$, то есть примерно в три раза, потребовалось применить четыре синфазных полуволновых линейных симметричных вибратора. Длина антенны при этом увеличилась с $0,5\lambda$ до $2,0\lambda$ , то есть увеличилась в четыре раза. Полезно запомнить: главный лепесток диаграммы направленности тем уже, чем больше относительный размер решетки $nd/\lambda$; лепестков в диаграмме направленности тем больше, чем больше число вибраторов $n$ (точнее, чем больше относительный размер $nd/\lambda$ решетки).

### 4.1.4. Режим наклонного излучения

Вернемся к рис. 4.2 (а), на котором изображена линейная эквидистантная антенная решетка. Нормированная амплитудная характеристика направленности в $H$ – плоскости, как было показано в разделе 4.1.1, определяется формулой (4.3). Пусть значение фазового сдвига $\psi$ удовлетворяет условию:

$$0 < \psi < kd. \qquad (4.13)$$

Напомним ещё раз, что величина ($kd \sin\varphi - \psi$) в аргументе числителя и знаменателя (4.3) характеризует общий сдвиг фаз между полями двух соседних элементов в дальней зоне.

Зададим такое значение угла $\varphi$, при котором будет выполняться равенство:

$$kd \sin\varphi = \psi. \qquad (4.14)$$

Последнее означает, что разность фаз за счет разности хода для соседних вибраторов компенсируется сдвигом фаз из-за несинфазности их возбуждения. Компенсация наступает, когда $kd\sin\varphi - \psi = 0$, откуда можно определить значение:

$$\sin\varphi_{\text{гл}} = \psi/kd, \tag{4.15}$$

где $\varphi_{\text{гл}}$ – значение угла, при котором имеет место максимум излучения.

Из (4.15) следует, что при возрастании $\psi$ от нуля до $kd$ направление максимума отклоняется от нормали к оси решетки и приближается к её оси, то есть угол $\varphi_{\text{гл}}$ отклоняется в ту же сторону, в которую происходит отставание фазы возбуждения элементов решетки. Последнее иллюстрируется нормированной амплитудной диаграммой направленности, построенной по результатам выполнения расчетов. Значения параметров, входящих в формулу (4.3), указаны на рис. 4.6 (а).

Изменение угла $\varphi_{\text{гл}}$ за счет вариации фазового сдвига токов $\psi$ открывает возможность управления направлением максимального излучения амплитудной диаграммы направленности. Указанной возможностью часто пользуются на практике. Следует понимать, что техническая реализация обеспечения нужного значения параметра $\psi$ является самостоятельной инженерной задачей, которая решается для конкретного типа антенной решетки.

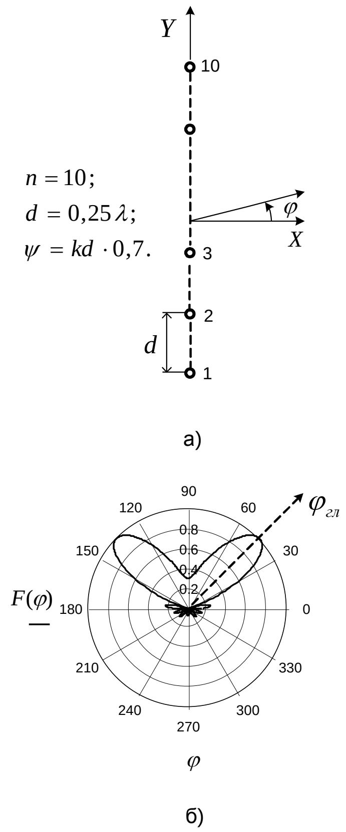



Рис. 4.6. Нормированная амплитудная диаграмма направленности для случая $n$ = 10, $d$ = 0,25$\lambda$, $\psi$ = 0,7$kd$

### 4.1.5. Режим осевого излучения

Вновь вернемся к рис. 4.2 (а), на котором изображена линейная эквидистантная антенная решетка. Нормированная амплитудная характеристика направленности в $H$ – плоскости, как было показано в разделе 4.1.1, определяется формулой (4.3).

Пусть значение фазового сдвига $\psi$ удовлетворяет условию $\psi = kd$. В этом случае, как следует из (4.15), в направлении оси решетки, то есть при $\varphi_{\text{гл}} = 90^\circ$ наблюдается синфазное сложение полей отдельных элементов. Это — режим осевого излучения.

Множитель системы антенной решетки, работающей в режиме осевого излучения, в $H$ – плоскости определяется общей формулой (4.3):

$$F_c(\varphi) = |[1/f_c(\varphi_{\text{гл}})]\sin[n(kd\sin\varphi - \psi)/2]/\sin[(kd\sin\varphi - \psi)/2]|. \tag{4.16}$$

На рис. 4.7, (а) показана 10-и элементная решетка и её нормированная амплитудная диаграмма, формируемая при $\psi = kd$ (рис. 4.7, б). При $\psi > kd$

основной лепесток амплитудной диаграммы направленности сужается (при одних и тех же значениях $n$ и $d$). Это хорошо видно, если сравнить рис. 4.7 (б) и рис. 4.8 (а). Процесс сужения основного лепестка с ростом $\psi$ продолжается вплоть до некоторого граничного значения $\psi_{\text{гр}} = kd + 2\pi/n$, когда максимальное излучение излучение вперед (вдоль оси) ослабевает и возрастает уровень боковых лепесков (рис. 4.8, б).

### 4.1.6. Общие сведения об антеннах бегущей волны

Необходимый сдвиг фаз токов в элементах антенной решетки ($\psi$) можно создать с помощью соответствующих фазовращателей. Однако схема питания антенны при этом получается весьма сложной. Проще последовательно возбуждать элементы решетки с помощью бегущей электромагнитной волны (например, с помощью линии питания), распространяющейся вдоль оси решетки от начала антенны к её концу с определенной фазовой скоростью $v$. Подобный способ возбуждения элементов послужил основанием называть такую антенную решетку антенной бегущей волны.

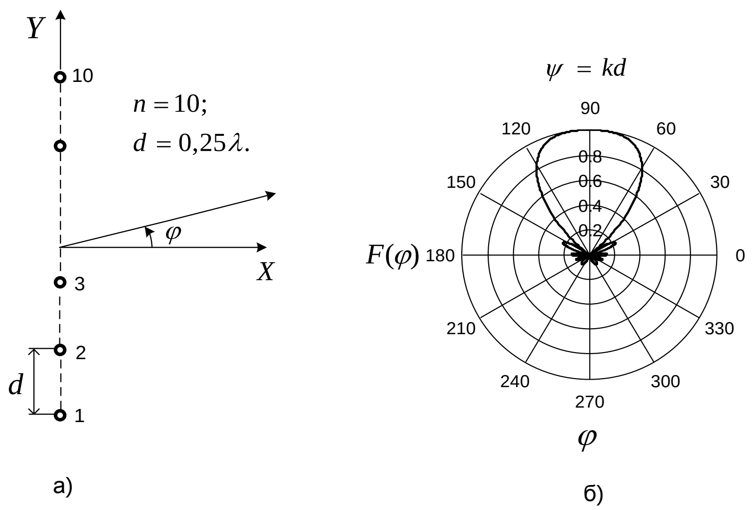



Рис. 4.7. Нормированная амплитудная диаграмма направленности 10-и элементной решетки в режиме осевого излучения ($\psi = kd$)

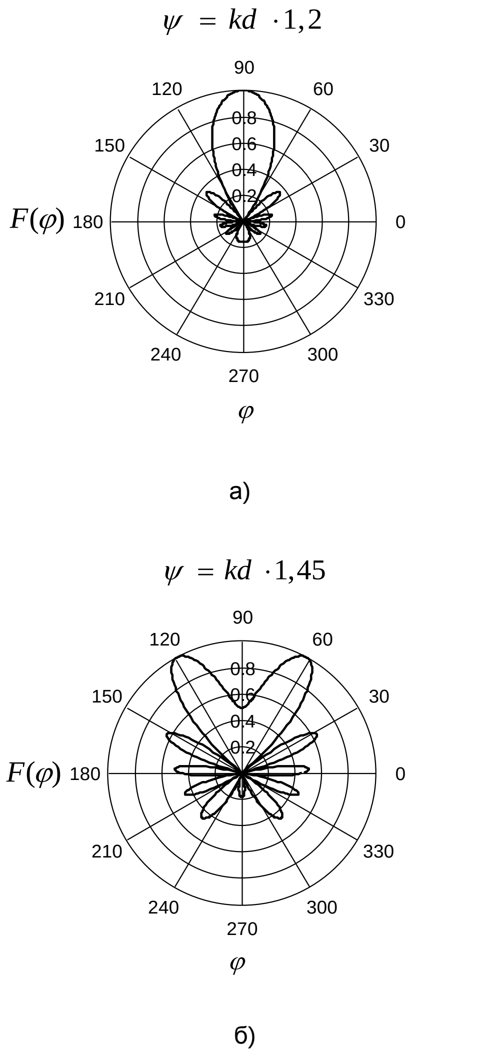



Рис. 4.8. Нормированные амплитудные диаграммы направленности 10-и элементной решетки в режиме осевого излучения для разных значений $\psi$ ($\psi = 1{,}2kd$ и $\psi = 1{,}45kd$)

В антенне бегущей волны ток в последующем элементе отстает по фазе от тока в предыдущем на величину $\psi = \beta d$, где $d$ – расстояние между элементами, $\beta = k(c/v)$ – коэффициент фазы, $c$ - скорость света.

Обратимся к рис. 4.1. Если считать, что токи в вибраторах равны по амплитуде, то при возбуждении вибраторов бегущей волной можно записать:

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_1 e^{-jk(c/v)d},\ \dot{I}_3 = \dot{I}_1 e^{-j2k(c/v)d},\ \ldots.\ \dot{I}_n = \dot{I}_1 e^{-jk(n-1)(c/v)d}. \quad (4.17)$$

Если сравнить формулы (4.1) и (4.17), то нетрудно заметить, что

$$\psi = kd(c/v). \quad (4.18)$$

Отсюда можно сделать вывод, что все формулы для антенных решеток, приведенные выше, справедливы для антенн бегущей волны, если в них осуществить подстановку (4.18). В частности, характеристика направленности (4.3) будет представлена формулой:

$$F_c(\varphi) = \left|[1/f_c(\varphi_{\text{гл}})]\ \sin[nkd(\sin\varphi - c/v)/2]/\sin\left[\left(kd(\sin\varphi - c/v)\right)/2\right]\right|. \quad (4.19)$$

В теории антенн величину

$$c/v = \psi/kd \quad (4.20)$$

называют коэффициентом замедления. Режим работы антенны бегущей волны существенно зависит от значения коэффициента замедления. Так, режим нормального (поперечного) излучения реализуется при $c/v = 0$ (при бесконечной фазовой скорости). Режиму наклонного излучения соответствует антенна бегущей волны с быстрой волной ( $c/v < 1$). При этом главный лепесток амплитудной диаграммы направленности наклонен в сторону движения возбуждающей волны. В режиме осевого излучения антенна бегущей волны должна возбуждаться медленной волной ( $c/v \geq 1$).

Подробный анализ работы антенн бегущей волны [2, 11] позволяет сделать вывод о возможности оптимизации антенны бегущей волны по условию получения максимального коэффициента направленного действия. Оказывается, что максимальное значение коэффициента направленного действия достигается в том случае, если поля, создаваемые крайними вибраторами антенны бегущей волны в точке, лежащей на продолжении оси антенны, находятся в противофазе. При этом выполняется равенство:

$$kL(\ c/v - 1) = \pi, \quad (4.21)$$

где $L$ – длина антенны бегущей волны.

Воспользовавшись этой формулой, можно определить оптимальное значение коэффициента замедления при заданной длине антенны $L$ или определить оптимальную длину антенны при заданном коэффициенте замедления:

$$(c/v)_{\text{опт}} = 1 + \lambda/2L, \quad (4.22)$$

$$L_{\text{опт}} = \lambda/2(\ c/v - 1). \quad (4.23)$$

На практике используются разнообразные типы антенн, которые по принципу действия относятся к антеннам бегущей волны (антенна волновой канал, спиральная антенна, антенна поверхностных волн и др.). Для каждого типа антенны существуют свои определенные технические способы достижения требуемых оптимальных свойств. Формула (4.22) определяет только условия, которые должны выполняться, чтобы антенна заданной длины обеспечивала максимальный коэффициент направленного действия, но не дает ответа на вопрос, как конструктивно реализовать требуемое значение коэффициента замедления для конкретной антенны. Поиск ответа на этот вопрос — самостоятельная инженерная задача.

### 4.1.7. Понятие о непрерывном линейном излучателе

Теория непрерывных линейных излучателей широко используется для расчета конкретных антенн. Рассмотрим провод длиной $L$ (рис. 4.9) с бегущей волной тока. При ориентации провода вдоль оси $Z$ уравнение для комплексной амплитуды тока имеет вид

$$\dot{I}_z = I_{\text{вх}} e^{-j\beta z}, \qquad (4.24)$$

где $I_{\text{вх}}$ – амплитуда тока в начале провода; $\beta = k(c/v)$ – коэффициент фазы; $c$ – скорость света; $v$ – фазовая скорость бегущей волны тока в проводе; $k = 2\pi/\lambda$ – коэффициент фазы волны в свободном пространстве; $\lambda$ – длина волны в проводе.

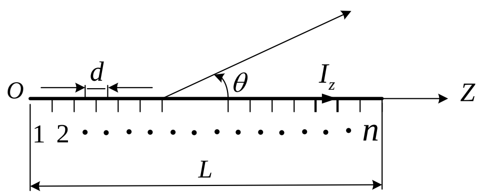



Рис. 4.9. Непрерывный линейный излучатель

Разделим мысленно провод на большое число $n$ одинаковых элементов. Длина каждого элемента $d = L/n$, расстояние между их центрами также равно $d$. Соседние элементы возбуждаются с разностью фаз $\psi = \beta d$, где $d$ – расстояние между элементами, величина $\beta$ определена выше.

Амплитудную характеристику направленности всего провода можно определить как характеристику системы из $n$ направленных элементарных электрических излучателей, то есть как произведение двух множителей:

$$f(\theta) = |f_{\text{ЭЭИ}}(\theta) f_c(\theta)|, \qquad (4.25)$$

где $f_{\text{ЭЭИ}}(\theta)$ – характеристика направленности одиночного элемента провода (элементарного электрического излучателя); $f_c(\theta)$ – множитель линейной системы $n$ ненаправлнных излучателей, разнесенных на расстояние $d$ друг от друга, с токами, сдвинутыми по фазе на угол $\psi = \beta d$.

При достаточно большом $n$ имеем $f_{\text{ЭЭИ}}(\theta) = \sin\theta$, а множитель системы определяется формулой:

$$f_c(\theta) = |sin[kL(cos\,\theta - c/v)/2]/kL(cos\,\theta - c/v)/2|. \qquad (4.26)$$

Следовательно, общее выражение для нормированной амплитудной характеристики направленности провода с бегущей волной тока имеет вид:

$$F(\theta) = [1/f(\theta_{\text{гл}})] \sin\theta\, \{\sin[kL(\cos\theta - c/v)/2]/kL(\cos\theta - c/v)/2\}, \qquad (4.27)$$

где первый множитель $1/f(\theta_{\text{гл}})$ — максимальное значение функции $\sin\theta\,\{\sin[kL(\cos\theta - c/v)/2]/kL(\cos\theta - c/v)/2\}$, то есть нормирующий множитель.

Обычно можно считать, что $c/v = 1$. В этом случае максимум множителя системы (4.26) соответствует $\theta_{гл} = 0$. Однако элемент провода с током (фактически элементарный электрический излучатель) в этом направлении вообще не излучает (множитель $f_{ЭЭИ}(\theta) = \sin\theta$); максимум его излучения ориентирован под углом $\theta = 90^\circ$ к оси провода. В результате максимум амплитудной диаграммы направленности получается в некотором направлении $\theta_{max} < 90^\circ$, которое при большом значении $L/\lambda$ можно определить из выражения:

$$\theta_{max} = 1 - \lambda/2L. \tag{4.28}$$

Вид нормированной амплитудной диаграммы направленности при разных значениях $L/\lambda$ в сечении, содержащем ось провода, приведен на рис. 4.10.

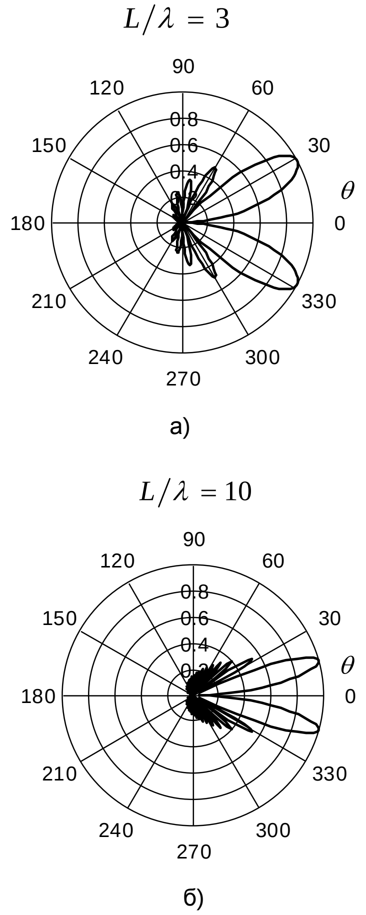



Рис. 4.10. Нормированные диаграммы направленности при разных значениях $L/\lambda$

Из сравнения приведенных амплитудных диаграмм направленности можно сделать определенные выводы. Чем больше относительная длина провода $L/\lambda$, тем меньше угол $\theta_{max}$, то есть тем сильнее излучаемое поле прижато к оси провода. Чем больше $L/\lambda$, тем уже главный лепесток, но тем больше количество боковых лепестков.

Пространственная амплитудная диаграмма направленности имеет форму конической воронки. В качестве самостоятельного излучателя провод с бегущей волной тока обычно не применяется. Однако в антенной технике с успехом используются различные комбинации из таких проводов (например, ромбическая антенна).

### 4.1.8. Влияние неравномерности амплитудного распределения

Выше рассматривались антенные решетки с равноамплитудным возбуждением элементов (в исходном условии (4.1) токи во всех вибраторах равны по амплитуде). Подробный анализ [2] направленных свойств многоэлементных решеток, работающих в режиме нормального (поперечного) излучения, показывает, что в области бокового излучения вклады, соответствующие средним элементам, компенсируют друг друга и суммарное поле определяется в основном вкладами элементов, расположенных вблизи краев антенной решетки. Уровень первого бокового лепестка довольно велик $\xi_1 = 0{,}21$ (или $\xi_1 = -13{,}3$ дБ) и не зависит от $n$. Следовательно, интенсивность боковых лепестков, в принципе, можно уменьшить, выбирая распределение токов, спадающее к краям антенной решетки. В то же время подобное распределение токов приводит к расширению основного лепестка амплитудной диаграммы направленности по сравнению с вариантом равноамплитудного возбуждения антенной решетки такой же длины.

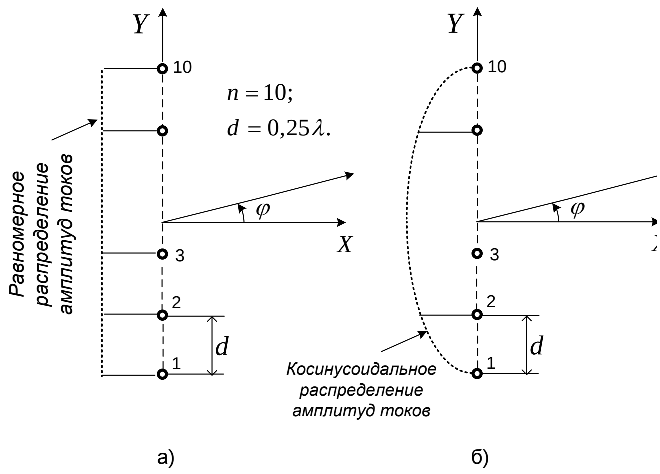



Рис. 4.11. Антенные решетки с различным распределением амплитуд токов

Рассмотрим две антенные решетки одинаковой длины, имеющие по 10 ненаправленных синфазных излучателей ($\psi = 0$) и с одинаковым расстоянием между элементами $d = 0{,}25\lambda$. Решетка, приведенная на рис. 4.11 (а), имеет равномерное амплитудное распределение токов, соответствующее формуле (4.1) при $\psi = 0$. Решетка, приведенная на рис. 4.11 (б), имеет амплитудное распределение «косинусоидального» типа.

В [2] показано, что для расчета ненормированной амплитудной характеристики направленности синфазной антенной решетки с «косинусоидальным» распределением амплитуд токов можно применить следующую формулу:

$$f_c(\varphi) = \left| \begin{matrix} \left\{ \sin\left[ n(kd\sin\varphi - \frac{\pi}{n-1})/2 \right] / \sin\left[ (kd\sin\varphi - \frac{\pi}{n-1})/2 \right] \right\} + \\ \left\{ \sin\left[ n(kd\sin\varphi + \frac{\pi}{n-1})/2 \right] / \sin\left[ (kd\sin\varphi + \frac{\pi}{n-1})/2 \right] \right\} \end{matrix} \right|. \quad (4.29)$$

На рис. 4.12 показаны две нормированные амплитудные диаграммы направленности. Сплошной линией изображена амплитудная диаграмма направленности, рассчитанная по формуле (4.9). Точечная линия — результат расчета по формуле (4.29) и последующего нормирования полученных значений.

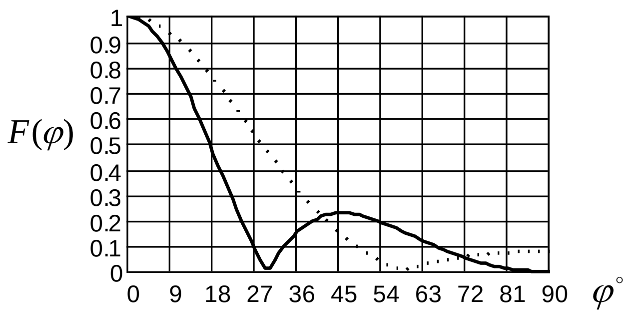



Рис. 4.12. Нормированные амплитудные диаграммы направленности для разных распределений амплитуд токов

Сравнение приведенных диаграмм направленности показывает, что уровень первого бокового лепестка у равноамплитудной синфазной антенной решетки действительно выше уровня первого бокового лепестка при спадающей к краям решетки амплитуде токов возбуждения. Так же хорошо видно, что переход к «косинусоидальному» распределению сопровождается расширением основного лепестка диаграммы.

## 4.2. Плоские антенные решетки

### 4.2.1. Направленные свойства при равноамплитудном и синфазном возбуждении элементов решетки

Рассмотрим случай, когда антенна состоит из нескольких рядов линейных симметричных электрических вибраторов, расположенных в одной плоскости $XOY$ декартовой системы координат $XYZ$ (рис. 4.13).

Линейные симметричные электрические вибраторы для простоты показаны без зазоров в точках питания, то есть в виде непрерывных линий. Начало координат совместим с центром системы вибраторов. Пусть $d_1$ – расстояние между соседними рядами вибраторов; $d_2$ – расстояние между серединами вибраторов, расположенных в одном ряду; $n_1$ – число рядов, а $n_2$ – число вибраторов в одном ряду. Введем также сферическую систему, полярная ось которой совпадает с осью $Z$, а угол $\varphi$ отсчитывается от оси $X$.

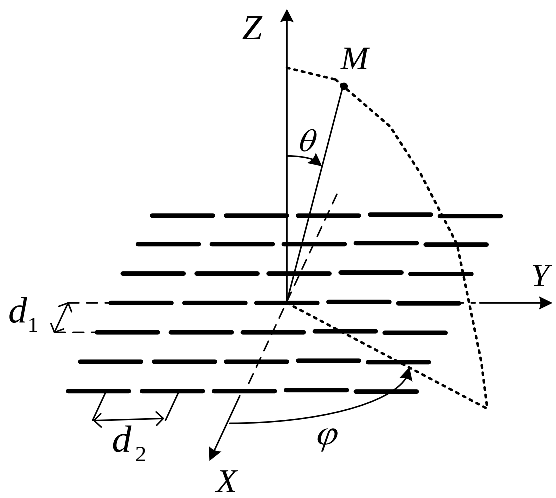


Рис. 4.13. Плоская антенная решетка линейных симметричных электрических вибраторов

В соответствии с теоремой перемножения, ненормированная амплитудная характеристика направленности рассматриваемой плоской решетки может быть представлена в виде:

$$f(\theta,\varphi) = f_{\text{ЛСЭВ}}(\theta,\varphi) f_{\text{с}}(\theta,\varphi), \tag{4.30}$$

где $f_{\text{ЛСЭВ}}(\theta,\varphi)$ – функция, характеризующая направленные свойства одного вибратора, а $f_{\text{с}}(\theta,\varphi)$ – множитель системы.

В разделе 3.1.4 показано, что при ориентации вибратора вдоль оси $Y$ амплитудная характеристика направленности описывается выражением:

$$f_{\text{ЛСЭВ}}(\theta,\varphi) = \left|[\cos(kl\sin\varphi\sin\theta) - \cos kl]/\sqrt{1-(\sin\varphi)^2(\sin\theta)^2}\right|, \tag{4.31}$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – коэффициент фазы электромагнитной волны в свободном пространстве; $l$ – длина плеча вибратора.

В случае синфазного и равноамплитудного возбуждения вибраторов множитель системы имеет вид, справедливый для произвольной плоскости ($\varphi = const$), проходящей через ось $Z$:

$$f_{\text{с}}(\theta,\varphi) = \left|\begin{matrix}\{\sin[n_1(kd_1\sin\theta\cos\varphi)/2]/\sin[(kd_1\sin\theta\cos\varphi)/2]\times\} \\ \times\{\sin[n_2(kd_2\sin\theta\sin\varphi)/2]/\sin[(kd_2\sin\theta\sin\varphi)/2]\}\end{matrix}\right|. \tag{4.32}$$

Можно показать, что каждый из сомножителей в (4.32) соответствует множителю системы линейной антенной решетки, ориентированной вдоль осей $X$ и $Y$.

Действительно: при $\varphi = const = 0$ формула (4.32) принимает вид:

$$f_c(\theta, \varphi) = (n_2)|\sin[n_1(kd_1 \sin\theta)/2]/ \sin[(kd_1 \sin\theta)/2]|, \quad (4.33)$$

а при $\varphi = const = \pi/2$:

$$f_c(\theta, \varphi) = (n_1)|\sin[n_2(kd_2 \sin\theta)/2]/ \sin[(kd_2 \sin\theta)/2]|. \quad (4.34)$$

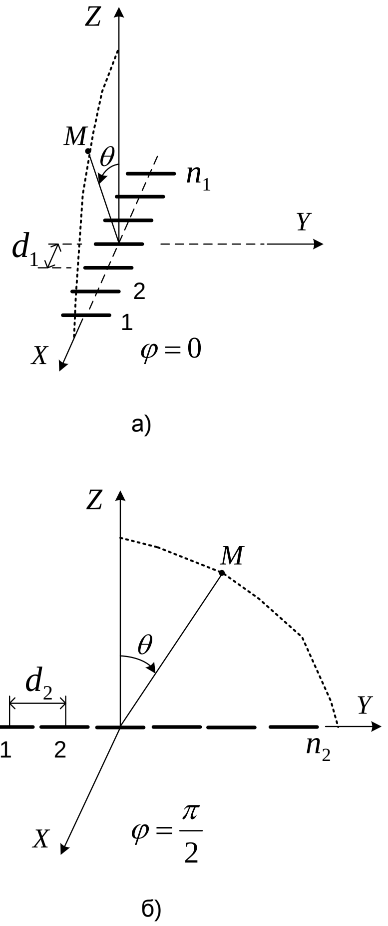



Рис. 4.14. Линейные антенные решетки, из которых можно сформировать плоскую прямоугольную антенную решетку

Формула (4.33) с точностью до постоянного множителя соответствует множителю системы линейной антенной решетки, изображенной на рис. 4.14 (а). Аналогично, формула (4.34) соответствует множителю системы линейной антенной решетки, изображенной на рис. 4.14 (б).

Линейная решетка, соответствующая рис. 4.14 (а), образована совокупностью вибраторов из каждого ряда антенной решетки (рис. 4.13), например, всех первых из каждого ряда, или всех вторых и т.д.

Линейная антенная решетка, соответствующая рис. 4.14 (б), представляет собой любой ряд плоской антенной решетки (рис. 4.13).

Направленные свойства линейных антенных решеток, изображенных на рис. 4.14, в режиме синфазного и равноамплитудного возбуждения рассматривались в разделе 4.1.3., где на рис. 4.3 и на рис. 4.4 приведены характерные нормированные амплитудные диаграммы направленности соответственно для $H$ – плоскости и для $E$ – плоскости. По этой причине в настоящем разделе повторно диаграммы не приводятся. Заметим, что плоскость $ZOX$ на рис. 4.14 (а) соответствует $H$ – плоскости, а плоскость $ZOY$ на рис. 4.14 (б) — $E$ – плоскости.

В случае произвольной плоскости $\varphi = const$ множители системы, соответствующие характеристикам направленности антенных решеток (рис. 4.15), будут иметь вид:

$$f_c(\theta, \varphi) = \sin[n_1(kd_1 \sin\theta \cos\varphi)/2]/ \sin[(kd_1 \sin\theta \cos\varphi)/2] \quad (4.35)$$

для антенной решетки рис. 4.15 (а),

$$f_c(\theta, \varphi) = \sin[n_2(kd_2 \sin\theta \sin\varphi)/2]/ \sin[(kd_2 \sin\theta \sin\varphi)/2] \quad (4.36)$$

для антенной решетки рис. 4.15 (б).

Важно уяснить, что число вибраторов, образующих ряд $n_2$, не влияет на форму амплитудной диаграммы направленности в $H$-плоскости ($\varphi = 0^\circ$). Соответственно число рядов $n_1$ не влияет на амплитудную диаграмму направленности в $E$ – плоскости ($\varphi = 90^\circ$).

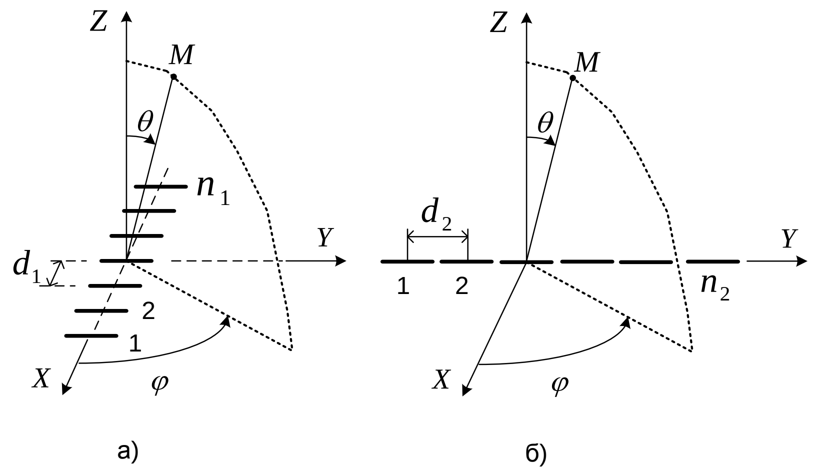



Рис. 4.15. К расчету множителя системы плоской антенной решетки в произвольной плоскости $\varphi = const$

### 4.2.2. Направленные свойства при равноамплитудном и несинфазном возбуждении элементов решетки

Пусть элементы плоской антенной решетки (рис. 4.13) возбуждаются равноамплитудно, но не синфазно, причем сдвиг фаз между токами соседних вибраторов в горизонтальном ряду (вдоль оси $Y$ ) равен $\psi_2$, а сдвиг фаз между токами соседних горизонтальных рядов равен $\psi_1$. В этом случае, как показано в [2], множитель системы имеет вид, справедливый для произвольной плоскости ($\varphi = const$), проходящей через ось $Z$:

$$f_{\text{c}}(\theta, \varphi) = \left| \begin{matrix} \{sin[n_1(kd_1\, sin\,\theta\, cos\,\varphi - \psi_1)/2]/\, sin[(kd_1\, sin\,\theta\, cos\,\varphi - \psi_1)/2] \times\} \\ \times \{sin[n_2(kd_2\, sin\,\theta\, sin\,\varphi - \psi_2)/2]/\, sin[(kd_2\, sin\,\theta\, sin\,\varphi - \psi_2)/2]\} \end{matrix} \right|. \quad (4.37)$$

Можно показать, что каждый из сомножителей в (4.37) соответствует множителю системы линейной антенной решетки, ориентированной вдоль осей $X$ или $Y$ (рис. 4.15).

Для антенной решетки рис. 4.15 (а):

$$f_{\text{c}}(\theta, \varphi) = |\sin[n_1(kd_1 \sin\theta \cos\varphi - \psi_1)/2]/ \sin[(kd_1 \sin\theta \cos\varphi - \psi_1)/2]|, \quad (4.38)$$

для антенной решетки рис. 4.15 (б):

$$f_{\text{c}}(\theta, \varphi) = |\sin[n_2(kd_2 \sin\theta \sin\varphi - \psi_2)/2]/ \sin[(kd_2 \sin\theta \sin\varphi - \psi_2)/2]|. \quad (4.39)$$

Очень важно понять, что путем изменения $\psi_1$ и $\psi_2$ можно менять направление максимального излучения по углам $\theta$ и $\varphi$, то есть управлять диаграммой направленности в пространстве.

### 4.2.3. Понятие о кольцевых антенных решетках

Кроме линейных и состоящих из них прямоугольных плоских антенных решеток в системах радиосвязи применяются кольцевые антенные решетки, представляющие собой систему излучателей, расположенных по окружности (рис. 4.16). Эта антенна представляет собой частный случай плоской двумерной антенной решетки.

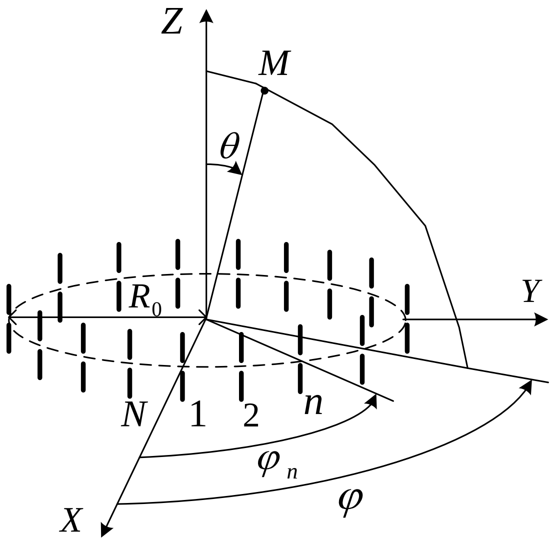



Рис. 4.16. Кольцевая антенная решетка

Благодаря круговой симметрии, такие решетки могут использоваться для получения ненаправленных (в плоскости решетки) амплитудных диаграмм направленности, а также для создания направленных амплитудных диаграмм, слабо меняющихся при сканировании в пределах $360^{\circ}$.

На рис. 4.16 антенна расположена в плоскости $\theta = 90^{\circ}$ сферической системы координат, начало которой совмещено с центром кольца. Плоскость $\theta = 90^{\circ}$ является азимутальной, а любая плоскость $\varphi = const$ — меридиональной. Координатами элементов решетки тогда являются $r = R_0, \theta = 90^{\circ}, \varphi = \varphi_n$ ($R_0$ – радиус кольца).

В соответствии с теоремой перемножения, ненормированную амплитудную характеристику направленности этой решетки можно представить в виде:

$$f(\theta,\varphi) = f_{\text{ЛСЭВ}}(\theta,\varphi) f_{\text{с}}(\theta,\varphi), \quad (4.40)$$

где $f_{\text{ЛСЭВ}}(\theta,\varphi)$ – функция, характеризующая направленные свойства одного вибратора, а $f_{\text{с}}(\theta,\varphi)$ – множитель системы.

При ориентации вибратора вдоль оси $Z$ его амплитудная характеристика направленности описывается выражением (3.15):

$$f_{\text{ЛСЭВ}}(\theta,\varphi) = |[\cos(kl\cos\theta) - \cos kl]/(1-\cos kl)\sin\theta|, \quad (4.41)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – коэффициент фазы электромагнитной волны в свободном пространстве; $l$ – длина плеча вибратора.

Для решеток с равномерно размещенными по кольцу и возбуждаемыми с одинаковыми амплитудами линейными симметричными электрическими вибраторами комплексную амплитуду тока $n$–ого вибратора можно записать в следующем виде:

$$\dot{I}_n = I_1 e^{-j\psi_n}. \quad (4.42)$$

Множитель системы такой решетки имеет вид:

$$f_{\text{с}}(\theta,\varphi) = |\sum_{n=1}^{N} exp[jkR_0\, sin\,\theta\, cos(\varphi-\varphi_n) - j\psi_n]|. \quad (4.43)$$

В формулах (4.42) и (4.43): $\psi_n$ – фаза тока в $n$–ом вибраторе, $\varphi_n$ – азимут $n$–ого вибратора, $R_0$ – радиус кольца, $N$ – число вибраторов в решетке.

Если требуется обеспечить направленное излучение с максимумом амплитудной диаграммы в направлении $\theta_{\text{гл}}$, $\varphi_{\text{гл}}$, то поля излучения от всех элементов решетки в указанном направлении должны складываться в фазе, то есть необходимо, чтобы выполнялось условие:

$$\psi_n = kR_0 \sin\theta_{гл} \cos(\varphi_{гл} - \varphi_n). \tag{4.44}$$

Из анализа этого выражения следует, что для получения направленного излучения распределение фаз токов по кольцу должно быть симметричным относительно диаметра $\varphi = \varphi_{гл}$ и асимметрично относительно $\varphi = \varphi_{гл} \mp 90^{\circ}$. При такой реализации кольцевая решетка эквивалентна линейной, расположенной по диаметру $\varphi = \varphi_{гл}$ и обладающей линейным фазовым распределением. Для заданного угла $\theta_{гл}$ максимальная разность фаз между токами крайних элементов эквивалентной линейной решетки определяется как

$$\Delta\psi_{max} = 2kR_0 \sin\theta_{гл}. \tag{4.45}$$

С учетом (4.44) выражение (4.43) приобретает вид:

$$f_{с}(\theta,\varphi) = \left|\sum_{n=1}^{N} exp\{jkR_0[\sin\theta\cos(\varphi - \varphi_n) - \sin\theta_{гл}\cos(\varphi_{гл} - \varphi_n)]\}\right|. \tag{4.46}$$

В кольцевой решетке, показанной на рис. 4.16, оси излучателей параллельны. Это обстоятельство позволяет применить теорему перемножения — амплитудная характеристика направленности представляет собой произведение амплитудной характеристики направленности одиночного излучателя и множителя решетки. Напомним, что применение теоремы перемножения возможно для любого числа идентичных излучателей, расположенных в пространстве упорядоченным образом, а именно так, что любой излучатель мог быть совмещен с любым другим излучателем с помощью только параллельного перемещения в пространстве без вращения.

На практике находят применение кольцевые решетки, в которых положение амплитудных диаграмм направленности зависит от угла $\varphi_n$, определяющего место излучателя на кольце решетки (кольцевые решетки такого вида иногда называют «квазирешетками»). Для подобных антенных решеток представить амплитудную характеристику в замкнутой форме довольно трудно. Примером может служить кольцевая антенная решетка синфазных слабонаправленных линейных симметричных электрических вибраторов с симметричными амплитудными диаграммами, максимумы которых направлены вдоль радиуса кольца (рис. 4.17).

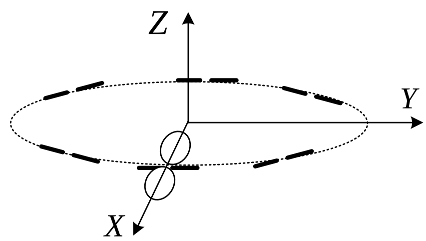



Рис. 4.17. Кольцевая антенная решетка синфазных линейных симметричных электрических вибраторов

Антенны такого рода могут использоваться для получения ненаправленных в азимутальной плоскости амплитудных диаграмм направленности.

Одним из недостатков однокольцевых антенных решеток является относительно высокий уровень боковых лепестков. Снижение уровня боковых лепестков в такой антенне возможно за счет значительного усложнения системы возбуждения, особенно при большом числе элементов, или за счет нарушения круговой симметрии решетки.

Уменьшить уровень боковых лепестков диаграммы направленности можно путем использования многокольцевых антенных решеток, что делает антенну более сложной.

## 4.3. Расчет коэффициента направленного действия антенных решеток

### 4.3.1. Коэффициент направленного действия линейных эквидистантных антенных решеток

Рассмотрим две антенные решетки, в каждой из которых по $n$ элементов. На рис. 4.18 показана антенная решетка, ось которой ориентирована вдоль оси $OX$, а на рис. 4.19 — вдоль оси $OY$. В качестве элементов решетки выберем линейные симметричные электрические вибраторы, которые для простоты показаны без зазоров в точках питания. Все вибраторы ориентированы вдоль оси $OY$. Таким образом, решетка на рис. 4.18 образована поперечными вибраторами (относительно оси решетки), а на рис. 4.19 — продольными.

Коэффициент направленного действия в направлении максимального излучения каждый из этих решеток, как и любой антенны, может быть вычислен по одной из двух формул:

$$D = 4\pi f^2(\theta_{\text{гл}}, \varphi_{\text{гл}}) \Big/ \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} f^2(\theta, \varphi) \sin\theta d\theta d\varphi, \tag{4.47}$$

$$D = 4\pi \Big/ \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} F^2(\theta, \varphi) \sin\theta d\theta d\varphi. \tag{4.48}$$

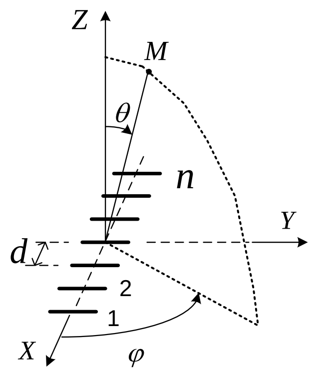



Рис. 4.18. Антенная решетка, образованная поперечными вибраторами

В этих формулах $f(\theta, \varphi)$ – ненормированная амплитудная характеристика направленности антенной решетки, $f(\theta_{\text{гл}}, \varphi_{\text{гл}})$ – значение ненормированной амплитудной характеристики направленности в направлении главного максимума излучения, положение которого определяется угловыми координатами $\theta_{\text{гл}}, \varphi_{\text{гл}}$.

Функция $F(\theta, \varphi) = f(\theta, \varphi)/f(\theta_{\text{гл}}, \varphi_{\text{гл}})$ — нормированная амплитудная характеристика направленности антенной решетки.

Для решетки, показанной на рис. 4.18, с учетом (4.31) и (4.38):

$$f(\theta, \varphi) = \left| \begin{array}{c} \left\{[\cos(kl \sin\varphi \sin\theta) - \cos kl] \Big/ \sqrt{1 - (\sin\varphi)^2 (\sin\theta)^2}\right\} \times \\ \{\sin[n(kd \sin\theta \cos\varphi - \psi)/2] / \sin[(kd \sin\theta \cos\varphi - \psi)/2]\} \end{array} \right|. \tag{4.49}$$

Для решетки, показанной на рис. 4.19, с учетом (4.31) и (4.39)

$$f(\theta, \varphi) = \left| \begin{array}{c} \left\{[\cos(kl \sin\varphi \sin\theta) - \cos kl] \Big/ \sqrt{1 - (\sin\varphi)^2 (\sin\theta)^2}\right\} \times \\ \{\sin[n(kd \sin\theta \sin\varphi - \psi)/2] / \sin[(kd \sin\theta \sin\varphi - \psi)/2]\} \end{array} \right|. \tag{4.50}$$

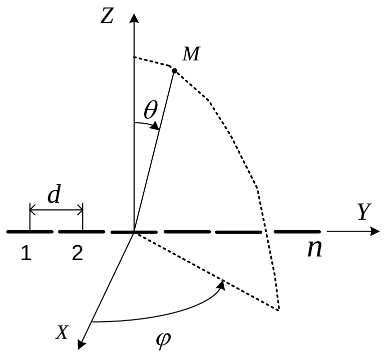



Рис. 4.19. Антенная решетка, образованная продольными вибраторами

Значение $f(\theta_{\text{гл}}, \varphi_{\text{гл}})$, входящее в (4.47), удобно вычислить с помощью [4]. Пример такого вычисления приведен ниже (рис. 4.21). Вычисление двойного интеграла также не вызывает затруднений, если применить численное интегрирование [4].

Для примера приведем результаты расчета максимального значения коэффициента направленного действия $D_0$ линейных антенных решеток с поперечными (рис. 4.18) и продольными (рис. 4.19) синфазными полуволновыми линейными симметричными электрическими вибраторами (табл. 4.1). Расчеты выполнены по формуле (4.47) с учетом (4.49) и (4.50).

Из анализа результатов расчета следует, что если зафиксировано число вибраторов (в рассматриваемом случае $n = 10$), а меняется расстояние между ними, то существует оптимальное значение $d$, при котором коэффициент направленного действия достигает максимума. В приведенном примере $d_{\text{опт}} = 0{,}8\lambda$ для решетки поперечных и $d_{\text{опт}} = 1{,}0\lambda$ для решетки продольных вибраторов.

Табл. 4.1

| Шаг решетки | Поперечные вибраторы (рис. 4.18) | Продольные вибраторы (рис. 4.19) |
|---|---|---|
| | $n = 10, \psi = 0, l = 0{,}25\lambda$ | |
| $d = 0{,}25\lambda$ | $D_0 = 11{,}05$ | – |
| $d = 0{,}5\lambda$ | $D_0 = 21{,}7$ | $D_0 = 10{,}4$ |
| $d = 0{,}8\lambda$ | $D_0 = 32{,}9$ | $D_0 = 16{,}1$ |
| $d = 1{,}0\lambda$ | $D_0 = 14{,}4$ | $D_0 = 19{,}1$ |
| $d = 1{,}2\lambda$ | $D_0 = 12{,}0$ | $D_0 = 16{,}7$ |

В табл. 4.2 приведены результаты расчета максимального значения коэффициента направленного действия $D_0$ линейной антенной решетки с поперечными (рис. 4.18) несинфазно возбужденными полуволновыми линейными симметричными электрическими вибраторами. Соседние вибраторы имеют сдвиг фаз $\psi = kd\delta$. Коэффициент $\delta$ принимает значения в пределах от 0 до 1,4. Напомним, что по физическому смыслу $\delta = c/v$ — это коэффициент замедления в антенне бегущей волны (смотри раздел 4.1.6).

Расчеты выполнены по формуле (4.47) с учетом (4.49).

Напомним, что при $\delta = c/v = 0$ имеет место режим нормального (поперечного) излучения. При $c/v < 1$ формируется режим наклонного излучения. В режиме осевого излучения $c/v \geq 1$.

Табл. 4.2

| Поперечные вибраторы (рис. 3.1): $n = 10$, $l = 0{,}25\lambda$, $d = 0{,}25\lambda$ | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\delta$ | 0 | 0,4 | 0,8 | 1,0 | 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 |
| $D_0$ | 11,05 | 9,8 | 7,57 | 12,0 | 18,15 | 22,68 | 11,7 | 7,3 |

Результаты, приведенные в табл. 4.2, подтверждают вывод (смотри раздел 4.1.6) о возможности оптимизации антенны бегущей волны по условию получения максимального коэффициента направленного действия. Вначале, по мере роста $\delta$, а значит и $\psi$, преобладает фактор сужения главного лепестка, вслествие чего КНД возрастает, достигая максимального значения при $\psi = \psi_{\text{гр}}$. Затем КНД падает из-за возрастания уровня боковых лепестков. Подробнее этот вопрос рассмотрен в [2]. В приведенном примере максимальное значение наблюдается при $\delta = c/v = 1{,}2$. При этом $D_0 = 22{,}68$.

Интересно отметить, что при одной и той же длине антенны $L_A$ , в режиме осевого излучения значение коэффициента направленного действия можно получить в два раз больше, чем в режиме нормального излучения (при $\delta = c/v = 0$, а значит при $\psi = 0$).

### 4.3.2. Коэффициент направленного действия плоских антенных решеток

Рассмотрим случай, когда антенна состоит из $n_1$ рядов элементов, а каждый ряд содержит $n_2$ элемента. Все элементы расположены в одной плоскости $XOY$ декартовой системы координат $XYZ$ (рис. 4.20). В качестве элементов выберем линейные симметричные электрические вибраторы, которые для простоты показаны без зазоров в точках питания, то есть в виде непрерывных линий.

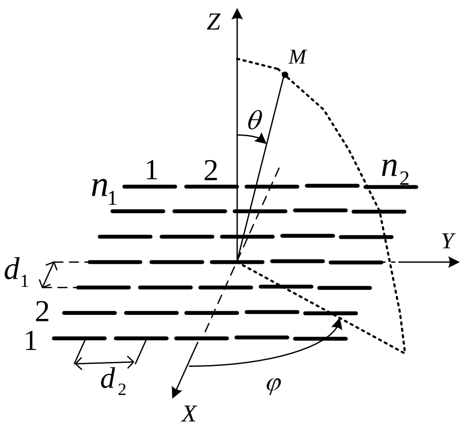



Рис. 4.20. Плоская антенная решетка

Начало координат совместим с центром системы вибраторов. Пусть $d_1$ – расстояние между соседними рядами вибраторов; $d_2$ – расстояние между серединами вибраторов, расположенных в одном ряду. Введем также сферическую систему, полярная ось которой совпадает с осью $Z$, а угол $\varphi$ отсчитывается от оси $X$.

В разделе 4.2.1 было показано, что

$$f(\theta,\varphi) = f_{\text{ЛСЭВ}}(\theta,\varphi) f_{\text{с}}(\theta,\varphi), \tag{4.51}$$

где $f_{\text{ЛСЭВ}}(\theta,\varphi)$ – функция, характеризующая направленные свойства одного вибратора, а $f_{\text{с}}(\theta,\varphi)$ – множитель системы.

При ориентации вибратора вдоль оси $Y$ его амплитудная характеристика направленности описывается выражением:

$$f_{\text{ЛСЭВ}}(\theta,\varphi) = \left|[\cos(kl\sin\varphi\sin\theta) - \cos kl]/\sqrt{1-(\sin\varphi)^2\,(\sin\theta)^2}\right|, \tag{4.52}$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – коэффициент фазы электромагнитной волны в свободном пространстве; $l$ – длина плеча вибратора.

В случае синфазного и равноамплитудного возбуждения вибраторов множитель системы описывается формулой, справедливой для произвольной плоскости ($\varphi = const$), проходящей через ось $Z$:

$$f_{\text{с}}(\theta,\varphi) = \left|\begin{matrix}\{\sin[n_1(kd_1\sin\theta\cos\varphi)/2]/\sin[(kd_1\sin\theta\cos\varphi)/2]\times\} \\ \times\{\sin[n_2(kd_2\sin\theta\sin\varphi)/2]/\sin[(kd_2\sin\theta\sin\varphi)/2]\}\end{matrix}\right|. \tag{4.53}$$

В общем случае коэффициент направленного действия плоских антенных решеток может быть рассчитан по формуле (4.47), которую с учетом (4.51) можно представить в следующем виде:

$$D = 4\pi f^2(\theta_{\text{гл}},\varphi_{\text{гл}})/\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}[f_{\text{ЛСЭВ}}(\theta,\varphi)f_{\text{с}}(\theta,\varphi)]^2\sin\theta d\theta d\varphi. \tag{4.54}$$

В этой формуле $f(\theta_{\text{гл}},\varphi_{\text{гл}})$ – значение ненормированной амплитудной характеристики направленности (4.51) в направлении главного максимума излучения, положение которого определяется угловыми координатами $\theta_{\text{гл}},\varphi_{\text{гл}}$.

При вычислении значения $f(\theta_{\text{гл}},\varphi_{\text{гл}})$ следует руководствоваться рекомендациями, изложенными в разделе 4.3.1 для формулы (4.50). Пример такого вычисления приведен ниже (рис. 4.25).

Приведем результаты расчета максимального значения коэффициента направленного действия $D_0$ плоской антенной решетки (рис. 4.20) с равноамплитудными синфазными полуволновыми линейными симметричными электрическими вибраторами (табл. 4.3, табл. 4.4). Расчеты выполнены по формуле (4.54) с учетом (4.52) и (4.53).

Табл. 4.3

| $d_1 = 0{,}25\lambda$, $d_2 = 0{,}5\lambda$, $n_2 = 10$, $l = 0{,}25\lambda$ | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $n_1$ | $D_0$ | $D_X$ | $D_Y$ | $D_0 = 0{,}7D_XD_Y$ |
| 10 | 78,8 | 11,1 | 10,4 | 80,2 |
| 8 | 64,2 | 8,8 | 10,4 | 64,0 |
| 6 | 46,4 | 6,6 | 10,4 | 47,7 |
| 4 | 32,2 | 4,3 | 10,4 | 31.5 |
| 2 | 14,0 | 2,1 | 10,4 | 15,3 |
| 1 | 10,4 | 1,64 | 10,4 | – |

Табл. 4.4

| $d_1 = 0{,}5\lambda$, $d_2 = 0{,}5\lambda$, $n_1 = 10$, $l = 0{,}25\lambda$ | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $n_2$ | $D_0$ | $D_X$ | $D_Y$ | $D_0 = 0{,}7D_XD_Y$ |
| 10 | 156,0 | 21,7 | 10,4 | 157,7 |
| 8 | 126,2 | 21,7 | 8,4 | 127,4 |
| 6 | 95,7 | 21,7 | 6,4 | 97,0 |
| 4 | 65,6 | 21,7 | 4.4 | 66,7 |
| 2 | 34,6 | 21,7 | 2,4 | 36,7 |
| 1 | 21,7 | 21,7 | 1,64 | – |

В последнем столбце приведены значения коэффициента направленного действия, рассчитанные по приближенной формуле:

$$D_0 = 0{,}7 D_X D_Y, \tag{4.55}$$

где $D_X$ и $D_Y$ — коэффициенты направленного действия линейных антенных решеток, параллельных осям $X$ и $Y$ (см. раздел 4.3.1). Значения $D_X$ рассчитывались по формуле (4.47) с учетом (4.49), а значения $D_Y$ – по формуле (4.47) с учетом (4.50). Сравнение результатов расчета по строгой формуле (4.54) и приближенной (4.55) свидетельствует об их достаточно хорошем совпадении. Однако не следует забывать, что расчет $D_X$ и $D_Y$ также сопряжен с численным интегрированием.

## 4.4. Вопросы и задания для самопроверки

1. Применительно к линейной антенной решетке поясните смысл определения «…..равноамплитудная, эквидистантная, синфазная».

2. При каких условиях линейная антенная решетка работает в режиме нормального (поперечного) излучения?

3. При каких условиях линейная антенная решетка работает в режиме наклонного излучения?

4. При каких условиях линейная антенная решетка работает в режиме осевого излучения?

5. При каком условии линейную антенную решетку можно считать антенной бегущей волны?

6. По какой причине у прямолинейного провода, возбужденного бегущей волной тока, отсутствует излучение вдоль оси провода?

7. Что происходит с уровнем первого бокового лепестка линейной синфазной антенной решетки, если от равномерного возбуждения элементов решетки перешли к неравномерному, спадающему к краям решетки возбуждению?

8. В линейной синфазной антенной решетке перешли от равномерного возбуждения элементов к неравномерному, спадающему к краям решетки. Что при этом произойдет с шириной диаграммы направленности по уровню половинной мощности?

9. Сформулируйте «теорему перемножения характеристик направленности» для линейной антенной решетки?

10. Каким образом в линейной антенной решетке можно реализовать управление направлением максимального излучения?

11. Каким образом в плоской антенной решетке можно реализовать управление направлением максимального излучения?

12. Что произойдет с основным лепестком антенной решетки, работающей в режиме нормального излучения, если увеличить длину решетки, не меняя расстояния между её элементами.

13. Как изменится амплитудная диаграмма направленности в плоскости $ZOY$ антенной решетки, приведенной на рис. 4.18, если число излучателе увеличили с пяти до десяти?

14. Как изменится амплитудная диаграмма направленности в плоскости $ZOX$ антенной решетки, приведенной на рис. 4.19, если число излучателей уменьшили с восьми до четырех?

15. Каким значениям угла $\varphi$ соответствуют $E$ – плоскость и $H$ – плоскость для линейной антенной решетки на рис. 4.18?

16. Каким значениям углов $\varphi$ соответствуют $E$ – плоскость и $H$ – плоскость для линейной антенной решетки на рис. 4.19?

17. Отличаются ли амплитудные диаграммы направленности в $H$ – плоскостях у антенных решеток, приведенных на рис. 4.18 и рис. 4.19 при одинаковых условиях их возбуждения?

18. Отличаются ли амплитудные диаграммы направленности в плоскости, содержащей ось $ZOY$, у антенных решеток, приведенных на рис. 4.18 и рис. 4.19, при одинаковых значениях $d$ и $n$, а также одинаковых условиях возбуждения элементов?

19. Для каких целей применяются кольцевые антенные решетки?

20. Длины решеток, приведенных на рис. 4.18 и рис. 4.19, и условия их возбуждения одинаковы. Почему максимальные значения коэффициентов направленного действия решеток не одинаковы? У какой решетки это значение больше?

18. Плоская эквидистантная синфазная равноамплитудная антенная решетка расположена в плоскости $ZOY$ (рис. 4.20). Как изменится амплитудная диаграмма направленности, если увеличить $n_1$?

19. Плоская эквидистантная синфазная равноамплитудная антенная решетка расположена в плоскости $ZOY$ (рис. 4.20). Как изменится амплитудная диаграмма направленности, если увеличить $n_2$?

20. В какой плоскости амплитудная характеристика направленности антенной решетки, приведенной на рис.4.20, будет определяться только множителем системы?

## 4.5. Задачи

### 4.5.1. Задачи для самостоятельного решения

4.1. Плоская синфазная антенная решетка, состоящая из полуволновых линейных симметричных вибраторов (рис. 4.20), возбуждена токами равных амплитуд. Для условий $n_1 = n_2 = 4$ и $d_1 = d_2 = 0{,}5\lambda$ рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности в $H$ – плоскости. Построить соответствующую ей нормированную амплитудную диаграмму направленности в прямоугольной системе координат с линейным масштабом.

(см. рис. *Ответ к 4.1*).

4.2. Плоская синфазная антенная решетка, состоящая из полуволновых линейных симметричных электрических вибраторов (рис. 4.20), возбуждена токами равных амплитуд. Для условий $n_1 = n_2 = 4$ и $d_1 = d_2 = 0{,}5\lambda$ рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности в $E$ – плоскости. Построить соответствующую ей нормированную амплитудную диаграмму направленности в прямоугольной системе координат с линейным масштабом.

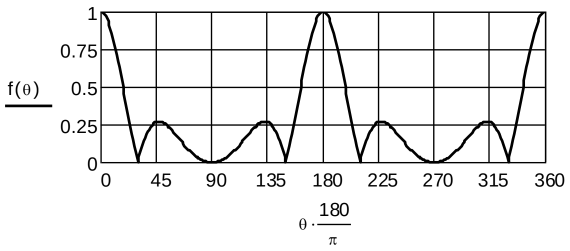
(см. рис. *Ответ к 4.2*).

4.3. Плоская антенная решетка, подобная по своему устройству решетке, показанной на рис. 4.20, состоит из 24 полуволновых линейных симметричных электрических вибраторов, возбуждаемых синфазными и одинаковыми по амплитуде токами. Число рядов в решетке $n_1 = 4$, расстояние $d_1 = 0{,}25\lambda$, число вибраторов в ряду $n_2 = 6$, расстояние $d_2 = 0{,}5\lambda$. Рассчитать нормированные амплитудные характеристики направленности в $E$ – плоскости и $H$ – плоскости. Построить соответствующие им нормированные амплитудные диаграммы направленности в прямоугольной системе координат с линейным масштабом.

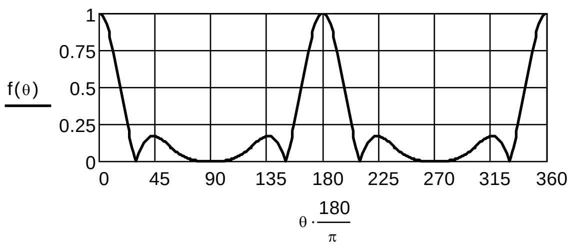
Во сколько раз ширина главного лепестка диаграммы направленности решетки по уровню половинной мощности в $H$ – плоскости больше ширины этого лепестка в $E$ – плоскости?

(см. рис. *Ответ к 4.3*).

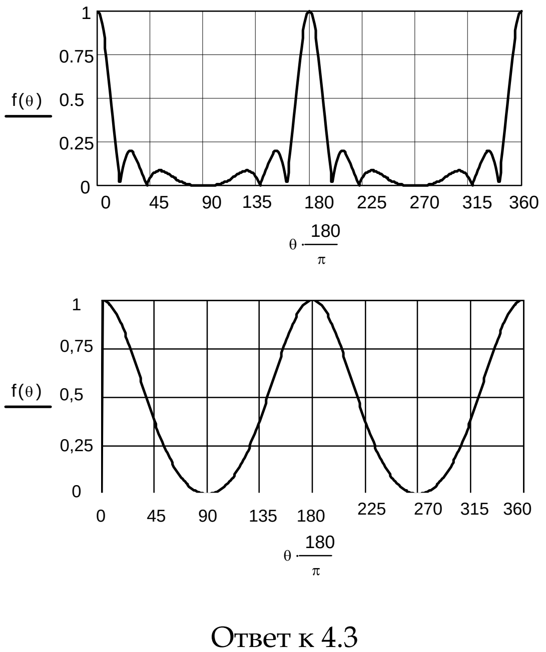
4.4. Антенная решетка (рис. 4.14, б) состоит из 10 полуволновых линейных симметричных электрических вибраторов. Расстояние $d_2 = 0{,}5\lambda$.



Ответ к 4.1



Ответ к 4.2



Ответ к 4.3

Все вибраторы возбуждаются синфазными токами равных амплитуд. Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности в $E$ – плоскости и построить её нормированную амплитудную диаграмму направленности в прямоугольной системе координат с логарифмическим масштабом.

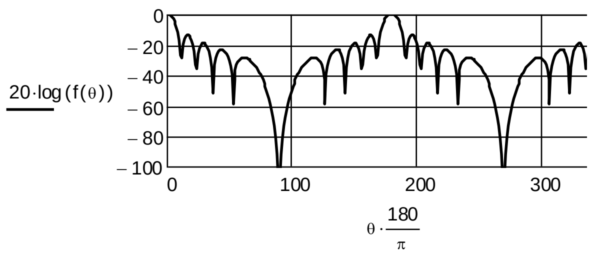
(см. рис. *Ответ к 4.4*).

4.5. Антенная решетка (рис. 4.14, а) имеет 6 полуволновых линейных симметричных электрических вибраторов. Расстояние $d_1 = 0{,}5\lambda$. Вибраторы возбуждаются синфазными токами равных амплитуд. Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности излучающей решетки в $H$ – плоскости и построить её нормированную амплитудную диаграмму направленности в прямоугольной системе координат с логарифмическим масштабом.

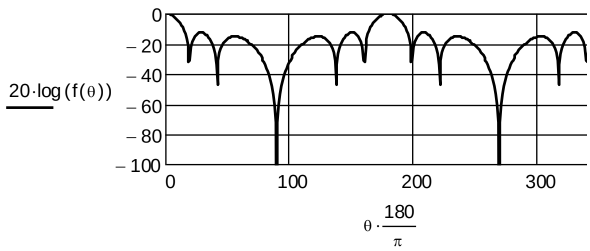
(см. рис. *Ответ к 4.5*).

4.6. Антенная решетка (рис. 4.14, б) имеет 10 полуволновых линейных симметричных электрических вибраторов. Расстояние $d_2 = 0{,}5\lambda$. Все вибраторы возбуждаются токами равных амплитуд. Фаза токов от 1-го до 10-го вибратора меняется по линейному закону. При этом разность фаз токов двух соседних вибраторов $\psi = 20^{\circ}$. Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности в $E$ – плоскости и построить её нормированную амплитудную диаграмму направленности в полярной системе координат.

(см. рис. *Ответ к 4.6*).



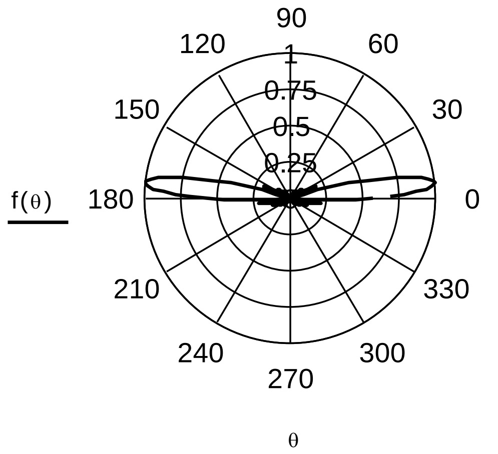

Ответ к 4.4



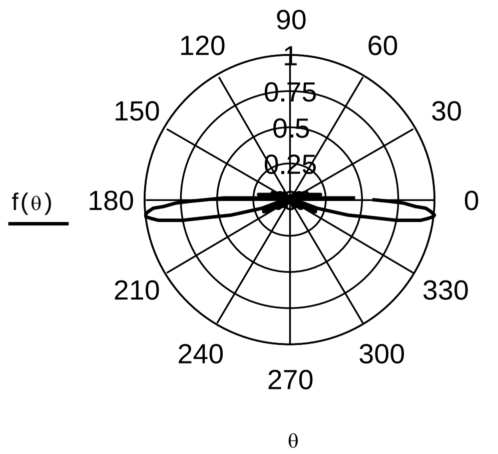

Ответ к 4.5

4.7. Антенная решетка (рис. 4.14, б) имеет 10 полуволновых линейных симметричных электрических вибраторов. Расстояние $d_2 = 0{,}5\lambda$. Все вибраторы возбуждаются токами равных амплитуд. Фаза токов от 1-го до 10-го вибратора меняется по линейному закону. При этом разность фаз токов двух соседних вибраторов $\psi = -20^{\circ}$. Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности в $E$ – плоскости и построить её нормированную амплитудную диаграмму направленности в полярной системе координат.

(см. рис. *Ответ к 4.7*).




Ответ к 4.6




Ответ к 4.7

4.8. Антенная решетка (рис. 4.14, а) имеет 6 полуволновых линейных симметричных электрических вибраторов. Расстояние $d_1 = 0{,}25\lambda$. Все вибраторы возбуждаются токами равных амплитуд. Фаза токов от 1-го до 6-го вибратора меняется по линейному закону. При этом разность фаз токов двух соседних вибраторов $\psi = \pi/6$. Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности в $H$ – плоскости и построить её нормированную амплитудную диаграмму направленности в полярной системе координат.

(см. рис. *Ответ к 4.8*).

4.9. Антенная решетка (рис. 4.14, а) имеет 6 полуволновых линейных симметричных электрических вибраторов. Расстояние $d_1 = 0{,}25\lambda$. Все вибраторы возбуждаются токами равных амплитуд. Фаза токов от 1-го до 6-го вибратора меняется по линейному закону. При этом разность фаз токов двух соседних вибраторов $\psi = -\pi/6$. Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности в $H$ – плоскости и построить её нормированную амплитудную диаграмму направленности в полярной системе координат.

(см. рис. *Ответ к 4.9*).

4.10. Антенная решетка (рис. 4.14, б) имеет 10 полуволновых линейных симметричных электрических вибраторов. Расстояние $d_2 = 0{,}5\lambda$. Все вибраторы возбуждаются токами равных амплитуд. Какова должна быть разность фаз токов двух соседних вибраторов $\psi$, чтобы направление максимального излучения в $E$ – плоскости было под углами $\theta = 30^\circ$и $\theta = 150^\circ$.

Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности в $E$ – плоскости и построить её нормированную амплитудную диаграмму направленности в полярной системе координат. (см. рис. *Ответ к 4.10*).

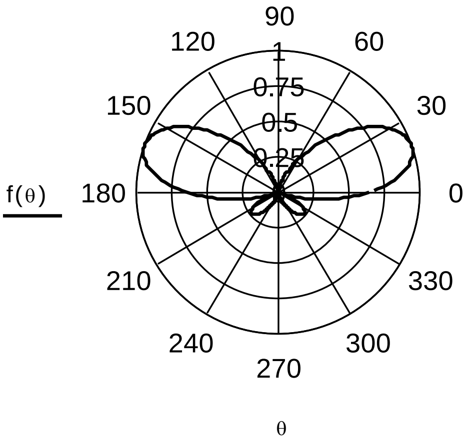
4.11. Антенная решетка (рис. 4.14, б) имеет 10 полуволновых линейных симметричных электрических вибраторов. Расстояние $d_2 = 0{,}5\lambda$. Все вибраторы возбуждаются токами равных амплитуд. Какова должна быть разность фаз токов двух соседних вибраторов $\psi$ чтобы направление максимального излучения в $E$ – плоскости было под углами $\theta = 210^{\circ}$ и $\theta = 330^{\circ}$. Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности в $E$ – плоскости и построить её нормированную амплитудную диаграмму направленности в полярной системе координат.

(см. рис. *Ответ к 4.11*).

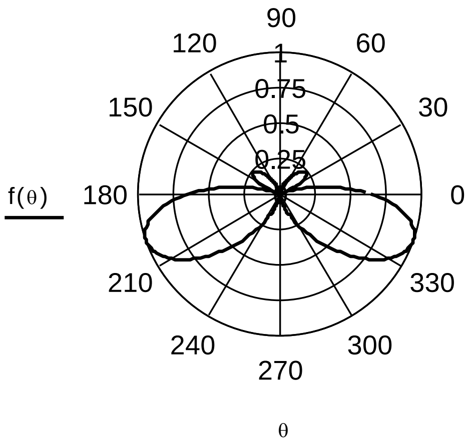
4.12. Излучающая система имеет 8 полуволновых линейных симметричных электрических вибраторов (рис. 4.14, а). Расстояние $d_1 = 0{,}25\lambda$. Вибраторы возбуждаются токами равных амплитуд. Изменение фазы токов от 1-го до 8-го вибратора подчиняется линейному закону. При этом разность фаз токов в соседних вибраторах $\psi = 2\pi d_1/\lambda$. Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности излучающей системы в $H$ – плоскости и построить её нормированную амплитудную диаграмму в полярной системе координат. Определить ширину диаграммы направленности по половинной мощности.

(см. рис. *Ответ к 4.12*).

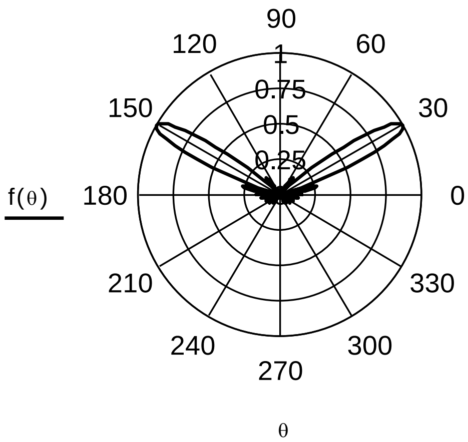
4.13. Излучающая система (рис. 4.14, а) имеет 8 полуволновых линейных симметричных электрических вибраторов. Расстояние $d_1 = 0{,}25\lambda$. Вибраторы возбуждаются токами равных амплитуд. Изменение фазы токов от 1-го до 8-го вибратора подчиняется линейному закону. При этом разность фаз токов в соседних вибраторах $\psi = 0{,}8(2\pi d_1/\lambda)$. Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности излучающей системы



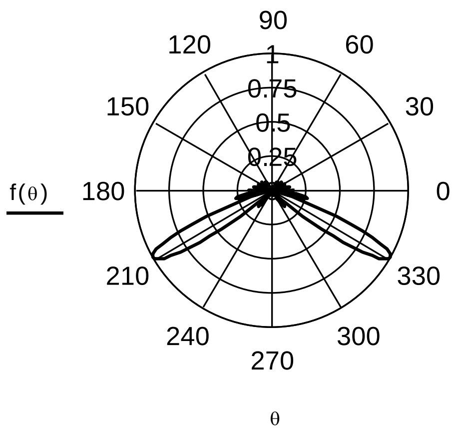

Ответ к 4.8



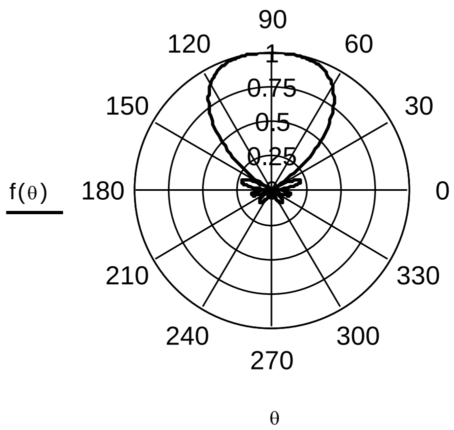

Ответ к 4.9



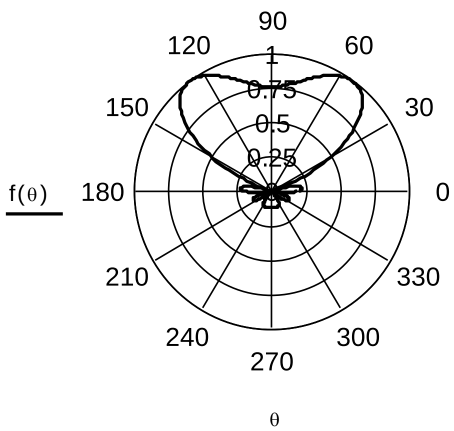

Ответ к 4.10




Ответ к 4.11




Ответ к 4.12




Ответ к 4.13

в $H$ – плоскости и построить её нормированную амплитудную диаграмму в полярной системе координат. Определить ширину диаграммы направленности по половинной мощности.

(см. рис. *Ответ к 4.13*).

4.14. Излучающая система (рис. 4.14, а) имеет 8 линейных симметричных полуволновых вибраторов. Расстояние $d_1 = 0{,}25\lambda$. Вибраторы возбуждаются токами равных амплитуд. Изменение фазы токов от 1-го до 8-го вибратора подчиняется линейному закону. При этом разность фаз токов в соседних вибраторах $\psi = 1{,}2(2\pi d_1/\lambda)$ . Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности излучающей системы в $H$ – плоскости и построить её нормированную амплитудную диаграмму в полярной системе координат. Определить ширину диаграммы направленности по половинной мощности.

(см. рис. *Ответ к 4.14*).

4.15. Ось антенны бегущей волны, представляющей собой дискретную равномерную решетку слабонаправленных элементов, ориентирована вдоль оси $X$ (рис. 4.14, а). Число элементов $n = 9$ , расстояние между элементами $d = 0{,}25\lambda$ . Отношение скорости света к фазовой скорости тока в антенне $c/v = 1$ . Рассчитать амплитудную характеристику направленности в плоскости $ZOX$ и построить её диаграмму в полярной системе координат. Определить ширину диаграммы направленности по уровню нулевого излучения.

(см. рис. *Ответ к 4.15*).

4.16. Ось антенны бегущей волны, представляющей собой дискретную равномерную решетку слабонаправленных элементов, ориентирована вдоль оси $X$ (рис. 4.14, а). Число элементов $n = 9$, расстояние между элементами $d = 0{,}25\lambda$. Отношение скорости света к фазовой скорости тока в антенне $c/v = 0{,}85$. Рассчитать амплитудную характеристику направленности в плоскости $ZOX$ и построить её диаграмму в полярной системе координат. Определить ширину диаграммы направленности по уровню нулевого излучения.

(см. рис. *Ответ к 4.16*).

4.17. Ось антенны бегущей волны, представляющей собой дискретную равномерную решетку слабонаправленных элементов, ориентирована вдоль оси $X$ (рис. 4.14, а). Число элементов $n = 9$, расстояние между элементами $d = 0{,}25\lambda$. Отношение скорости света к фазовой скорости тока в антенне $c/v = 1{,}13$. Рассчитать амплитудную характеристику направленности в плоскости $ZOX$ и построить её диаграмму в полярной системе координат. Определить ширину диаграммы направленности по уровню нулевого излучения.

(см. рис. *Ответ к 4.17*).

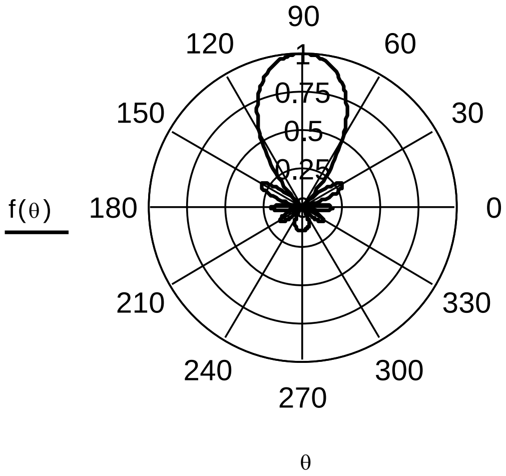
4.18. Тонкий прямолинейный проводник длиной $L = 4\lambda$ возбуждается электрическим током бегущей волны (рис. 4.9). Отношение скорости света к фазовой скорости тока в проводе $c/v = 0{,}85$. Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности излучающего провода в плоскости, содержащей ось провода, и построить её нормированную амплитудную диаграмму в полярной системе координат. Определить ширину диаграммы направленности по уровню нулевого излучения. (см. рис. *Ответ к 4.18*).

4.19. Тонкий прямолинейный проводник длиной $L = 4\lambda$ возбуждается электрическим током бегущей волны (рис. 4.9). Отношение скорости света к фазовой скорости тока в проводе $c/v = 1{,}0$. Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности излучающего провода в плоскости, содержащей ось провода, и построить её нормированную амплитудную диаграмму в полярной системе координат. Определить ширину диаграммы направленности по уровню нулевого излучения.

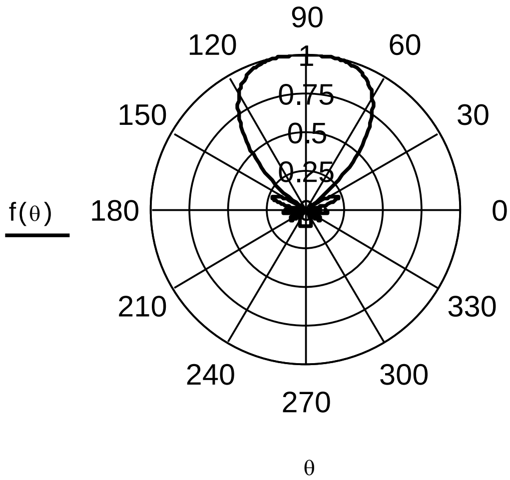
(см. рис. *Ответ к 4.19*).

4.20. Тонкий прямолинейный проводник длиной $L = 4\lambda$ возбуждается электрическим током бегущей волны (рис. 4.9). Отношение скорости света к фазовой скорости тока в проводе $c/v = 1{,}13$. Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности излучающего провода в плоскости, содержащей ось провода, и построить её нормированную амплитудную диаграмму в полярной системе координат. Определить ширину диаграммы направленности по уровню нулевого излучения.

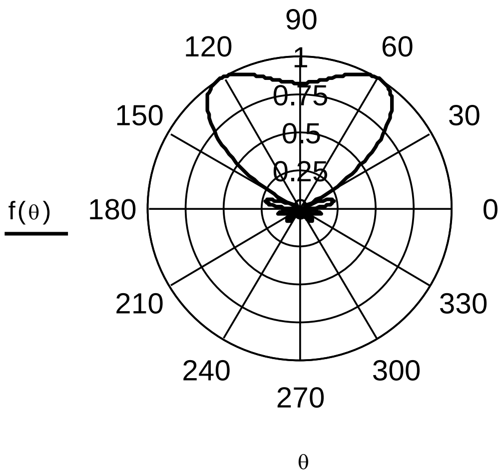
(см. рис. *Ответ к 4.20*).



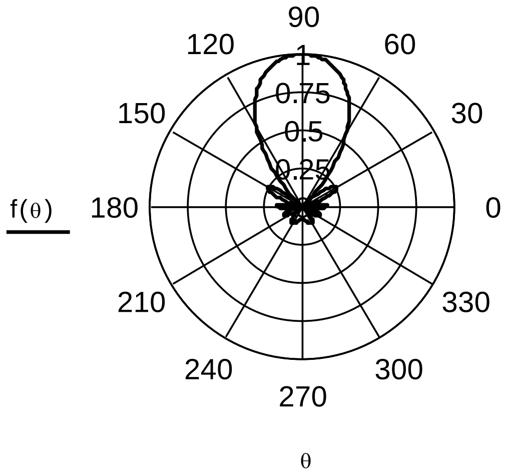

Ответ к 4.14



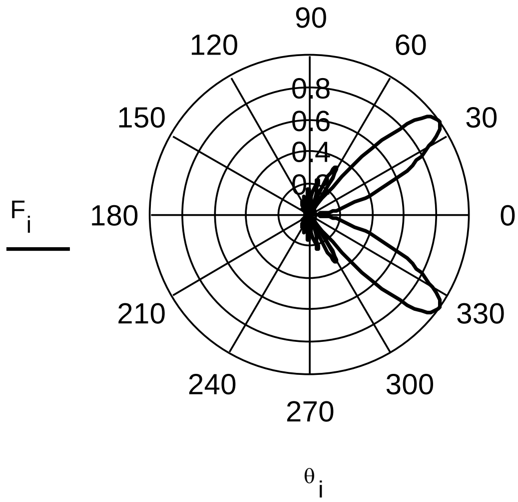

Ответ к 4.15



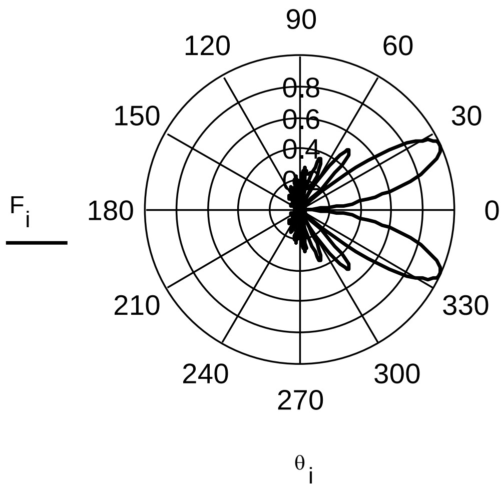

Ответ к 4.16




Ответ к 4.17



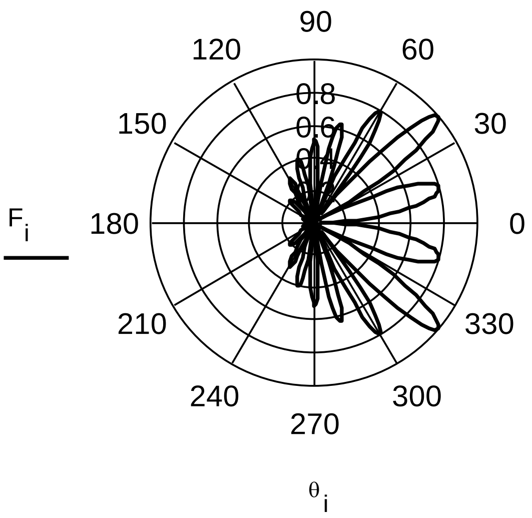

Ответ к 4.18




Ответ к 4.19

4.21. Плоская синфазная антенная решетка, состоящая из полуволновых линейных симметричных электрических вибраторов (рис. 4.20), возбуждена токами равных амплитуд. Для условий: $n_1 = n_2 = 4$ и $d_1 = d_2 = 0{,}5\lambda$ рассчитать максимальное значение коэффициента направленного действия.

($Ответ$: $D_0 = 25{,}3$).




Ответ к 4.20

4.22. Плоская синфазная антенная решетка, состоящая из полуволновых линейных симметричных вибраторов (рис. 4.20), возбуждена токами равных амплитуд. Для условий: $n_1 = n_2 = 8$ и $d_1 = d_2 = 0{,}5\lambda$ рассчитать максимальное значение коэффициента направленного действия. ($Ответ$: $D_0 = 100{,}4$).

4.23. Излучающая система (рис. 4.15, а) имеет 8 полуволновых линейных симметричных электрических вибраторов. Расстояние $d_1 = 0{,}25\lambda$. Вибраторы возбуждаются токами равных амплитуд. Изменение фазы токов от 1-го до 8-го вибратора подчиняется линейному закону. При этом разность фаз токов в соседних вибраторах $\psi = 2\pi d_1/\lambda$. Рассчитать максимальное значение коэффициента направленного действия линейной антенной решетки.

($Ответ$: $D_0 = 9{,}9$).

4.24. Антенная решетка (рис. 4.15, а) имеет 6 полуволновых линейных симметричных электрических вибраторов. Расстояние $d_1 = 0{,}5\lambda$. Вибраторы возбуждаются синфазными токами равных амплитуд. Рассчитать максимальное значение коэффициента направленного действия линейной антенной решетки. ($Ответ$: $D_0 = 12{,}8$).

4.25. Антенная решетка (рис. 4.15, б) состоит из 10 полуволновых линейных симметричных электрических вибраторов. Расстояние $d_2 = 0{,}5\lambda$. Все вибраторы возбуждаются синфазными токами равных амплитуд. Рассчитать максимальное значение коэффициента направленного действия линейной антенной решетки. ($Ответ$: $D_0 = 10{,}4$).

4.26. Тонкий прямолинейный проводник длиной $L = 4\lambda$ возбуждается электрическим током бегущей волны (рис. 4.9). Отношение скорости света к фазовой скорости тока в проводе $c/v = 1{,}0$. Рассчитать максимальное значение коэффициента направленного действия излучающей системы.

($Ответ$: $D_0 = 9{,}9$).

4.27. Тонкий прямолинейный проводник длиной $L = 5\lambda$ возбуждается электрическим током бегущей волны (рис. 4.9). Отношение скорости света к фазовой скорости тока в проводе $c/v = 1{,}1$. Рассчитать максимальное значение коэффициента направленного действия излучающей системы.

($Ответ$: $D_0 = 6{,}15$).

4.28. Тонкий прямолинейный проводник длиной $L = 6\lambda$ возбуждается электрическим током бегущей волны (рис. 4.9). Отношение скорости света к фазовой скорости тока в проводе $c/v = 0{,}8$. Рассчитать максимальное значение коэффициента направленного действия излучающей системы.

($Ответ$: $D_0 = 12{,}6$).

### 4.5.2. Примеры решения задач

**Задача 1.** Плоская синфазная антенная решетка, состоящая из полуволновых линейных симметричных вибраторов (рис. 4.20), возбуждена токами равных амплитуд. Для условий $n_1 = n_2 = 6$ и $d_1 = d_2 = 0{,}5\lambda$ рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности в $E$ – плоскости. Построить соответствующую ей нормированную амплитудную диаграмму направленности.

*Решение задачи*

Согласно рис. 4.20, плоскость $ZOY$ является $E$ – плоскостью. Для этой плоскости $\varphi = 90^{\circ}$. По условиям задачи антенная решетка является равноамплитудной и синфазной, а все элементы решетки ориентированы вдоль оси $Y$. Воспользуемся формулой (4.30) в виде:

$$f(\theta, \varphi = 90^{\circ}) = f_{\text{ЛСЭВ}}(\theta, \varphi = 90^{\circ}) f_{\text{c}}(\theta, \varphi = 90^{\circ}). \quad (4.56)$$

В этой формуле первый сомножитель определяется формулой (4.31), которая с учетом того, что $\varphi = 90^{\circ}$, приобретает вид:

$$f_{\text{ЛСЭВ}}(\theta, 90^{\circ}) = |[\cos(kl\sin\theta) - \cos kl]/\cos\theta|. \quad (4.57)$$

Второй сомножитель — это множитель системы (4.34), который можно записать без коэффициента $1/n_1$, так как он не повлияет на форму диаграммы направленности:

$$f_{\text{c}}(\theta, 90^{\circ}) = |\sin[n_2(kd_2\sin\theta)/2]/\sin[(kd_2\sin\theta)/2]|. \quad (4.58)$$

Подстановка (4.57) и (4.58) в (4.56) дает:

$$f(\theta, \varphi = 90^{\circ}) = \left|\frac{[\cos(kl\sin\theta) - \cos kl]}{\cos\theta}\right| \times |\sin[n_2(kd_2\sin\theta)/2]/\sin[(kd_2\sin\theta)/2]|. \quad (4.59)$$

**Исходные данные:**

- число излучателей в ряду решетки $n2 := 6$

- шаг решетки в долях длины волны $d2 := 0.5$

- длина плеча вибратора $L := 0.25$

Задание дискретного аргумента

$j := 0, 1 .. 360 \qquad \theta_j := \frac{2 \cdot \pi \cdot j}{360}$

Вычисление максимального значеия амплитудной характеристики направленности

$$f_j := \left| \frac{\cos(2 \cdot \pi \cdot L \cdot \sin(\theta_j)) - \cos(2 \cdot \pi \cdot L)}{\cos(\theta_j)} \right| \cdot \left| \frac{\sin\left(\frac{n2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot d2 \cdot \sin(\theta_j)}{2}\right)}{\sin\left[\frac{2 \cdot \pi \cdot d2 \cdot (\sin(\theta_j))}{2}\right]} \right|$$

$M := \max(f) \qquad M = 6$

Пределы изменения аргумента

$\theta := 1 \cdot deg, 2 \cdot deg .. 360 \cdot deg$

Вычисление нормированого значения амплитудной характеристики направленности

$$F(\theta) := \left| \frac{1}{M} \cdot \frac{\cos(2 \cdot \pi \cdot L \cdot \sin(\theta)) - \cos(2 \cdot \pi \cdot L)}{\cos(\theta)} \cdot \frac{\sin\left(\frac{n2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot d2 \cdot \sin(\theta)}{2}\right)}{\sin\left[\frac{2 \cdot \pi \cdot d2 \cdot (\sin(\theta))}{2}\right]} \right|$$

Рис. 4.21. Решение задачи 1 в математическом пакете Mathcad

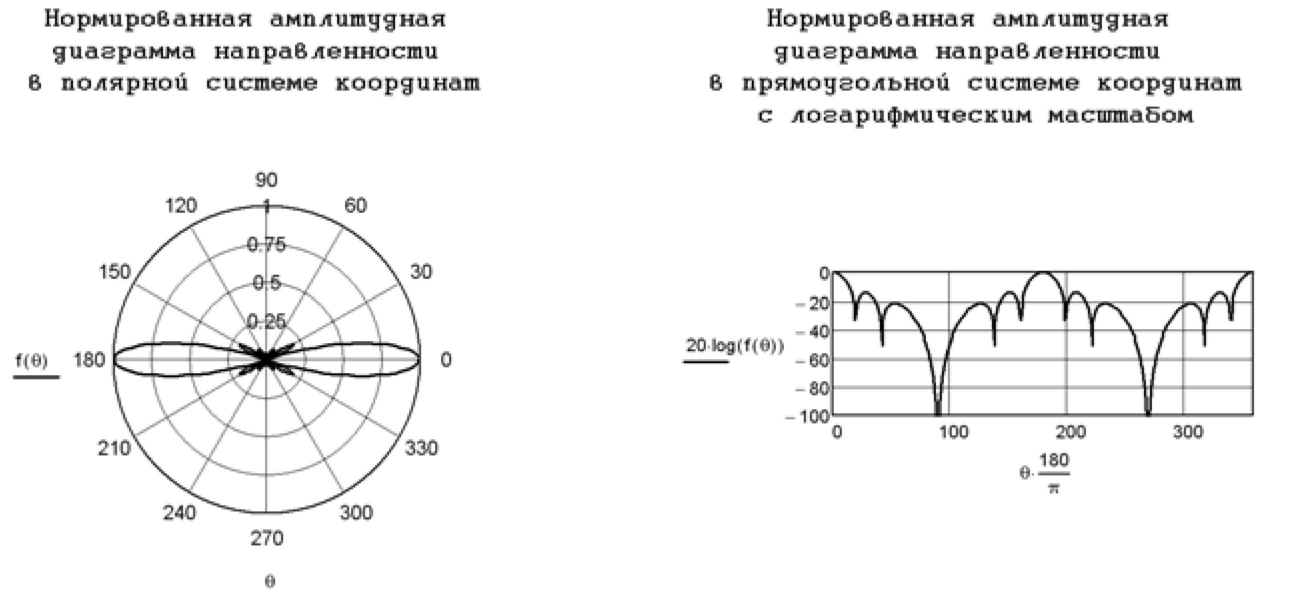



Рис. 4.22. Нормированная амплитудная диаграмма направленности
в разных системах координат (задача 1)

Для расчета нормированной характеристики направленности и построения нормированной амплитудной диаграммы направленности применен пакет программ [4].

На рис. 4.21 приведен подробный процесс необходимых вычислений. Ответ, то есть результат расчета в виде нормированной амплитудной диаграммы направленности, приведен на рис. 4.22.

**Задача 2.** Антенная решетка (рис. 4.14, б) имеет 6 полуволновых линейных симметричных электрических вибраторов. Расстояние $d_2 = 0{,}5\lambda$. Все вибраторы возбуждаются токами равных амплитуд. Какова должна быть разность фаз токов двух соседних вибраторов $\psi$, чтобы направление максимального излучения в $E$ – плоскости было под углами $\theta = 20^\circ$и $\theta = 160^\circ$. Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности в $E$ – плоскости и построить её нормированную амплитудную диаграмму направленности в полярной и прямоугольной системах координат.

*Решение задачи*

Рассматриваемая решетка относится к классу линейных. Её возбуждение равномерное по амплитуде, но несинфазное, то есть значение $\psi \neq 0$. Согласно (4.15), в системе координат рис. 4.14 (б) имеем $\sin\theta_{\text{гл}} = \psi/kd_2$. Отсюда следует, что при $\theta = 20^\circ$и $d_2 = 0{,}5\lambda$, $\psi = 2\pi \cdot 0{,}5 \cdot \sin(\pi/9) = 1{,}074$.

Дальнейшее решение задачи по существу не отличается от решения, приведенного в предыдущем примере. Отличие состоит в том, что в формулу (4.59) необходимо ввести параметр $\psi$, как это сделано в формуле (4.7). Понятно, что при этом в формуле (4.7) необходимо сделать замену угла $\varphi$ на угол $\theta$, что является следствием разного расположения антенной решетки в системах координат рис. 4.2 (б) и рис. 4.14 (б). В результате получим:

$$F(\theta) = \left| \begin{matrix} [1/f(\theta_{\text{гл}})]\{[[\cos(kl\sin\theta) - \cos kl]/\cos\theta]\} \times \\ \{\sin[n_2(kd_2\sin\theta - \psi)/2]/\sin[(kd_2\sin\theta - \psi)/2]\} \end{matrix} \right|, \qquad (4.60)$$

где $f(\theta_{\text{гл}})$ – значение произведения функций, заключенных в фигурные скобки, в направлении главного максимума $\theta = \theta_{\text{гл}}$.

Все расчеты выполним с помощью пакета программ [4]. Результат расчета приведен на рис. 4.23. На рис. 4.24 приведен подробный процесс необходимых вычислений.

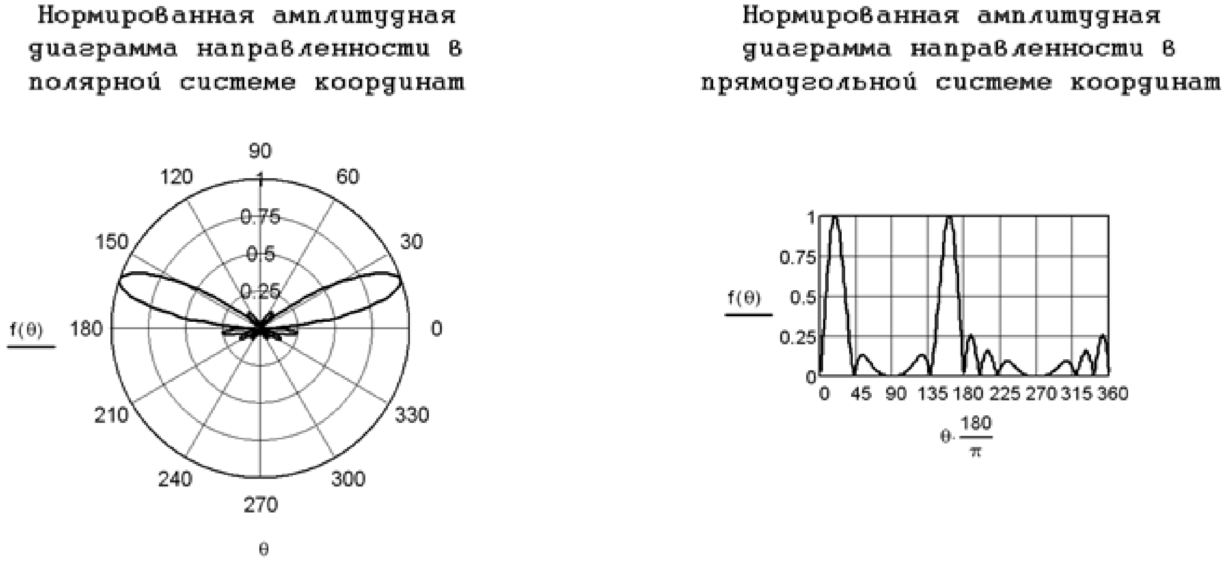



Рис. 4.23. Результаты расчета нормированных амплитудных диаграмм направленностей для задачи 2.

**Задача 3.** Плоская синфазная антенная решетка, состоящая из полуволновых линейных симметричных вибраторов (рис. 4.20), возбуждена токами равных амплитуд. Для условий: $n_1 = 4$, $n_2 = 6$, $d_1 = 0{,}25\lambda$, $d_2 = 0{,}5\lambda$ рассчитать максимальное значение коэффициента направленного действия.

*Решение задачи*

В общем случае коэффициент направленного действия плоских антенных решеток может быть рассчитан по формуле (4.47), которую с учетом того, что $f(\theta,\varphi) = f_{\text{ЛСЭВ}}(\theta,\varphi) f_{\text{с}}(\theta,\varphi)$ можно представить в следующем виде:

$$D = 4\pi f^2(\theta_{\text{гл}}, \varphi_{\text{гл}}) \Big/ \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} [f_{\text{ЛСЭВ}}(\theta,\varphi) f_{\text{с}}(\theta,\varphi)]^2 \sin\theta d\theta d\varphi. \qquad (4.61)$$

где $f_{\text{ЛСЭВ}}(\theta,\varphi)$ — функция, характеризующая направленные свойства одного вибратора, а $f_{\text{с}}(\theta,\varphi)$ — множитель системы.

При ориентации вибратора вдоль оси $Y$ его амплитудная характеристика направленности описывается выражением:

$$f_{\text{ЛСЭВ}}(\theta,\varphi) = \left| [\cos(kl\sin\varphi\sin\theta) - \cos kl] \Big/ \sqrt{1 - (\sin\varphi)^2 (\sin\theta)^2} \right|, \qquad (4.62)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – коэффициент фазы электромагнитной волны в свободном пространстве; $l$ – длина плеча вибратора.

**Исходные данные :**

- число излучателей в решетке $n2 := 6$
- шаг решетки в долях длины волны $d2 := 0.5$
- длина плеча вибратора в долях длины волны

$L := 0.25$

**Задание дискретного аргумента**

$j := 0,1..360 \qquad \theta_j := \frac{2 \cdot \pi \cdot j}{360}$

**Фазовый сдвиг** $\psi := 2 \cdot \pi \cdot d2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{9}\right)$

$\psi = 1.074$

**Вычисление максимального значения амплитудной характеристики направленности**

$$F_j := \left| \frac{\sin\left[\frac{n2 \cdot (2 \cdot \pi \cdot d2 \cdot \sin(\theta_j) - \psi)}{2}\right]}{\sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot d2 \cdot \sin(\theta_j) - \psi}{2}\right)} \right| \cdot \left| \frac{\cos(2 \cdot \pi \cdot L \cdot \sin(\theta_j)) - \cos(2 \cdot \pi \cdot L)}{\cos(\theta_j)} \right|$$

$M := \max(F) \qquad M = 5.512$

**Вычисление нормированного значения амплитудной характеристики направленности**

**Пределы изменения аргумента** $\theta := 1 \cdot deg, 2 \cdot deg .. 360 \cdot deg$

$$F(\theta) := \frac{1}{M} \cdot \left| \frac{\cos(2 \cdot \pi \cdot L \cdot \sin(\theta)) - \cos(2 \cdot \pi \cdot L)}{\cos(\theta)} \cdot \frac{\sin\left[\frac{n2 \cdot (2 \cdot \pi \cdot d2 \cdot \sin(\theta) - \psi)}{2}\right]}{\sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot d2 \cdot \sin(\theta) - \psi}{2}\right)} \right|$$

Рис. 4.24. Порядок расчетов в Mathcad для задачи 2

В случае синфазного и равноамплитудного возбуждения вибраторов множитель системы имеет вид, справедливый для произвольной плоскости ($\varphi = const$), проходящей через ось $Z$:

$$f_c(\theta,\varphi) = \left| \begin{array}{l} \{\sin[n_1(kd_1 \sin\theta \cos\varphi)/2]/\sin[(kd_1 \sin\theta \cos\varphi)/2] \times\} \\ \times \{\sin[n_2(kd_2 \sin\theta \sin\varphi)/2]/\sin[(kd_2 \sin\theta \sin\varphi)/2]\} \end{array} \right|. \quad (4.63)$$

В формуле (4.61) $f(\theta_{гл},\varphi_{гл})$ — значение ненормированной амплитудной характеристики направленности $f(\theta,\varphi)$ в направлении главного максимума излучения, положение которого определяется угловыми координатами $\theta_{гл},\varphi_{гл}$.

Процедура вычислении значения $f(\theta_{гл},\varphi_{гл})$ не отличается от описанной в примерах (рис. 4.21, рис. 4.24).

На рис. 4.25 приведен подробный процесс необходимых вычислений: сначала вычислено максимальное значение ненормированной амплитудной характеристики направленности, а затем, в конечном итоге, применена формула (4.61), в которой реализовано численное интегрирование.

**Исходные данные: число рядов в решетке** $n1 := 4$;
**расстояние между рядами в долях длины волны**
$d1 := 0.25$; **число вибраторов в ряду** $n2 := 6$;
**расстояние между вибраторами в ряду** $d2 := 0.5$
**длина плеча в долях длины волны** $L := 0.25$.

**1. Задание дискретных аргументов** $i := 0,1..360;\ \varphi_i := \frac{2\cdot\pi\cdot i}{360};\ j := 0,1..180;\ \theta_j := \frac{2\cdot\pi\cdot j}{360}$

**2. Вычисление максимального значения амплитудной характеристики направленности :**

$$F_{j,i} := \left| \frac{\cos(2\cdot\pi\cdot L\cdot\sin(\varphi_i)\cdot\sin(\theta_j)) - \cos(2\cdot\pi\cdot L)}{\sqrt{1-\sin(\varphi_i)^2\cdot\sin(\theta_j)^2}} \cdot \frac{\sin\left(\frac{n1\cdot 2\cdot\pi\cdot d1\cdot\sin(\theta_j)\cdot\cos(\varphi_i)}{2}\right)}{\sin\left[\frac{2\cdot\pi\cdot d1\cdot(\sin(\theta_j)\cdot\cos(\varphi_i))}{2}\right]} \cdot \frac{\sin\left(\frac{n2\cdot 2\cdot\pi\cdot d2\cdot\sin(\theta_j)\cdot\sin(\varphi_i)}{2}\right)}{\sin\left[\frac{2\cdot\pi\cdot d2\cdot(\sin(\theta_j)\cdot\sin(\varphi_i))}{2}\right]} \right|$$

$M := \max(F)\quad M = 24$

**3. Амплитудная ХН вибратора - формуле (4.62) :** $f1(\theta,\varphi) := \frac{\cos(2\cdot\pi\cdot L\cdot\sin(\varphi)\cdot\sin(\theta)) - \cos(2\cdot\pi\cdot L)}{\sqrt{1-\sin(\varphi)^2\cdot\sin(\theta)^2}}$

**4. Множитель системы - (4.63)** $f2(\theta,\varphi) := \frac{\sin\left(\frac{n1\cdot 2\cdot\pi\cdot d1\cdot\sin(\theta)\cdot\cos(\varphi)}{2}\right)}{\sin\left[\frac{2\cdot\pi\cdot d1\cdot(\sin(\theta)\cdot\cos(\varphi))}{2}\right]} \cdot \frac{\sin\left(\frac{n2\cdot 2\cdot\pi\cdot d2\cdot\sin(\theta)\cdot\sin(\varphi)}{2}\right)}{\sin\left[\frac{2\cdot\pi\cdot d2\cdot(\sin(\theta)\cdot\sin(\varphi))}{2}\right]}$

**5. Вычисление КНД по формуле (4.61):** $D := \frac{4\cdot\pi\cdot(M)^2}{\int_0^{2\cdot\pi}\int_0^{\pi}(f1(\theta,\varphi)\cdot f2(\theta,\varphi))^2\cdot\sin(\theta)\,d\theta\,d\varphi}$

**Ответ:** $D = 19.624$

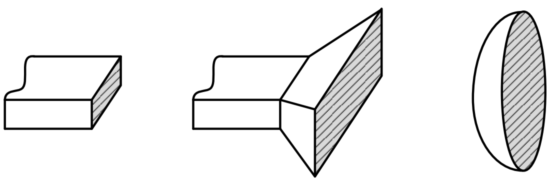
Рис. 4.25. Порядок расчетов в Mathcad для задачи 3

# ГЛАВА 5
# ИЗЛУЧЕНИЕ ВОЗБУЖДЕННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

## 5.1. Направленные свойства возбужденных поверхностей

### 5.1.1. Общие сведения об апертурных антеннах и особенностях методов их анализа

Многие радиотехнические системы оснащены апертурными антеннами, у которых излучение происходит через раскрыв, называемый апертурой (от латинского *aperture* — отверстие). Типичные апертурные антенны: открытый конец волновода (рис. 5.1, а), рупорная антенна (рис. 5.1, б) и зеркальная антенна (рис. 5.1, в). Апертуры на этих рисунках выделены штриховым узором.



а) б) в)

Рис. 5.1. Виды апертурных антенн

Характерной особенностью антенн такого типа является то, что в излучении участвуют сравнительно большие проводящие поверхности (внутренние поверхности волновода или рупора, облучаемая поверхность зеркала), по которым протекают токи высокой частоты. Следовательно, апертурные антенны — это антенны с поверхностными токами. По принципу действия, конструкции и методам излучения они существенно отличаются от проволочных антенн. Последние являются антеннами с линейными токами, так как в них токи, как правило, протекают только в осевом направлении проводов, образующих антенну (хотя и текут по поверхности проводов).

Апертурные антенны имеют свою теоретическую базу анализа излучения и свои методы расчета, отличающиеся от методов расчета проволочных (линейных) антенн.

В проволочных антеннах для расчета поля излучения обычно выбирается функция распределения тока вдоль проводов антенны. Эта функция выбирается приближенно, либо на основании экспериментальных данных, либо исходя из физических условий задачи. Затем провода антенны мысленно разбиваются на элементарные участки с элементарными токами. Каждый участок провода рассматривается как элементарный электрический излучатель, поле излучения которого находится путем строгого решения уравнений Максвелла.

Поле излучения всей проволочной антенны находится как суперпозиция элементарных полей, создаваемых элементарными электрическими излучателями.

Поле излучения апертурных антенн может быть также определено через токи, протекающие по токопроводящей поверхности антенны. Однако в этих антеннах характер распределения токов обычно является достаточно сложным и должен быть предварительно найден. Распределение тока на проводящей поверхности антенны в большинстве случаев определяется приближенно, например, с помощью законов геометрической оптики. Затем обтекаемая током проводящая поверхность антенны разбивается на элементарные площадки с элементарными плотностями поверхностного тока. Полное поле излучения апертурной антенны определяется как суперпозиция элементарных полей, создаваемых элементарными площадками токопроводящей поверхности.

Решение задачи об излучении апертурной антенны может проводится не только через токи на проводящей поверхности, но и через поле в её раскрыве. Вместо того чтобы находить распределение тока на поверхности антенны каким-либо методом (например, методом геометрической оптики), определяют распределение поля по её апертуре, то есть находят тангенциальные составляющие $\vec{E}_\tau$ и $\vec{H}_\tau$ на апертуре. В соответствии с принципом Гюйгенса каждый элемент площади апертуры можно рассматривать как элементарный излучатель — элемент Гюйгенса, который создает некоторую напряженность поля в точке наблюдения. Напомним, что элемент Гюйгенса — гипотетический излучатель, соответствующий бесконечно малому элементу волнового фронта плоской электромагнитной волны линейной поляризации. Элемент Гюйгенса вводится в теорию антенн в связи с применением принципа эквивалентных поверхностных токов (электрического и магнитного – см. раздел 1.3).

Принцип эквивалентности можно сформулировать так: поле в свободной от источников внешней области, ограниченной замкнутой поверхностью, может быть создано электрическими и магнитными токами, распределенными по этой поверхности. В этом смысле действительные источники, находящиеся во внутренней области антенны, можно заменить «эквивалентными» поверхностными электрическими и магнитными токами.

Векторы плотности эквивалентных электрического и магнитного токов элементарных излучателей определяются формулами:

$$\vec{\sigma}_S^{э} = \left[\vec{n}_0, \vec{H}_\tau\right] , \tag{5.1}$$

$$\vec{\sigma}_S^{м} = -\left[\vec{n}_0, \vec{E}_\tau\right] , \tag{5.2}$$

где $\vec{n}_0$ – единичная нормаль к апертуре (поверхности раскрыва), внешняя по отношению к области, занятой антенной; $\vec{E}_\tau$ и $\vec{H}_\tau$ – тангенциальные составляющие электрического и магнитного полей в произвольной точке апертуры

Полная напряженность поля определяется суммированием полей, создаваемых в точке наблюдения всеми элементами апертуры. По этой причине апертуру, на которой задано амплитудно-фазовое распределение тангенциальных компонент, часто называют возбужденной поверхностью.

### 5.1.2. Излучение возбужденной плоской прямоугольной поверхности

Расположим возбужденную плоскую прямоугольную поверхность $S_0$ в плоскости $XOY$ декартовой системы координат $XYZ$ (рис. 5.2).

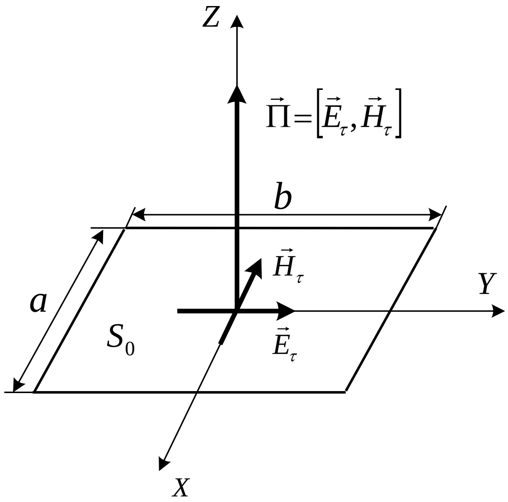



Рис. 5.2. Возбужденная плоская прямоугольная поверхность

Линейные размеры поверхности $a$ и $b$. Начало координат совместим с центром поверхности $S_0$. Состоянию возбуждения поверхности $S_0$ соответствует наличие взаимно перпендикулярных составляющих $\vec{E}_\tau$ и $\vec{H}_\tau$ в любой точке поверхности $S_0$. Пусть эти векторы ориентированы так, как это показано на рис. 5.2: $\vec{E}_\tau$ — вдоль оси $Y$, а $\vec{H}_\tau$ — вдоль отрицательного направления оси $X$. Считаем, что указанная ориентация векторов неизменна в любой точке поверхности $S_0$.

Возбужденную поверхность можно рассматривать, как совокупность элементарных излучателей — элементов Гюйгенса.

В общем случае, как амплитуда, так и фаза возбуждающего поля могут являться функциями координат точки излучающей поверхности:

$$\vec{\dot{E}}_{\tau m} = \vec{y}_0 E_{\tau 0} f(x,y) e^{j\psi(x,y)}, \tag{5.3}$$

где:

$\vec{\dot{E}}_{\tau m}$ – комплексная амплитуда возбуждающего поля в точке возбужденной поверхности с координатами $x, y$;

$E_{\tau 0}$ – амплитуда возбуждающего поля в центре поверхности;

$f(x,y)$ – функция, характеризующая зависимость амплитуды возбуждающего поля от координат токи на апертуре (амплитудное распределение);

$\psi(x,y)$ – функция, определяющая зависимость фазы возбуждающего поля от координат точки на апертуре (фазовое распределение).

Обратим внимание на то, что возбужденную поверхность следует рассматривать как некую виртуальную антенну, так как она является удобным для анализа образом реальной антенны, которая может иметь самую разную конструкцию.

Покажем, как формируется поле, создаваемое плоской прямоугольной возбужденной поверхностью в дальней зоне. Мысленно разобьем эту поверхность на элементарные площадки $dS$ со сторонами $dx$ и $dy$, представляющие собой элементы Гюйгенса (рис. 5.3.). Введем также сферическую систему, полярная ось которой совпадает с осью $Z$, а угол $\varphi$ отсчитывается от оси $X$.

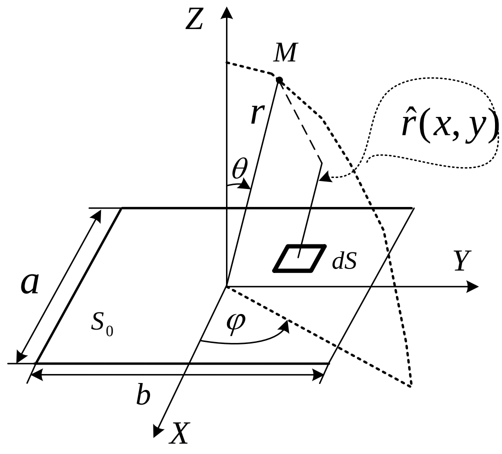



Рис. 5.3. Разбиение возбужденной поверхности на элементарные участки

Направления в точку наблюдения $M$, характеризуемую углами θ и φ, от центрального элемента $(x = 0, y = 0)$ и от произвольного элемента с координатами $x, y$ можно считать параллельными, если точка $M$ находится в дальней зоне. Понятно, что расстояния $r$ и $\hat{r}(x,y)$ не одинаковы — их значения отличаются на $\Delta r(x,y) = r - \hat{r}(x,y)$.

Можно показать [11], что

$$\Delta r(x,y) = x\cos\varphi\sin\theta + y\sin\varphi\sin\theta. \quad (5.4)$$

Комплексную амплитуду напряженности электрического поля $\overrightarrow{d\dot{E}}_{1m}$, создаваемого в точке наблюдения произвольным элементом $dS = dxdy$, можно выразить через комплексную амплитуду напряженности электрического поля $\overrightarrow{d\dot{E}}_{0m}$, создаваемого центральным элементом:

$$\overrightarrow{d\dot{E}}_{1m} = \overrightarrow{d\dot{E}}_{0m} f(x,y) e^{j\psi(x,y)} e^{jk\Delta r(x,y)}, \quad (5.5)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — коэффициент фазы электромагнитной волны в свободном пространстве.

Найдем выражение для комплексной амплитуды всей излучающей поверхности $S_0$ в плоскости $YOZ$ (плоскость $\varphi = \pi/2$). В этой плоскости комплексная амплитуда напряженности электрического поля $\overrightarrow{d\dot{E}}_{0m}$, создаваемого центральным элементом, имеет одну составляющую и определяется выражением, вытекающим из (2.30):

$$\overrightarrow{d\dot{E}}_{0m} = -\vec{\theta}_0 j(E_{\tau 0} dS/2r\lambda)(1 + \cos\theta)\ e^{-jkr}. \quad (5.6)$$

Комплексная амплитуда напряженности электрического поля $\overrightarrow{d\dot{E}}_{1m}$, создаваемого в точке наблюдения произвольным элементом $dS$, с учетом (5.5) и (5.6) можно представить в виде:

$$\overrightarrow{d\dot{E}}_{1m} = -\vec{\theta}_0 j\left[E_{\tau 0} f(x,y) e^{j\psi(x,y)}/2r\lambda\right](1 + \cos\theta)\ e^{-jkr}\ e^{jky\sin\theta} dxdy, \quad (5.7)$$

где $y\sin\theta$ — разность хода лучей между $r$ и $\hat{r}(x,y)$; $dxdy = dS$.

Для комплексной амплитуды напряженности электрического поля, создаваемого всей поверхностью в плоскости $YOZ$, справедливо следующее выражение:

$$\dot{\vec{E}}_{1m} = \vec{\theta}_0 \dot{E}_{\theta m} = -\vec{\theta}_0 j(E_{\tau 0}/2r\lambda)e^{-jkr}(1+\cos\theta) \times \\ \times \int_{-a/2}^{+a/2}\int_{-b/2}^{b/2}\left[f(x,y)e^{j\psi(x,y)}e^{jky\sin\theta}\right]dxdy. \quad (5.8)$$

Выражение для комплексной амплитуды напряженности электрического поля в плоскости $XOZ$ (плоскость $\varphi = 0$), получаемое аналогичным путем, будет иметь вид:

$$\dot{\vec{E}}_{2m} = \vec{\varphi}_0 \dot{E}_{\varphi m} = -\vec{\varphi}_0 j(E_{\tau 0}/2r\lambda)e^{-jkr}(1+\cos\theta) \times \\ \times \int_{-a/2}^{+a/2}\int_{-b/2}^{b/2}\left[f(x,y)e^{j\psi(x,y)}e^{jkx\sin\theta}\right]dxdy. \quad (5.9)$$

Обратим внимание на то, что в плоскостях $YOZ$ ($\varphi = \pi/2$) и $XOZ$ ($\varphi = 0$) вектор полной напряженности электрического поля характеризуется единственной составляющей $\vec{\theta}_0 E_\theta$ или $\vec{\varphi}_0 E_\varphi$ соответственно.

Выражение для разности хода лучей (5.4) можно использовать для получения формулы комплексной амплитуды полной напряженности электрического поля, создаваемого всей излучающей поверхностью в произвольной точке пространства с угловыми координатами $\theta, \varphi$:

$$\dot{\vec{E}}_m = -\{\vec{\theta}_0 j(E_{\tau 0}/2r\lambda)(1+\cos\theta)\sin\varphi\, e^{-jkr} \times \\ \times \int_{-a/2}^{+a/2}\int_{-b/2}^{b/2}\left[f(x,y)e^{j\psi(x,y)}e^{jk(x\cos\varphi\sin\theta + y\sin\varphi\sin\theta)}\right]dxdy + \\ + \vec{\varphi}_0 j(E_{\tau 0}/2r\lambda)(1+\cos\theta)\cos\varphi\, e^{-jkr} \times \\ \times \int_{-a/2}^{+a/2}\int_{-b/2}^{b/2}\left[f(x,y)e^{j\psi(x,y)}e^{jk(x\cos\varphi\sin\theta + y\sin\varphi\sin\theta)}\right]dxdy\}. \quad (5.10)$$

Обратим внимание на то, что в произвольной плоскости, содержащей ось $Z$ (рис. 5.3), вектор полной напряженности электрического поля имеет две составляющие $\vec{\theta}_0 E_\theta$ (первое слагаемое в (5.10)) и $\vec{\varphi}_0 E_\varphi$ (второе слагаемое в (5.10)). При этом формулы (5.8) и (5.9) являются частными случаями формулы (5.10) соответственно при $\varphi = \pi/2$ и $\varphi = 0$.

### 5.1.3. Направленные свойства идеальной плоской прямоугольной поверхности

Далее рассмотрим наиболее простой для анализа случай возбуждения поверхности, когда

$$f(x,y) = 1,\ \psi(x,y) = 0. \quad (5.11)$$

Этот случай соответствует равноамплитудному и синфазному возбуждению поверхности. Такую поверхность часто называют идеальной.

Из формулы (5.8), с учетом выполнения условий (5.11), можно получить:

$$\dot{E}_{1m} = -j(S_0 E_{\tau 0}/2r\lambda)e^{-jkr}(1+\cos\theta) \times [\sin(kb\sin\theta/2)]/(kb\sin\theta/2). \quad (5.12)$$

Формула (5.12) позволяет записать нормированную амплитудную характеристику направленности возбужденной идеальной прямоугольной поверхности в плоскости $YOZ$ в виде:

$$F_{YOZ}(\theta) = |[1/f(\theta_{\text{гл}})]\{(1+\cos\theta)\,[\sin(kb\sin\theta\,/2)]/(kb\sin\theta\,/2)\}|, \qquad (5.13)$$

где $f(\theta_{\text{гл}})$ – значение функции $f(\theta)$, являющейся произведением множителей в фигурных скобках, в направлении $\theta = \theta_{\text{гл}}$.

Аналогично из (5.9) можно получить выражение нормированной амплитудной характеристики направленности возбужденной идеальной прямоугольной поверхности в плоскости $XOZ$:

$$F_{XOZ}(\theta) = |1/f(\theta_{\text{гл}})\,\{(1+\cos\theta)\,[\sin(ka\sin\theta/2)]/(ka\sin\theta/2)\}|, \quad (5.14)$$

где $f(\theta_{\text{гл}})$ — значение функции $f(\theta)$, являющейся произведением множителей в фигурных скобках, в направлении $\theta = \theta_{\text{гл}}$.

Нормированную амплитудную характеристику направленности составляющей $E_\theta$ в произвольной плоскости, содержащей ось $Z$ (рис. 5.3), можно получить из первого слагаемого в формуле (5.10):

$$F_\theta(\theta) = \left|\begin{array}{c} [1/f(\theta_{\text{гл}})] \times (1+\cos\theta)\sin\varphi\, \times \\ \times\,\{[\sin(ka\sin\theta\cos\varphi\,/2)]/(ka\sin\theta\cos\varphi\,/2)\} \times \\ \times\,\{[\sin(kb\sin\theta\sin\varphi\,/2)]/(kb\sin\theta\sin\varphi\,/2)\} \end{array}\right|. \qquad (5.15)$$

Нормированную амплитудную характеристику направленности составляющей $E_\varphi$ в произвольной плоскости, содержащей ось $Z$ (рис. 5.3), можно получить из второго слагаемого в формуле (5.10):

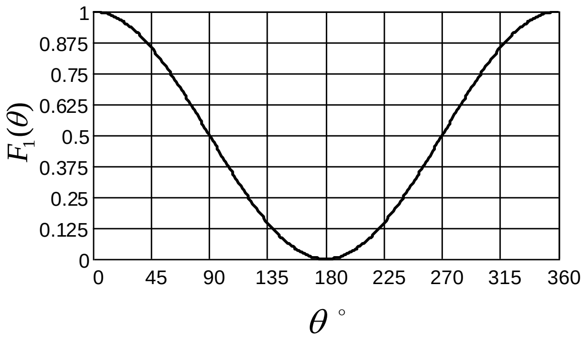
$$F_\varphi(\theta) = \left|\begin{array}{c} [1/f(\theta_{\text{гл}})] \times (1+\cos\theta)\cos\varphi\, \times \\ \times\,\{[\sin(ka\sin\theta\cos\varphi\,/2)]/(ka\sin\theta\cos\varphi\,/2)\} \times \\ \times\,\{[\sin(kb\sin\theta\sin\varphi\,/2)]/(kb\sin\theta\sin\varphi\,/2)\} \end{array}\right|. \qquad (5.16)$$

Нетрудно убедиться, что формулы (5.13) и (5.14) являются частными случаями формул (5.15) и (5.16) соответственно при $\varphi = \pi/2$ и $\varphi = 0$.

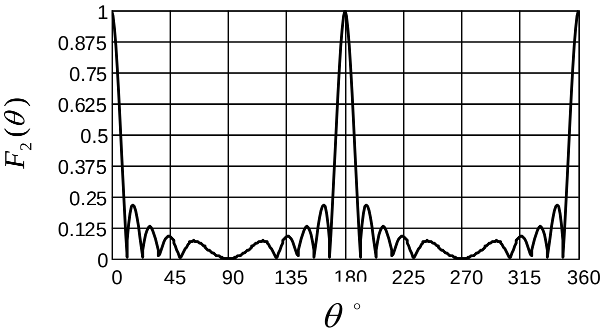
В формулах (5.13) – (5.16) множитель $1/f(\theta_{\text{гл}})$ – нормирующий множитель, множитель $(1+\cos\theta)$ — ненормированная амплитудная характеристика направленности элемента излучающей поверхности (элемента Гюйгенса). Эта функция является однонаправленной и медленно меняющейся. Именно она и определяет однонаправленные свойства возбужденной поверхности. Прочие множители, которые имеют вид $\sin u/u$ — это множители системы. При изменении угла $\theta$ они изменяются значительно быстрее, чем множитель $(1+\cos\theta)$. Поэтому амплитудная характеристика направленности возбужденной идеальной поверхности в одном полупространстве в основном определяется множителем системы.

Поясним это на простом примере для идеальной излучающей прямоугольной поверхности с размерами $a = 5\lambda$ и $b = 7\lambda$ (рис. 5.3). Поэтапно построим нормированную амплитудную диаграмму направленности этой поверхности в плоскости $XOZ$. Первый этап— рассчитываем нормированную амплитудную характеристику направленности элемента Гюйгенса $F_1(\theta) = (1 + \cos\theta)/2$. Результаты расчета представлены на рис. 5.4 (а). Второй этап — рассчитываем нормированный множитель системы $F_2(\theta) = \sin(ka\sin\theta/2)/(ka\sin\theta/2)$. Результаты расчета приведены на рис. 5.4 (б). Третий этап – совмещаем на одном рисунке (рис. 5.4, в) графики двух функций: $F_1(\theta)$ и $F_2(\theta)$. Четвертый этап — рассчитываем функцию $F_3(\theta) = F_1(\theta)F_2(\theta)$. Результаты расчета — нормированная амплитудная характеристика направленности излучающей прямоугольной поверхности в плоскости $XOZ$. Нормированная амплитудная диаграмма направленности представлена на рис. 5.4 (г). На этом рисунке хорошо видно, что в результате перемножения $F_1(\theta)$ на $F_2(\theta)$ амплитудная диаграмма направленности приобрела свойство однонаправленности. Это произошло из-за того, что исчез основной лепесток в направлении, соответствующем углу $\theta = 180^\circ$, а в направлении $\theta = 0^\circ$ основной лепесток остался неизменным.

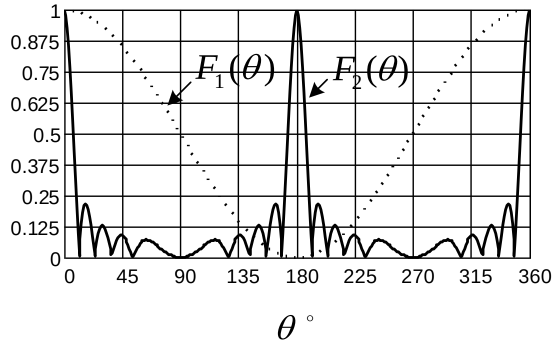
Прямое применение формулы (5.14) для расчета направленных свойств прямоугольной поверхности (рис. 5.3) в плоскости $XOZ$ даст тот же результат, который получился в результате поэтапного расчета. Другими словами, нормированная амплитудная диаграмма направленности будет в точности совпадать с диаграммой, приведенной на рис. 5.4 (г).



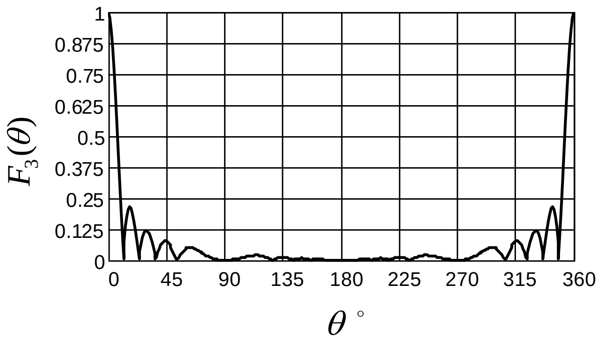

а) диаграмма направленности элемента Гюйгенса




б) множитель системы




в) произведение характеристики направленности элемента Гюйгенса и множителя системы




г) диаграмма направленности возбужденной идеальной поверхности

Рис. 5.4. Формирование амплитудной диаграммы направленности идеальной плоской прямоугольной поверхности

На рис. 5.5 приведены две нормированные амплитудные диаграммы направленности, формируемые возбужденной идеальной плоской прямоугольной поверхностью с размерами $a = 5\lambda$, $b = 10\lambda$ (рис. 5.3). Амплитудная характеристика направленности в плоскости $YOZ$ рассчитывалась по формуле (5.13), а в плоскости $XOZ$ — по формуле (5.14). Принципиально важно отметить, что больший линейный размер $b$ (по оси $Y$) по сравнению с размером $a$ (по оси $X$) является причиной заметного сужения главного лепестка амплитудной диаграммы направленности в плоскости $YOZ$ по сравнению с главным лепестком в плоскости $XOZ$.

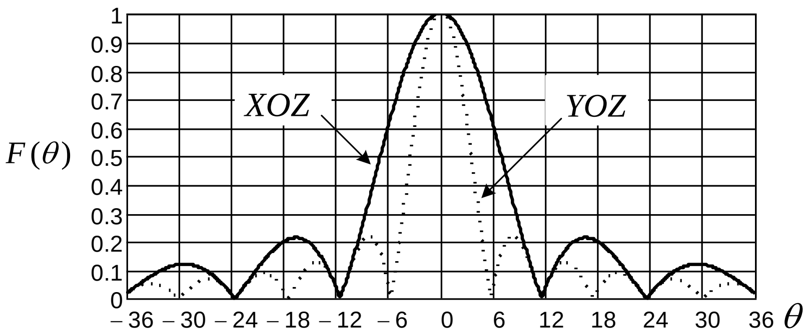



Рис. 5.5. Нормированные амплитудные диаграммы направленности, формируемые возбужденной идеальной плоской прямоугольной поверхностью с размерами $a = 5\lambda$, $b = 10\lambda$

### 5.1.4. Направленные свойства плоской прямоугольной синфазно возбужденной поверхности при изменении амплитуды возбуждения

Распределение амплитуды $f(x, y) = 1$, использованное в предыдущем разделе, практически не встречается. Этот случай рассматривался как идеальный. В реальных антеннах амплитуда поля в раскрыве, как правило, убывает к краям площадки, иногда до нуля.

Пусть имеем синфазно возбужденную плоскую прямоугольную поверхность $S_0$, расположенную в плоскости $XOY$ декартовой системы координат $XYZ$ (рис. 5.2). Рассмотрим случай, когда изменение амплитуды возбуждения вдоль оси $Y$ (рис. 5.6) соответствует закону:

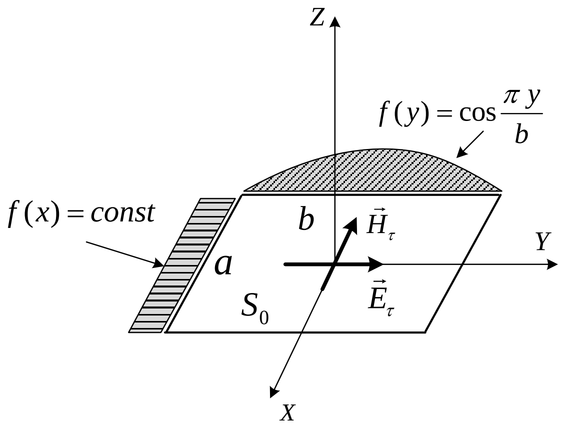



Рис. 5.6. Прямоугольная плоская поверхность с разным амплитудным возбуждением вдоль осей $Y$ и $X$

$$f(y) = \cos(\pi y / b). \tag{5.17}$$

Вдоль оси $X$ амплитуда возбуждающего поля не меняется, то есть $f(x) = 1$. Отсюда следует, что нормированная амплитудная характеристика направленности в плоскости $XOZ$ рассчитывается по формуле (5.14).

Анализ показывает [2], что нормированная амплитудная характеристика направленности в плоскости $YOZ$ выражается формулой:

$$F(\theta)=\left|\begin{matrix}[1/f(\theta_{\text{гл}})]\times[(1+\cos\theta)]\times\\ \times[\cos(kb\sin\theta/2)]/[(\pi/2)^2-(kb\sin\theta/2)^2]\end{matrix}\right|, \tag{5.18}$$

где $f(\theta_{\text{гл}})$ – значение функции $f(\theta)$, являющейся произведением второго $(1+\cos\theta)$ и третьего $([\cos(kb\sin\theta/2)]/[(\pi/2)^2-(kb\sin\theta/2)^2])$ множителей, в направлении $\theta=\theta_{\text{гл}}$.

Для примера рассчитаем нормированные характеристики направленности для квадратной $(a=b)$ плоской синфазно возбужденной поверхности при изменении амплитуд возбуждения вдоль осей $X$ и $Y$ так, как это показано на рис. 5.6. Нормированные амплитудные диаграммы направленности, построенные по результатам расчетов, приведены на рис. 5.7. Обратим внимание на то, что реальная амплитудная диаграмма направленности симметрична относительно оси ординат $(\theta=0)$. Это свойство позволяет ограничиться рассмотрением части диаграммы.

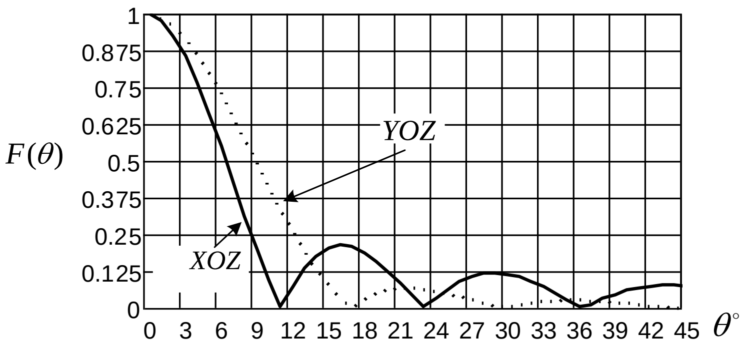



Рис. 5.7. Нормированные амплитудные диаграммы направленности квадратной $(a=b)$ плоской синфазно возбужденной поверхности при разном амплитудном возбуждении вдоль осей $X$ и $Y$

Из сравнения амплитудных диаграмм направленности следует, что при переходе от равномерного амплитудного распределения (плоскость $XOZ$) к распределению, спадающему к краям излучающей поверхности по закону косинуса (плоскость $YOZ$), ширина амплитудной диаграммы направленности в соответствующей плоскости заметно увеличивается. Одновременно с расширением главного лепестка амплитудной диаграммы направленности уменьшается уровень боковых лепестков.

Обобщая полученные результаты и применяя их к другим амплитудным распределениям, можно установить следующее: чем резче спадает амплитуда возбуждающего поля к краям излучающей поверхности, тем шире главный лепесток амплитудной диаграммы направленности и тем меньше уровень боковых лепестков. Данное свойство излучающих поверхностей находит широкое практическое применение. Так, в тех случаях, когда требуются амплитудные диаграммы направленности с низким уровнем боковых лепестков, реализуют возбуждение со спадающим к краям поверхности амплитудным распределением. Правда, при этом расширяется основной лепесток амплитудной диаграммы направленности. Это же положение справедливо и для дискретных антенных решеток (см. раздел 4.1.8).

### 5.1.5. Излучение возбужденной плоской круглой поверхности

Пусть имеем синфазно возбужденную круглую плоскую поверхность $S_0$, расположенную в плоскости $XOY$ декартовой системы координат $XYZ$ (рис. 5.8, а). Радиус круглой поверхности обозначим через $R_0$. Введем также сферическую систему, полярная ось которой совпадает с осью $Z$, а угол $\varphi$ отсчитывается от оси $X$ (рис. 5.8, б).

Начало координат совместим с центром поверхности $S_0$. Возбуждение поверхности $S_0$ предполагает наличие на ней взаимно перпендикулярных составляющих $\vec{E}_\tau$ и $\vec{H}_\tau$. Пусть эти векторы направлены так, как это показано на рис. 5.8 (а): $\vec{E}_\tau$ — вдоль оси $Y$, а $\vec{H}_\tau$ — вдоль отрицательного направления оси $X$. Будем считать, что указанная ориентация векторов неизменна в любой точке поверхности $S_0$.

Возбужденную поверхность можно рассматривать, как совокупность элементарных излучателей — элементов Гюйгенса (рис. 5.8, б).

Направления в точку наблюдения $M$, характеризуемую углами θ и φ, от центрального элемента с координатами $\rho = 0$, $\gamma = 0$ и от произвольного элемента с координатами $\rho, \gamma$ для дальней зоны можно считать параллельными. Понятно, что расстояния $r$ и $\hat{r}(\rho,\gamma)$ не одинаковы— их значения отличаются на $\Delta r(\rho,\gamma) = r - \hat{r}(\rho,\gamma)$.

Как и в случае возбужденной плоской прямоугольной поверхности, амплитуда и фаза возбуждающего поля могут являться функциями координат точки излучающей поверхности:

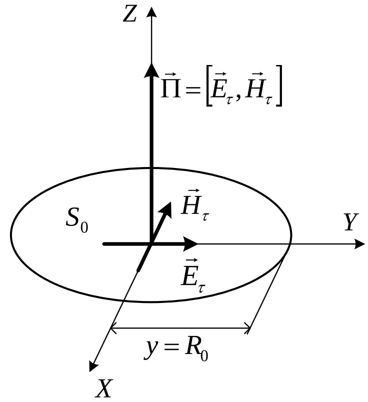
$$\dot{\vec{E}}_{\tau m} = \vec{y}_0 E_{\tau 0} f(\rho,\gamma) e^{j\psi(\rho,\gamma)}, \qquad (5.19)$$

где $\dot{\vec{E}}_{\tau m}$ – комплексная амплитуда возбуждающего поля в данной точке с координатами $\rho, \gamma$;

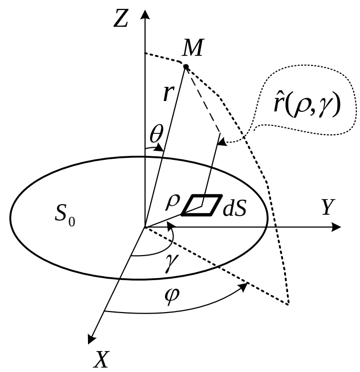
$E_{\tau 0}$ – амплитуда возбуждающего поля в центре поверхности;

$f(\rho,\gamma)$ – функция, характеризующая зависимость амплитуды возбуждающего поля от координат точки на апертуре (амплитудное распределение);

$\psi(\rho,\gamma)$ – функция, определяющая зависимость фазы возбуждающего поля от координат точки на апертуре (фазовое распределение).




а)




б)

Рис. 5.8. К расчету направленных свойств возбужденной плоской круглой поверхности

### 5.1.6. Направленные свойства идеальной плоской круглой поверхности

Далее рассмотрим наиболее простой для анализа случай возбужденной поверхности, когда

$$f(\rho,\gamma) = 1, \psi(\rho,\gamma) = 0. \quad (5.20)$$

Этот случай соответствует равноамплитудному и синфазному возбуждению поверхности, то есть поверхность является идеальной.

Формулы для комплексных амплитуд напряженности электрического поля имеют вид [13]:

в плоскости $YOZ$

$$\dot{\vec{E}}_{1m} = \vec{\theta}_0 \dot{E}_{\theta m} = -\vec{\theta}_0 j(E_{\tau 0}S_0/r\lambda)e^{-jkr}(1+\cos\theta)[J_1(kR_0\sin\theta)/kR_0\sin\theta], \quad (5.21)$$

в плоскости $XOZ$

$$\dot{\vec{E}}_{2m} = \vec{\varphi}_0 \dot{E}_{\varphi m} = -\vec{\varphi}_0 j(E_{\tau 0}S_0/r\lambda)e^{-jkr}(1+\cos\theta)[J_1(kR_0\sin\theta)/kR_0\sin\theta]. \quad (5.22)$$

В этих формулах $J_1(kR_0\sin\theta)$ – функция Бесселя первого рода первого порядка от аргумента $kR_0\sin\theta$. Смысл прочих величин понятен из содержания настоящего раздела, в частности, из рис. 5.8 (б).

Следует обратить внимание на то, что аналитические выражения $\dot{E}_{\theta m}$ и $\dot{E}_{\varphi m}$ одинаковы. Это справедливо только в том случае, если $\frac{E_{\tau 0}}{H_{\tau 0}} = W_0 = 120$ Ом.

Формулы (5.21) или (5.22) позволяют записать нормированную амплитудную характеристику направленности возбужденной идеальной круглой поверхности в плоскостях $YOZ$ или $XOZ$ в виде:

$$F(\theta) = |[1/f(\theta_{гл})]\{(1+\cos\theta)[J_1(kR_0\sin\theta)/kR_0\sin\theta]\}|, \quad (5.23)$$

где $f(\theta_{гл})$ – значение функции $f(\theta)$, являющейся произведением множителей в фигурных скобках, в направлении $\theta = \theta_{гл}$.

Нормированная амплитудная характеристика направленности в произвольной плоскости, содержащей ось $Z$ (рис. 5.8, б), будет также определяться формулой (5.23), то есть множитель системы, как функция угла $\theta$, от угла $\varphi$ не зависит. Это является следствием осевой симметрии амплитуды и фазы возбуждения.

В формулах (5.23) множитель $1/f(\theta_{гл})$ – нормирующий множитель, множитель $(1+\cos\theta)$ — ненормированная амплитудная характеристика направленности элемента излучающей поверхности (элемента Гюйгенса). Эта функция является однонаправленной и медленно меняющейся. Именно она и определяет однонаправленные свойства возбужденной поверхности. Множитель $J_1(kR_0\sin\theta)/kR_0\sin\theta$ — это множитель системы, который при изменении угла $\theta$ изменяется значительно быстрее, чем множитель $(1+\cos\theta)$. Поэтому амплитудная характеристика направленности возбужденной идеальной круглой поверхности в основном определяется множителем системы.

На рис. 5.9 приведены нормированные амплитудные диаграммы направленности идеальной круглой поверхности (рис. 5.8), рассчитанные по формуле

(5.23). Диаграммы на рис. 5.9 (а) и рис. 5.9 (б) соответствуют радиусу поверхности $R_0 = 5\lambda$. При этом диаграмма на рис. 5.9 (а) построена в прямоугольной системе координат с линейным масштабом по оси ординат, а на рис 5.9 (б) эта же диаграмма построена с логарифмическим масштабом по оси ординат. Напомним, что переход к логарифмическому масштабу осуществляется по формуле $F(\theta)$, дБ $= 20\,lg[F(\theta)]$. Для сравнения на рис. 5.9 (в) и рис. 5.9 (г) построены аналогичные диаграммы для круглой поверхности, имеющей $R_0 = 10\lambda$. На приведенных рисунках хорошо просматривается закономерность — с ростом значения радиуса наблюдается сужение главного лепестка и увеличение числа боковых лепестков.

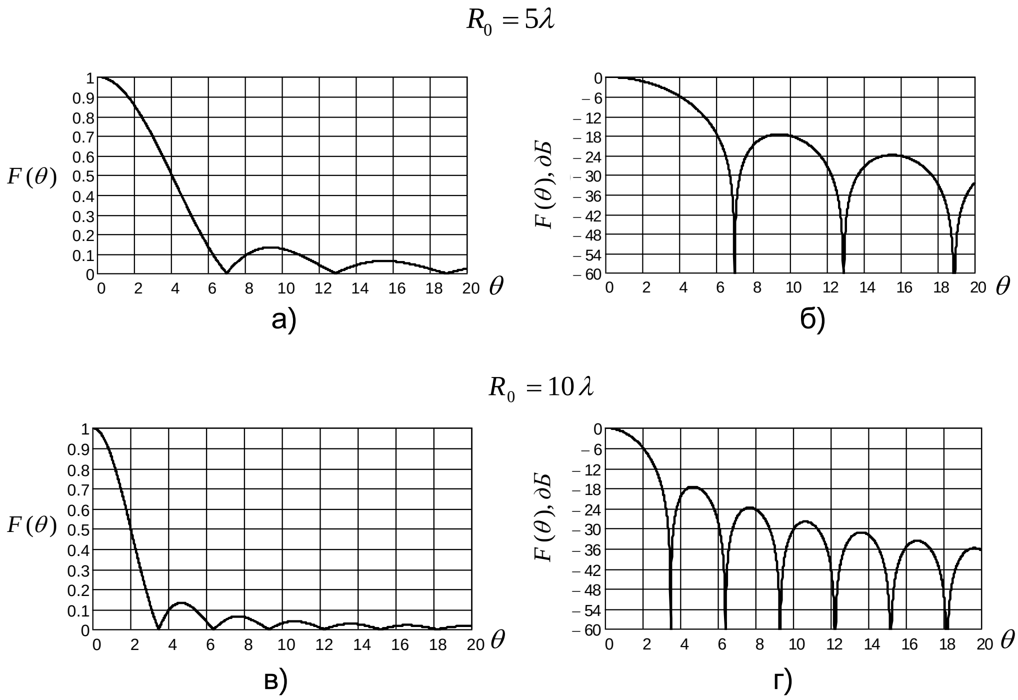



Рис. 5.9. Нормированные диаграммы направленности для круглых поверхностей различного радиуса

### 5.1.7. Направленные свойства плоской круглой синфазно возбужденной поверхности при неравномерном возбуждения вдоль радиуса

Пусть амплитуда возбуждения уменьшается от центра к краям возбужденной поверхности по квадратичному закону:

$$f(\rho/R_0) = 1 - (1 - \Delta)(\rho/R_0)^2, \tag{5.24}$$

где $\Delta$ – относительный уровень облучения кромки зеркала (отношение амплитуд тангенциальных составляющих напряженностей электрического поля на кромке и в центре поверхности). Другими словами, у кромки поверхности ($\rho = R_0$) амплитуда равна $E_{\tau 0}(1 - \Delta)$.

Функция, определяемая формулой (5.24), приведена на рис. 5.10.

Нормированная амплитудная характеристика направленности круглой поверхности для закона возбуждения (5.24) в плоскости $XOZ$ определяется по формуле, заимствованной из [13]:

$$F(\theta)=\left|\begin{array}{c}[1/f(\theta_{\text{гл}})](1+\cos\theta)\times\\ \times\left\{\begin{array}{c}2\Delta[J_1(kR_0\sin\theta)/kR_0\sin\theta]+\\ +4(1-\Delta)[J_2(kR_0\sin\theta)/(kR_0\sin\theta)^2]\end{array}\right\}\end{array}\right|. \tag{5.25}$$

В этой формуле:

$f(\theta_{\text{гл}})$ – значение функции $f(\theta)$, являющейся произведением множителя $(1+\cos\theta)$ на выражение в фигурных скобках, в направлении $\theta=\theta_{\text{гл}}$;

$J_1(kR_0\sin\theta)$ – функция Бесселя первого рода первого порядка от аргумента $kR_0\sin\theta$ ;

$J_2(kR_0\sin\theta)$ – функция Бесселя первого рода второго порядка от аргумента $kR_0\sin\theta$.

В качестве примера по формуле (5.25) были рассчитаны нормированные амплитудные характеристики синфазно возбужденной круглой поверхности при $R_0=5\lambda$ для двух случаев: для спадающего к краям распределения ($\Delta=$ 0,684) и равномерного ($\Delta$ = 0). Соответствующие им диаграммы приведены на рис. 5.11. Сплошная линия соответствует амплитудной диаграмме

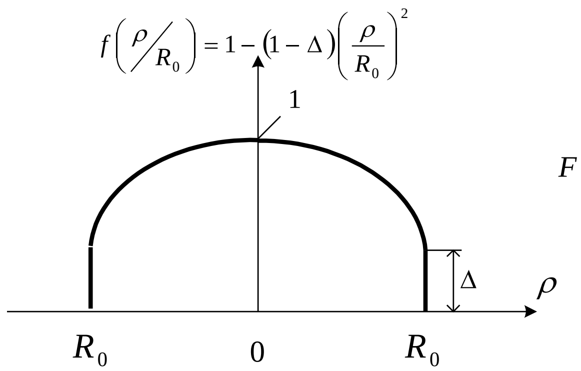



Рис. 5.10. Распределение амплитуды возбуждения на круглой плоской синфазно возбужденной поверхности при неравномерном возбуждении вдоль радиуса

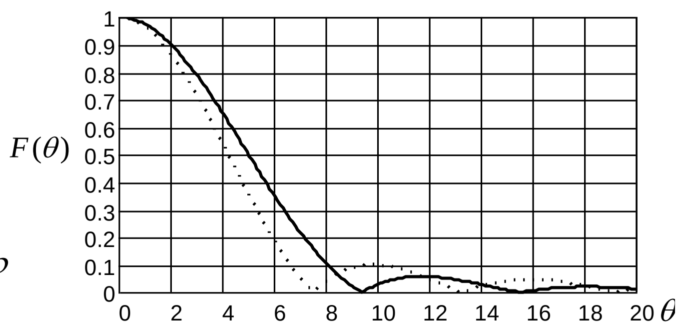



Рис. 5.11. Нормированные амплитудные диаграммы направленности синфазно возбужденной круглой поверхности для двух случаев: для спадающего к краям распределения и равномерного

направленности при синфазном, но неравномерном амплитудном возбуждении поверхности ($\Delta$ = 0,684). Пунктирная линия — при синфазном и равномерном амплитудном возбуждении поверхности ($\Delta$ = 0).

Функции Бесселя в (5.25) вычислялись с применением пакета программ из [4]. При этом встроенная функция Mathcad $J1(z)$ возвращает значение в точке $z$ функции Бесселя первого рода первого порядка, а встроенная функция $Jn(m,z)$ возвращает значение в точке $z$ функции Бесселя первого рода второго порядка. Во встроенных функциях $J1(z)$ и $Jn(m,z)$ необходимо задать $z=kR_0\sin\theta$, а для функции $Jn(m,z)$, дополнительно, необходимо задать порядок функции $m=2$.

### 5.1.8. Влияние фазовых искажений на направленные свойства возбужденной поверхности

Несинфазность возбужденной поверхности имеет место либо вследствие конструкции конкретной антенны, либо из-за неточности выполнения антенны. Считается, что фазовые искажения ухудшают направленные свойства антенны. Однако в некоторых случаях на возбужденной поверхности специально формируют определенный закон распределения фазы для получения специальной формы амплитудной диаграммы направленности или управления её положением в пространстве.

Предположим, что применительно к прямоугольной плоской возбужденной поверхности (рис. 5.3) функции распределения амплитуд и фаз вдоль осей $Y$ и $X$ независимы:

$$f(x,y)e^{j\psi(x,y)} = f(x)f(y)e^{j\psi(x)}e^{j\psi(y)}. \qquad (5.26)$$

Это предположение существенно облегчает анализ, не исключая общности выводов, так как позволяет ограничить исследование случаем, когда несинфазность возбуждения наблюдается только вдоль одной координатной оси, например, $Y$. Тогда:

$$f(x,y)e^{j\psi(x,y)} = f(x)f(y)e^{j\psi(y)}. \qquad (5.27)$$

В целях дальнейшего упрощения задачи будем считать, что амплитуда возбуждающего поля в пределах поверхности неизменна, то есть $f(x) = f(y) = 1$. В этом случае формула (5.27) преобразуется к виду:

$$f(x,y)e^{j\psi(x,y)} = e^{j\psi(y)}. \qquad (5.28)$$

Распределение фазы поля по координате $y$ обычно представляют в виде следующего степенного ряда:

$$\psi(y) = \psi_{1\text{макс}}[y/(b/2)] + \psi_{2\text{макс}}[y/(b/2)]^2 + \psi_{3\text{макс}}[y/(b/2)]^3 + \cdots, \qquad (5.29)$$

где $\psi_{1\text{макс}}$, $\psi_{2\text{макс}}$, $\psi_{3\text{макс}}$ и т.д. — максимальные значения фазовых сдвигов соответствующих составляющих фазового распределения, получающиеся на краях возбужденной поверхности ($y = \pm b/2$).

Монотонные изменения фазы возбуждающего поля, как правило, с достаточной точностью представляются тремя первыми членами ряда (5.29): линейным, квадратичным и кубичным. Рассмотрим влияние каждого из этих членов ряда раздельно. Так как фаза возбуждающего поля изменяется вдоль размера $b$ возбужденной поверхности, то для оценки влияния несинфазности достаточно рассмотреть направленные свойства только в плоскости $YOZ$ (рис. 5.3).

При линейном распределении фазы $\psi_1(y) = -\psi_{1\text{макс}}[2y/b]$. График этой функции $\psi_1(y)$ представлен на рис. 5.12 (а). Нормированная амплитудная характеристика направленности в плоскости $YOZ$ имеет вид:

$$F(\theta) = \left|\begin{matrix}[1/f(\theta_{\text{гл}})](1+\cos\theta)\times \\ [\sin(kb\sin\theta/2 - \psi_{1\text{макс}})]/(kb\sin\theta/2 - \psi_{1\text{макс}})\end{matrix}\right|, \qquad (5.30)$$

где $f(\theta_{гл})$ – значение функции $f(\theta)$ в направлении $\theta = \theta_{гл}$ $(1/f(\theta_{гл})$ – нормирующий множитель).

Нормированные амплитудные диаграммы направленности в плоскости $YOZ$ приведены на рис. 5.12 (б). Пунктирная линия соответствует диаграмме направленности идеальной (синфазной и равномерно возбужденной) поверхности с размером $b = 5\lambda$. Сплошная линия соответствует диаграмме направленности этой же поверхности, но при наличии линейной несинфазности.

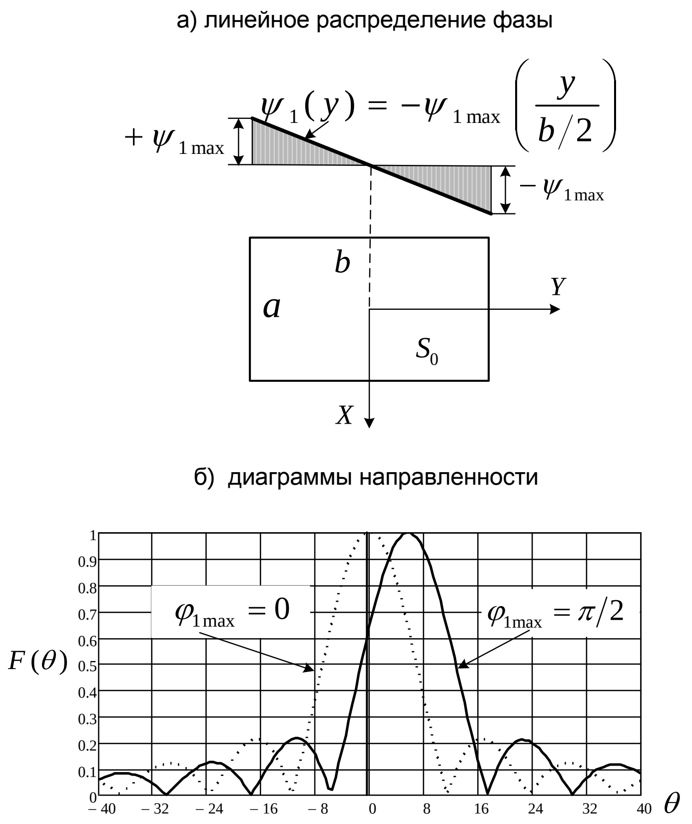



Рис. 5.12. Влияние линейного изменения фазы на диаграмму направленности

Сравнение этих диаграмм показывает, что линейный закон изменения фазы возбуждающего поля приводит к изменению направления максимального излучения. Диаграмма направленности поворачивается обязательно в сторону отставания фазы возбуждающего поля (в данном случае в сторону положительного направления оси $Y$).

Поворот диаграммы направленности, то есть управление ею путем изменения значения сдвига фазы $\psi$, находит широкое применение в антенной технике.

График функция при квадратичном распределении фазы $\psi_2(y) = \psi_{2макс}[2y/b]^2$ представлен на рис. 5.13 (а).

Нормированные амплитудные диаграммы направленности в плоскости $YOZ$ приведены на рис. 5.13 (б). В качестве аргумента по оси абсцисс задан обобщенный параметр $u = (kb/2)\sin\theta$. Как и в случае линейного изменения фазы, пунктирная линия соответствует диаграмме направленности идеальной (синфазной и равномерно возбужденной) поверхности с размером $b = 5\lambda$. Сплошная линия соответствует диаграмме направленности этой же поверхности, но при наличии квадратичной несинфазности при $\psi_{2макс} = \pi/2$. Как видно из этого рисунка, квадратичное распределение фазы не вызывает поворота диаграммы направленности, что является прямым следствием симметрии фазового её распределения относительно центра возбужденной поверхности.

Влияние квадратичного изменения фазы на направленные свойства возбужденной поверхности сводятся к следующему: исчезают нули между лепестками амплитудной диаграммы направленности; уровень боковых лепестков увеличивается; главный лепесток амплитудной диаграммы направленности расширяется. Все это хорошо видно на рис. 5.13 (б).

В качестве аргумента по оси абсцисс задан обобщенный параметр $u = (kb/2)\sin\theta$.

При максимальных сдвигах фаз, не превышающих $\pi/4$ , амплитудная диаграмма направленности как по ширине основного лепестка по половинной мощности, так и по уровню боковых лепестков почти не отличается от амплитудной диаграммы направленности идеальной плоской поверхности. При значениях фаз $\psi_{2\text{макс}} \geq \pi$ (этой диаграммы на рис. 5.13 (б) нет) происходит раздвоение главного лепестка, то есть квадратичное фазовое распределение приводит к существенному искажению амплитудной диаграммы направленности.

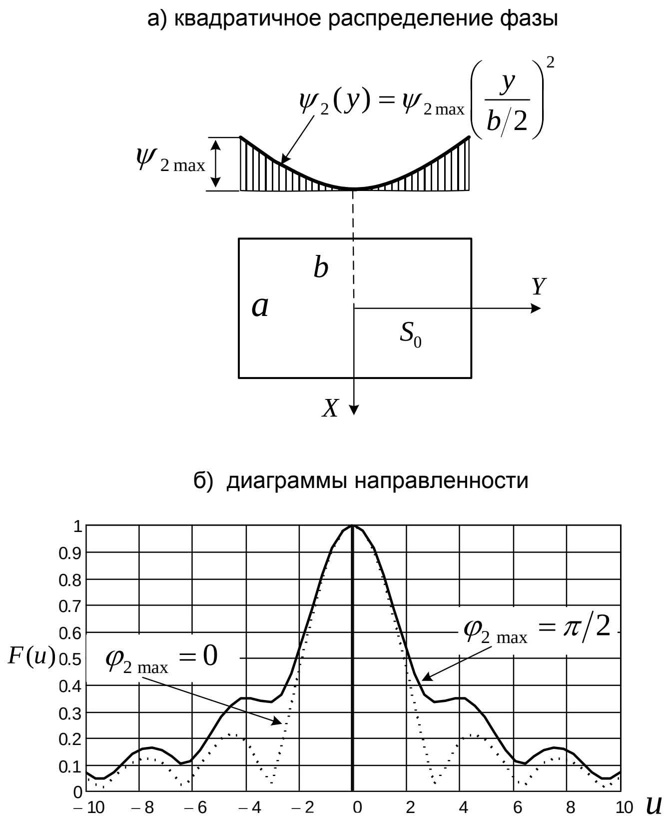



Рис. 5.13. Влияние квадратичного изменения фазы на диаграмму направленности

Формула для амплитудной характеристики направленности весьма громоздка и здесь не приводится. Её можно найти, например, в [13] – формула (11.43), полученная из (11.42). Амплитудная диаграмма направленности на рис. 5.13 (б) построена по результатам применения исходной формулы (11.42) из [13] и возможностей численного интегрирования [4].

При кубичном распределении фазы $\psi_3(y) = \psi_{3\text{макс}}[2y/b]^3$ . Характерный график функции $\psi_3(y)$ представлен на рис. 5.14 (а). Фаза распределена несимметрично относительно центра возбужденной поверхности. Формула для амплитудной характеристики направленности такой поверхности чрезвычайно громоздка (формула 11.48 в [13]) и здесь не приводится. Нормированные амплитудные диаграммы направленности в плоскости $YOZ$ приведены на рис. 5.14 (б).

В качестве аргумента по оси абсцисс задан обобщенный параметр $u = (kb/2)\sin\theta$. Как и в предыдущих случаях, пунктирная линия соответствует диаграмме направленности идеальной (синфазной и равномерно возбужденной) поверхности с размером $b = 5\lambda$. Диаграмма направленности, выполненная в виде сплошной линии, соответствует равномерному возбуждению этой же поверхности, но при наличии кубичного распределения фазы.

Диаграмма построена по результатам применения упомянутой формулы (11.48) из [13] и использования [4].

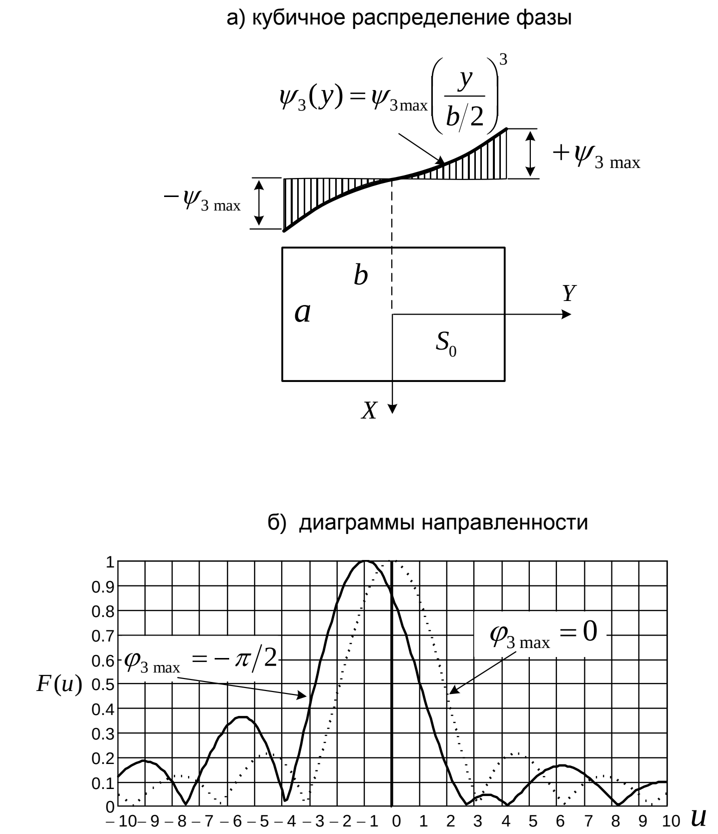



Рис. 5.12. Влияние кубичного изменения фазы на диаграмму направленности

При кубичном изменении фазы, как и при линейном, амплитудная диаграмма направленности поворачивается — направление максимального излучения отклоняется от нормали к поверхности в сторону отставания фазы (в данном случае в сторону отрицательного направления оси $Y$). При этом амплитудная диаграмма направленности искажается, она становится несимметричной относительно направления максимального излучения, уровни боковых лепестков по одну сторону главного лепестка уменьшаются, а по другую — увеличиваются; увеличение уровней боковых лепестков происходит со стороны, совпадающей с направлением отклонения главного лепестка.

Напомним, что все выводы относительно влияния различных фазовых распределений относятся к случаю равномерного распределения амплитуды возбуждающего поля ($f(y) = 1$). При спадающем к краям распределении влияние изменения фазы на амплитудную диаграмму направленности уменьшается.

### 5.1.9. Коэффициент направленного действия возбужденной поверхности

В теории антенн хорошо известна формула для расчета коэффициента направленного действия возбужденной поверхности [2, 13]:

$$D_0 = (4\pi/\lambda^2)S\nu, \qquad (5.31)$$

где $S$ — геометрическая площадь возбужденной поверхности; $\nu$ — коэффициент использования поверхности, о котором шла речь в разделах 1.3.10 и 1.4.8).

Значение коэффициента использования поверхности зависит от вида амплитудного и фазового распределения возбуждающего поля $f(x,y)e^{j\psi(x,y)}$ (формула (5.3)). Общая формула для расчета коэффициента использования поверхности имеет вид:

$$\nu = (1/S)\left(\left|\int_S f(x,y)e^{j\psi(x,y)}dS\right|^2 / \int_S f(x,y)^2 dS\right). \quad (5.32)$$

В знаменателе выражения первой скобки величина $S$ (площадь) имеет размерность «метр в квадрате». Следовательно, второй множитель также должен иметь размерность «метр в квадрате», что послужило основанием назвать его эффективной площадью возбужденной поверхности:

$$S_э = \left|\int_S f(x,y)e^{j\psi(x,y)}dS\right|^2 / \int_S f(x,y)^2 dS. \quad (5.33)$$

Из выражений (5.32) и (5.33) следует, что

$$S_э = \nu S. \quad (5.34)$$

Таким образом, в формуле (5.31) произведение $S\nu$ есть эффективная площадь, а вся проблема расчета коэффициента направленного действия возбужденной поверхности сводится к вычислению $\nu$ по формуле (5.32).

Формула (5.32) справедлива для возбужденной поверхности любой формы. Так, в случае прямоугольной поверхности с размерами $a \times b$ справедливо:

$$\nu = [1/(ab)]\left(\left|\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} f(x,y)e^{j\psi(x,y)}dydx\right|^2 \Big/ \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} f(x,y)^2\, dydx\right). \quad (5.35)$$

Если функции распределения амплитуд и фаз вдоль осей $Y$ и $X$ независимы, то есть определяются формулой (5.26), то формула (5.35) приобретает вид:

$$\nu = [1/(ab)] \times$$
$$\left(\left|\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} f1(x)f2(y)e^{j\psi1(x)}e^{j\psi2(y)}dydx\right|^2 \Big/ \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}\big(f1(x)f2(y)\big)^2 dydx\right). \quad (5.36)$$

Для синфазной поверхности, когда $\psi1(x) = \psi2(y) = 0$, из (5.36) получаем:

$$\nu = [1/(ab)] \times$$
$$\left(\left|\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} f1(x)f2(y)dydx\right|^2 \Big/ \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}\big(f1(x)f2(y)\big)^2 dydx\right). \quad (5.37)$$

Для идеальной поверхности, когда $f1(x) = f2(y) = 1$, второй множитель в (5.37), имеющий смысл эффективной площади, оказывается равным $ab$. Следовательно, коэффициент использования поверхности идеальной поверхности $\nu = 1$.

В случае круглой синфазной возбужденной поверхности (рис. 5.8, б) формула (5.32) принимает вид:

$$\nu = [1/(\pi R_0^2)]\left(\left|\int_0^{2\pi}\int_0^{R_0} f(\rho,\gamma)\rho d\rho d\gamma\right|^2 / \int_0^{2\pi}\int_0^{R_0} f(\rho,\gamma)^2\,\rho d\rho d\gamma\right). \tag{5.38}$$

Если амплитудное распределение не зависит от координаты $\gamma$ (симметричное распределение), то формула (5.38) упрощается и принимает вид:

$$\nu = (2/R_0^2)\left(\left|\int_0^{R_0} f(\rho)\rho d\rho\right|^2 / \int_0^{R_0} f(\rho)^2\,\rho d\rho\right). \tag{5.39}$$

Для идеальной поверхности, когда $f(\rho) = 1$, коэффициент использования идеальной круглой поверхности $\nu = 1$.

Значения коэффициентов использования поверхностей для синфазных возбужденных поверхностей прямоугольной и круглой формы при различных законах амплитудного распределения вдоль одной из координатных осей можно найти, например, в [2, 11, 13].

## 5.2. Вопросы для самопроверки

1. Поясните смысл определения «апертурная антенна».

2. При каких условиях возбужденную поверхность называют идеальной?

3. При каких условиях возбужденная поверхность работает в режиме наклонного излучения?

4. Что происходит с уровнем первого бокового лепестка характеристики направленности, если от равномерного возбуждения поверхности перешли к неравномерному, спадающему к краям поверхности возбуждению?

5. У синфазно возбужденной поверхности перешли от равномерного амплитудного возбуждения к неравномерному, спадающему к краям поверхности. Что при этом произойдет с шириной диаграммы направленности по уровню половинной мощности?

6. Сформулируйте «теорему перемножения характеристик направленности» для возбужденной поверхности.

7. Как у апертурной антенны можно реализовать управление направлением максимального излучения?

8. Как изменится амплитудная диаграмма направленности в плоскостях $XOZ$ и $YOZ$ квадратной идеальной поверхности, приведенной на рис. 5.15, если её размер $a$ увеличили в два раза, сохранив при этом размер $b$?

9. Как изменится амплитудная диаграмма направленности в плоскостях $XOZ$ и $YOZ$ квадратной идеальной поверхности, приведенной на рис. 5.15, если её размер $b$ увеличили в два раза, сохранив при этом размер $a$?

10. Как трансформируется амплитудная диаграмма направленности идеальной прямоугольной поверхности при переходе к линейному закону изменения фазы возбуждающего поля вдоль одной из координат поверхности?

11. Как трансформируется амплитудная диаграмма направленности идеальной прямоугольной поверхности при переходе к квадратичному закону изменения фазы возбуждающего поля вдоль одной из координат поверхности?

12. Как трансформируется амплитудная диаграмма направленности идеальной прямоугольной поверхности при переходе к кубичному закону изменения фазы возбуждающего поля вдоль одной из координат поверхности?

13. Как изменится амплитудная диаграмма направленности круглой идеальной поверхности, приведенной на рис. 5.8 (а), если её радиус $R_0$ увеличили в два раза.

14. Какой формулой определяется значение коэффициента направленного действия в направлении максимального излучения идеальной возбужденной поверхности произвольной формы?

15. Поясните смысл параметра «эффективная площадь апертурной антенны».

16. Поясните смысл параметра «коэффициент использования поверхности апертурной антенны».

17 Чему равен коэффициент использования поверхности для идеальной прямоугольной поверхности?

18 Чему равен коэффициент использования поверхности для идеальной круглой поверхности?

## 5.3. Задачи

### 5.3.1. Задачи для самостоятельного решения

5.1. Прямоугольная поверхность, возбужденная синфазно и равномерно (рис. 5.15), находится в центре системы координат и имеет размер $a = 5\lambda$ , $b = 10\lambda$ ($a$ – размер вдоль оси $X$, $b$ – вдоль оси $Y$ ).

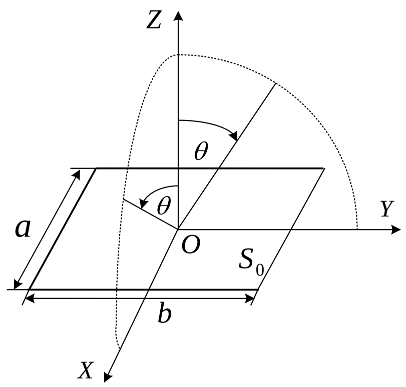


Рис. 5.15

Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности в плоскости $ZOY$ и построить её диаграмму направленности в прямоугольной системе координат с логарифмическим масштабом по оси ординат. Определить ширину диаграммы направленности по уровню нулевого излучения и по уровню половинной мощности.

(см. рис. $Ответ\ к\ 5.1$)

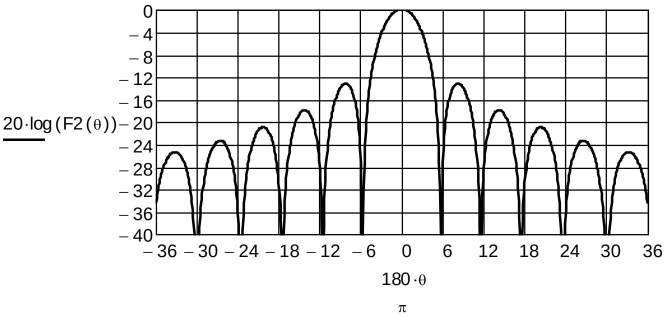
5.2. Прямоугольная поверхность, возбужденная синфазно и равномерно (рис. 5.15), находится в центре системы координат и имеет размер $a = 5\lambda$, $b = 10\lambda$. Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности в плоскости $ZOX$ и построить её диаграмму направленности в прямоугольной системе координат с линейным масштабом по оси ординат. Определить ширину диаграммы направленности по уровню нулевого излучения и по уровню половинной мощности.

(см. рис. *Ответ к 5.2*)

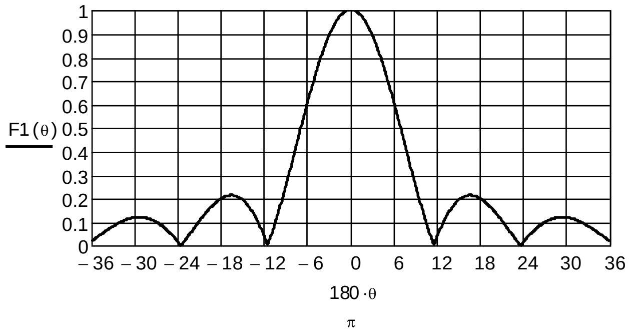
5.3. Прямоугольная поверхность, возбужденная синфазно и равномерно (рис. 5.15), находится в центре системы координат и имеет размер $a = 10\lambda$, $b = 5\lambda$. Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности в плоскости $ZOY$ и построить её диаграмму направленности в прямоугольной системе координат с логарифмическим масштабом по оси ординат. Рассчитать коэффициент направленного действия излучающей поверхности $D_0$ в направлении максимального излучения. Результат расчета $D_0$ представить в децибелах.

(см. рис. *Ответ к 5.3*)

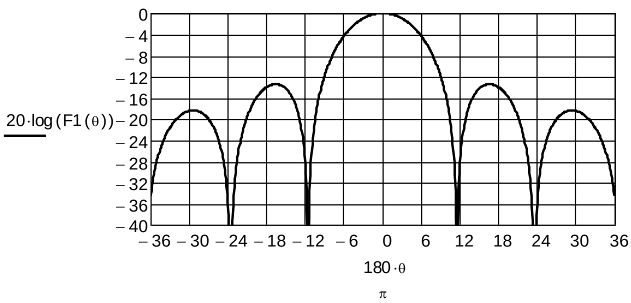
5.4. Прямоугольная излучающая поверхность, возбужденная синфазно и равномерно (рис. 5.15), находится в центре системы координат и имеет размер $a = 10\lambda$, $b = 5\lambda$. Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности в плоскости $ZOX$ и построить её диаграмму направленности в прямоугольной системе координат с линейным масштабом по оси ординат. Рассчитать коэффициент направленного действия излучающей поверхности $D_0$ в



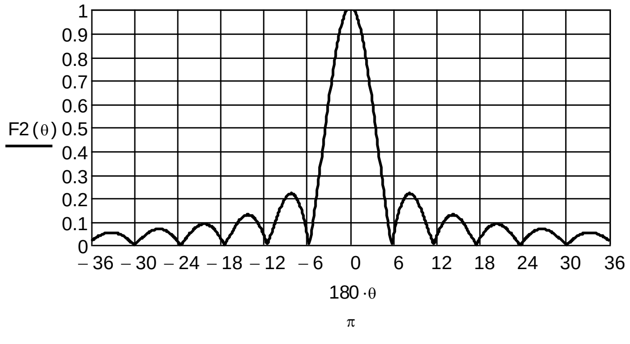

Ответ к 5.1




Ответ к 5.2




Ответ к 5.3




Ответ к 5.4

направлении максимального излучения. Результат расчета $D_0$ представить в децибелах.

(см. рис. *Ответ к 5.4*)

5.5. Прямоугольная поверхность, возбужденная синфазно, находится в центре системы координат и имеет размер $a = 5\lambda$, $b = 10\lambda$ ($a$ – размер вдоль оси $X$, $b$ – вдоль оси $Y$).

Распределение амплитуды возбуждения по оси $X$ равномерное, а по оси $Y$ имеет вид $f(y) = \cos(\pi y/b)$ (рис. 5.16, а). Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности в плоскости $ZOY$ и построить её диаграмму направленности в прямоугольной системе координат с логарифмическим масштабом по оси ординат. Определить ширину диаграммы направленности по уровню половинной мощности.

(см. рис. *Ответ к 5.5*)

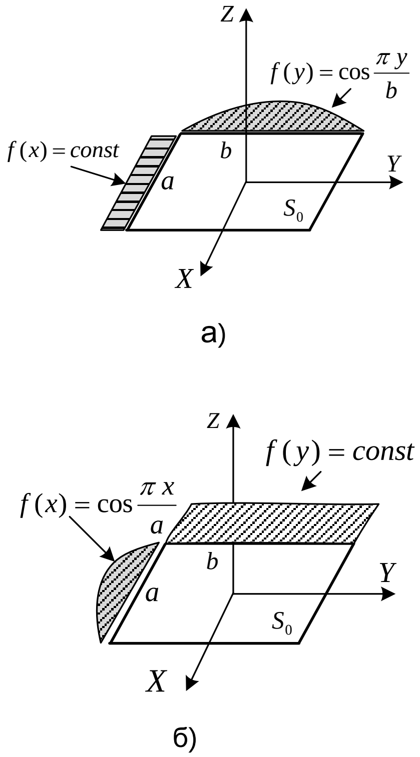
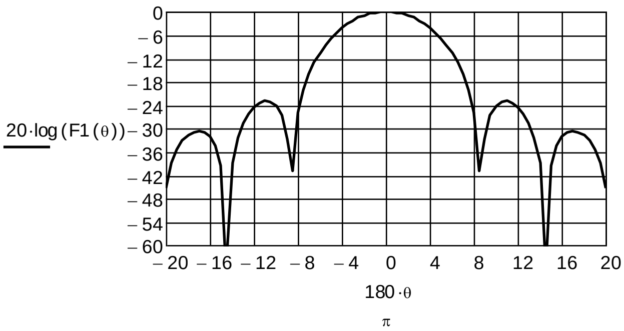



Рис. 5.16

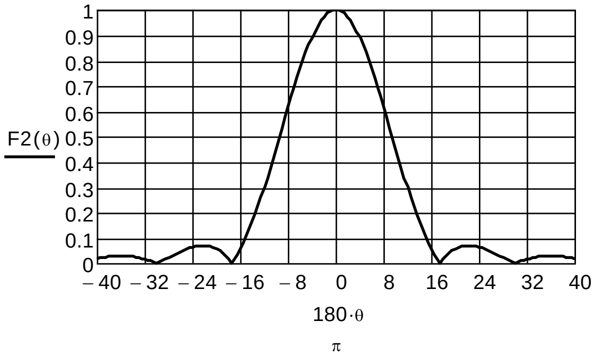



Ответ к 5.5

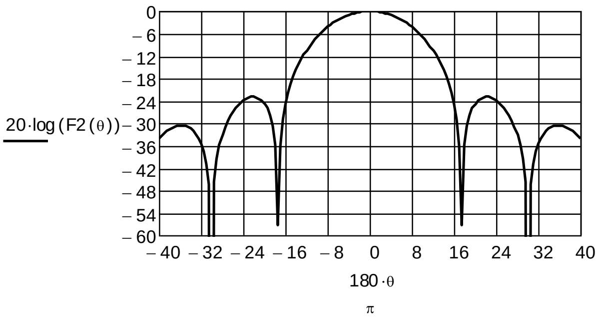
5.6. Прямоугольная поверхность, возбужденная синфазно, находится в центре системы координат и имеет размер $a = 5\lambda$ , $b = 10\lambda$ ($a$ — размер вдоль оси $X$, $b$ — вдоль оси $Y$). Распределение амплитуды возбуждения по оси $X$ равномерное, а по оси $Y$ имеет вид $f(y) = \cos(\pi y/b)$ (рис. 5.16, а). Рассчитать коэффициент направленного действия $D_0$ в направлении максимального излучения.

(*Ответ*: $D_0 = 509{,}3$).

5.7. Прямоугольная поверхность, возбужденная синфазно (рис. 5.15), находится в центре системы координат и имеет размер $a = 5\lambda$, $b = 10\lambda$ ($a$ — размер вдоль оси $X$, $b$ — вдоль оси $Y$). Распределение амплитуды по оси $Y$ равномерное, а по оси $X$ имеет вид $f(x) = \cos(\pi x/a)$ (рис. 5.16, б). Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности в плоскости $ZOX$ и построить её диаграмму направленности в прямоугольной системе координат с линейным масштабом по оси ординат. (см. рис. *Ответ к 5.7*)




Ответ к 5.7




Ответ к 5.9

5.8. Прямоугольная поверхность, возбужденная синфазно, находится в центре системы координат и имеет размер $a = 5\lambda$, $b = 10\lambda$ ($a$ – размер вдоль оси $X$, $b$ – вдоль оси $Y$). Распределение амплитуды по оси $Y$ равномерное, а по оси $X$ имеет вид $f(x) = \cos(\pi x/a)$ (рис. 5.16, б). Рассчитать коэффициент направленного действия $D_0$ в направлении максимального излучения. (*Ответ*: $D_0 = 27{,}07$ дБ).

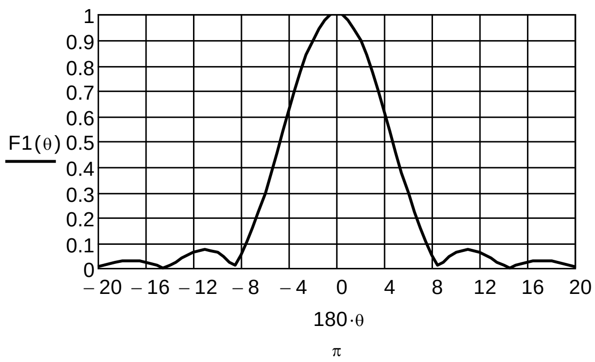
5.9. Прямоугольная поверхность находится в центре системы координат и имеет размер $a = 10\lambda$, $b = 5\lambda$ ($a$ – размер вдоль оси $X$, $b$ – вдоль оси $Y$). Возбуждение синфазное. Распределение амплитуды по оси $X$ равномерное, а по оси $Y$ имеет вид $f(y) = \cos(\pi y/b)$ (рис. 5.16, а). Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности в плоскости $ZOY$ и построить её диаграмму направленности в прямоугольной системе координат с логарифмическим масштабом по оси ординат. Определить ширину диаграммы направленности по уровню половинной мощности.

(см. рис. *Ответ к 5.9*)

5.10. Прямоугольная поверхность находится в центре системы координат и имеет размер $a = 10\lambda$, $b = 5\lambda$ ($a$ – размер вдоль оси $X$, $b$ – вдоль оси $Y$). Возбуждение синфазное. Распределение амплитуды по оси $X$ равномерное, а по оси $Y$ имеет вид $f(y) = \cos(\pi y/b)$ (рис. 5.16, а). Рассчитать коэффициент направленного действия $D_0$ возбужденной поверхности. (*Ответ*: $D_0 = 509{,}3$).

5.11. Прямоугольная поверхность находится в центре системы координат и имеет размер $a = 10\lambda$, $b = 5\lambda$ ($a$ – размер вдоль оси $X$, $b$ – вдоль оси $Y$). Возбуждение синфазное. Распределение амплитуды по оси $Y$ равномерное, а по оси $X$ имеет вид $f(x) = \cos(\pi x/a)$ (рис. 5.16, б). Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности в плоскости $ZOX$ и построить её диаграмму направленности в прямоугольной системе координат с линейным масштабом по оси ординат. Определить ширину диаграммы направленности по уровню половинной мощности.

(см. рис. *Ответ к 5.10*)




Ответ к 5.11

5.12. Прямоугольная поверхность (рис. 5.15) находится в центре системы координат и имеет размер $a = 10\lambda$, $b = 5\lambda$ ($a$ – размер вдоль оси $X$, $b$ – вдоль оси $Y$). Возбуждение синфазное. Распределение амплитуды по оси $Y$ равномерное, а по оси $X$ имеет вид $f(x) = \cos(\pi x/a)$. Рассчитать коэффициент направленного действия $D_0$ в направлении максимального излучения и выразить его в децибелах.

(*Ответ*: $D_0 = 27{,}07$ дБ).

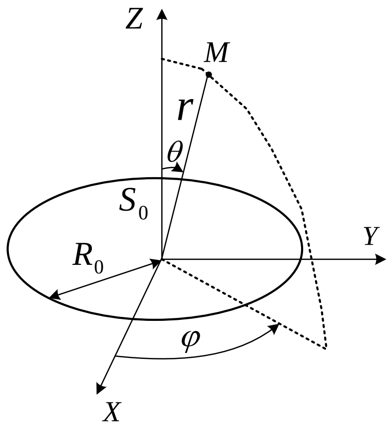
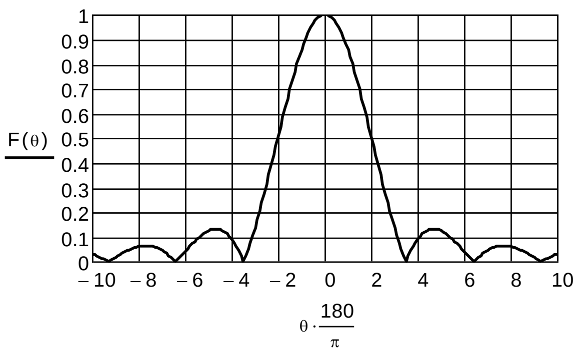



Рис. 5.17

5.13. Круглая поверхность, возбужденная синфазно и равномерно, находится в центре системы координат (рис. 5.17) и имеет радиус $R_0 = 10\lambda$.

Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности в плоскости $ZOX$ в пределах $-10^\circ \ldots 10^\circ$ и построить её диаграмму направленности в прямоугольной системе координат с линейным масштабом по оси ординат. Определить ширину диаграммы направленности по уровню поло-

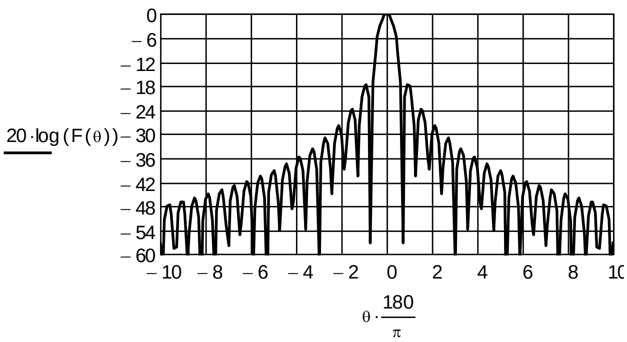



Ответ к 5.13

винной мощности. Рассчитать коэффициент направленного действия $D_0$ возбужденной поверхности. Результат расчета представить в децибелах. (см. рис. *Ответ к 5.13*)

5.14. Круглая поверхность, возбужденная синфазно, находится в центре системы координат (рис. 5.17) и имеет радиус $R_0 = 10\lambda$. Распределение амплитуды возбуждающего поля вдоль радиуса $f(\rho) = [1 - (\rho/R_0)^2]$. Рассчитать коэффициент направленного действия $D_0$ возбужденной поверхности. Результат расчета представить в децибелах. (*Ответ*: $D_0 = 34{,}7$ дБ).

5.15. Круглая поверхность, возбужденная синфазно и равномерно, находится в центре системы координат (рис. 5.17) и имеет радиус $R_0 = 50\lambda$. Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности в пределах $-10^\circ \ldots 10^\circ$ и построить её диаграмму направленности в прямоугольной системе координат с логарифмическим масштабом по оси ординат. Определить ширину нормированной диаграммы направленности по уровню половинной мощности. Рассчитать коэффициент направленного действия $D_0$ возбужденной поверхности. Результат расчета представить в децибелах.




Ответ к 5.15

5.16. Круглая поверхность, возбужденная синфазно, находится в центре системы координат (рис. 5.8, б) и имеет радиус $R_0 = 10\lambda$. Распределение амплитуды возбуждающего поля вдоль радиуса $f(\rho) = [1 - (\rho/R_0)^2]^2$. Рассчитать коэффициент направленного действия $D_0$ возбужденной поверхности.

(*Ответ*: $D_0 = 2193$).

5.17. Круглая поверхность, возбужденная синфазно, находится в центре системы координат (рис. 5.8, б) и имеет радиус $R_0 = 10\lambda$. Распределение амплитуды возбуждающего поля вдоль радиуса $f(\rho) = [1 - (\rho/R_0)^2]^3$. Рассчитать коэффициент направленного действия $D_0$ возбужденной поверхности. Результат расчета представить в децибелах. (*Ответ*: $D_0 = 32{,}4$ дБ).

5.18. Круглая поверхность, возбужденная синфазно, находится в центре системы координат (рис. 5.8, б) и имеет радиус $R_0 = 10\lambda$. Распределение амплитуды возбуждающего поля вдоль радиуса $f(\rho) = [1 - (1 - \Delta)(\rho/R_0)]$. Рассчитать коэффициент направленного действия $D_0$ возбужденной поверхности при $\Delta = 0{,}2$. Результат расчета представить в децибелах. (*Ответ*: $D_0 = 35{,}4$ дБ).

5.19. Круглая поверхность, возбужденная синфазно, находится в центре системы координат (рис. 5.8, б) и имеет радиус, равный $10\lambda$.

Распределение амплитуды возбуждающего поля вдоль радиуса $f(\rho) = [1 - (1 - \Delta)(\rho/R_0)]$. Рассчитать коэффициент направленного действия $D_0$ возбужденной поверхности при $\Delta = 0{,}6$.

(Ответ: $D_0 = 3867$).

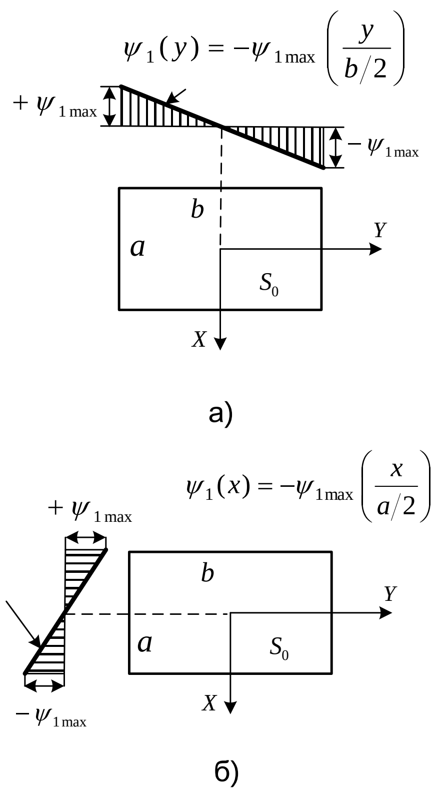
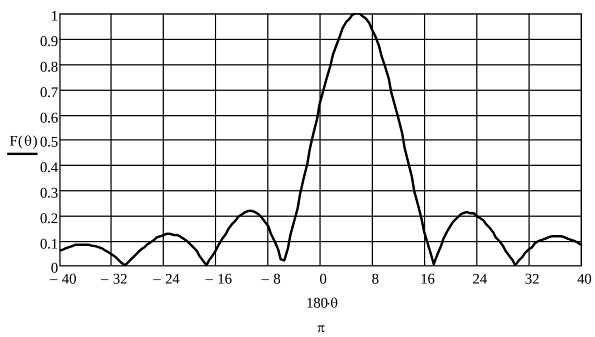


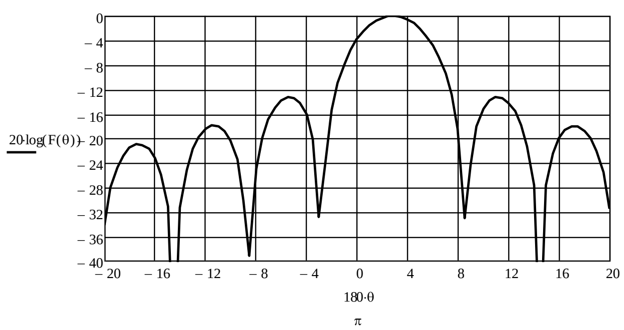

Рис. 5.18

5.20. Прямоугольная поверхность находится в центре системы координат и имеет размер $a = 10\lambda$, $b = 5\lambda$ ($a$ – размер вдоль оси $X$, $b$ – вдоль оси $Y$). Распределение фазы возбуждения по оси $X$ равномерное, а по оси $Y$ имеет вид $\psi_1(y) = -\pi y/b$ (рис. 5.18, а). Распределение амплитуды возбуждения по осям $X$ и $Y$ — равномерное. Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности возбужденной поверхности в плоскости $ZOY$ в пределах $-40^\circ \ldots 40^\circ$ и построить её диаграмму в прямоугольной системе координат с линейным масштабом по оси ординат. Определить ширину диаграммы направленности по уровню половинной мощности.

(см. рис. *Ответ к 5.20*)




Ответ к 5.20



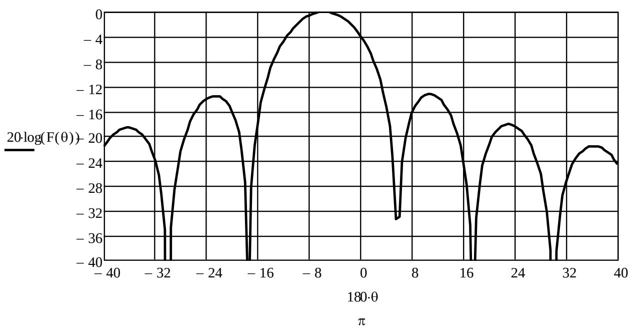

5.21. Прямоугольная поверхность находится в центре системы координат и имеет размер $a = 10\lambda$, $b = 5\lambda$ ($a$ – размер вдоль оси $X$, $b$ – вдоль оси $Y$). Распределение фазы возбуждения по оси $Y$ равномерное, а по оси $X$ имеет вид $\psi_1(x) = -\pi x/a$ (рис. 5.18, б). Распределение амплитуды возбуждения по осям $X$ и $Y$ — равномерное. Рассчитать амплитудную характеристику направленности возбужденной поверхности в плоскости $ZOX$ в пределах

$-20^{\circ} \ldots .20^{\circ}$и построить её диаграмму в прямоугольной системе координат с логарифмическим масштабом по оси ординат. Определить ширину диаграммы направленности по уровню половинной мощности. (см. рис. $Ответ\ к\ 5.21$)

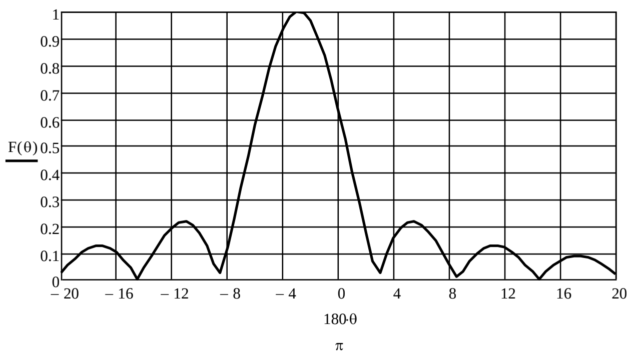
5.22. Прямоугольная поверхность находится в центре системы координат и имеет размер $a = 10\lambda$, $b = 5\lambda$ ($a$ – размер вдоль оси $X$, $b$ – вдоль оси $Y$). Распределение фазы возбуждения по оси $X$ равномерное, а по оси $Y$ имеет вид $\psi_1(y) = \pi y/b$ (рис. 5.18, а). Распределение амплитуды возбуждения по осям $X$ и $Y$ — равномерное.

Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности возбужденной поверхности в плоскости $ZOY$ в пределах $-40^{\circ} \ldots .40^{\circ}$ и построить её диаграмму в прямоугольной системе координат с логарифмическим масштабом по оси ординат. Определить ширину диаграммы направленности по уровню половинной мощности.

(см. рис. $Ответ\ к\ 5.22$)




Ответ к 5.22




Ответ к 5.23

5.23. Прямоугольная поверхность находится в центре системы координат и имеет размер $a = 10\lambda$, $b = 5\lambda$ ($a$ – размер вдоль оси $X$, $b$ – вдоль оси $Y$). Распределение фазы возбуждения по оси $Y$ равномерное, а по оси $X$ имеет вид $\psi_1(x) = \pi x/a$ (рис. 5.18, б). Распределение амплитуды возбуждения по осям $X$ и $Y$ — равномерное. Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности возбужденной поверхности в плоскости $ZOX$ в пределах $-20^{\circ} \ldots .20^{\circ}$и построить её диаграмму в прямоугольной системе координат с линейным масштабом по оси ординат.

(см. рис. $Ответ\ к\ 5.23$)

5.24. Круглая поверхность, возбужденная синфазно, находится в центре системы координат (рис. 5.8, б) и имеет радиус $R_0 = 20\lambda$. Распределение амплитуды возбуждающего поля вдоль радиуса $f(\rho) = [1 - (\rho/R_0)^2]^3$. Рассчитать коэффициент использования поверхности $\nu$. ($Ответ$: $\nu = 0{,}437$).

5.25. Круглая поверхность, возбужденная синфазно, находится в центре системы координат (рис. 5.8, б) и имеет радиус $R_0 = 20\lambda$. Распределение амплитуды возбуждающего поля вдоль радиуса $f(\rho) = [1 - (\rho/R_0)^2]^4$. Рассчитать коэффициент использования поверхности ν.

($Ответ$: $\nu = 0{,}36$).

5.26. Круглая поверхность, возбужденная синфазно, находится в центре системы координат (рис. 5.8, б) и имеет радиус $R_0 = 15\lambda$. Распределение амплитуды возбуждающего поля вдоль радиуса $f(\rho) = [1 - (1 - \Delta)(\rho/R_0)^2]$. Рассчитать коэффициент использования поверхности ν при Δ = 0,4.

(*Ответ*: $\nu = 0{,}942$).

5.27. Круглая поверхность, возбужденная синфазно, находится в центре системы координат (рис. 5.8, б) и имеет радиус $R_0 = 15\lambda$. Распределение амплитуды возбуждающего поля вдоль радиуса $f(\rho) = [1 - (1 - \Delta)(\rho/R_0)^2]$. Рассчитать коэффициент использования поверхности ν при Δ = 0,2. (*Ответ*: $\nu = 0{,}87$).

5.28. Круглая поверхность, возбужденная синфазно, находится в центре системы координат (рис. 5.8, б) и имеет радиус $R_0 = 15\lambda$. Распределение амплитуды возбуждающего поля вдоль радиуса $f(\rho) = [1 - (1 - \Delta)(\rho/R_0)^2]$. Рассчитать коэффициент использования поверхности ν при Δ = 0,8.

(*Ответ*: $\nu = 0{,}996$).

5.29. Прямоугольная поверхность, возбужденная синфазно (рис. 5.15), находится в центре системы координат и имеет размер $a = 20\lambda$, $b = 10\lambda$ ($a$ – размер вдоль оси $X$, $b$ – вдоль оси $Y$). Распределение амплитуды по оси $X$ равномерное, а по оси $Y$ имеет вид $f(y) = 1 - (2y/b)$. Рассчитать коэффициент использования поверхности ν. (*Ответ*: $\nu = 0{,}75$).

5.30. Прямоугольная поверхность, возбужденная синфазно (рис. 5.15), находится в центре системы координат и имеет размер $a = 4\lambda$, $b = 8\lambda$ ($a$ – размер вдоль оси $X$, $b$ – вдоль оси $Y$). Распределение амплитуды по оси $Y$ равномерное, а по оси $X$ имеет вид $f(x) = 1 - (1 - \Delta)(2x/a)^2$. Рассчитать коэффициент использования поверхности ν при Δ = 0,5. (*Ответ*: $\nu = 0{,}97$).

5.31. Прямоугольная поверхность, возбужденная синфазно (рис. 5.15), находится в центре системы координат и имеет размер $a = 4\lambda$, $b = 8\lambda$ ($a$ – размер вдоль оси $X$, $b$ – вдоль оси $Y$). Распределение амплитуды по оси $X$ равномерное, а по оси $Y$ имеет вид $f(y) = [\cos(\pi y/b)]^4$. Рассчитать коэффициент использования поверхности ν. (*Ответ*: $\nu = 0{,}515$).

5.32. Прямоугольная поверхность, возбужденная синфазно (рис. 5.15), находится в центре системы координат и имеет размер $a = 4\lambda$, $b = 8\lambda$ ($a$ – размер вдоль оси $X$, $b$ – вдоль оси $Y$). Распределение амплитуды по оси $Y$ равномерное, а по оси $X$ имеет вид $f(x) = [\cos(\pi x/a)]^3$. Рассчитать коэффициент использования поверхности ν. (*Ответ*: $\nu = 0{,}575$).

### 5.3.2. Примеры решения задач

**Задача 1.** Прямоугольная поверхность, возбужденная синфазно и равномерно (рис. 5.19), находится в центре системы координат и имеет размер $a = 4\lambda$ , $b = 8\lambda$ . Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности в плоскости $ZOX$ и построить её диаграмму направленности в прямоугольной системе координат с линейным и логарифмическим масштабом по оси ординат. Определить ширину диаграммы направленности по уровню нулевого излучения и по уровню половинной мощности. Рассчитать коэффициент направленного действия излучающей поверхности $D_0$ в направлении максимального излучения. Результат расчета $D_0$ представить в децибелах.

*Решение задачи*

Для расчета нормированной амплитудной характеристики направленности в плоскости $ZOX$ воспользуемся формулой (5.14), которую запишем в следующем виде:

$$F_{XOY}(\theta) = |1/f(\theta_{\text{гл}})\,\{(1+\cos\theta)\,[\sin(ka\sin\theta/2)]/(ka\sin\theta/2)\}|, \qquad (5.40)$$

где $f(\theta_{\text{гл}})$ – значение функции $f(\theta)$, являющейся произведением множителей в фигурных скобках, в направлении $\theta = \theta_{\text{гл}}$.

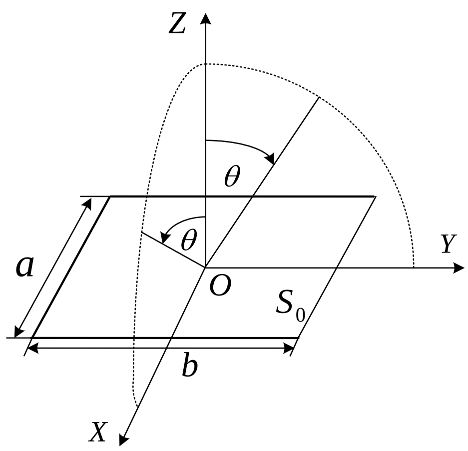



Рис. 5.19

Применим пакет программ [4]. На рис. 5.20 показана последовательность необходимых вычислений. Представлены результаты расчета в виде требуемых амплитудных диаграмм направленности в прямоугольной системе координат с линейным и логарифмическим масштабом по оси ординат.

Примеры определения ширины диаграммы направленности подробно рассмотрены в разделе 1.3.2.

Расчет коэффициента направленного действия идеальной излучающей поверхности $D_0$ в направлении максимального излучения выполняется по формуле (5.31). Для идеальной поверхности $\nu = 1$, поэтому формула (5.31) приобретает вид:

$$D_0 = (4\pi/\lambda^2)ab. \qquad (5.41)$$

По условиям задачи $a = 4\lambda$, $b = 8\lambda$, поэтому из (5.41) нетрудно получить $D_0 = 402{,}1$. Величина $D_0$ не имеет размерности. Для перехода к децибельной мере следует применить известную формулу:

$$D_{0,\ \text{дБ}} = 10\log D_0\ . \qquad (5.42)$$

Из (5.42) следует, что $D_{0,\,\text{дБ}} = 26{,}0$

**Исходные данные**

размер вдоль оси ***x*** в долях длины волны **a:=4**
размер вдоль оси ***y*** в долях длины волны **b:=8**

**Задание дискретного аргумента**

$$N := 360 \qquad i := 1, 2 .. N \qquad \theta_i := \frac{\pi}{N}\cdot i$$

**Вычисление максимального значения ненормированной амплитудной ХН в плоскости *XOZ* (см. формулу 5.40)**

$$f_i := \left(1+\cos\left(\theta_i\right)\right)\cdot\frac{\sin\left[\frac{a}{2}\cdot\left(2\cdot\pi\cdot\sin\left(\theta_i\right)\right)\right]}{\left[\frac{a}{2}\cdot\left(2\cdot\pi\cdot\sin\left(\theta_i\right)\right)\right]}$$

**Определение максимума функции**

$$M := \max(f) \qquad M = 1.996$$

**Вычисление нормированной амплитудной ХН в плоскости XOZ (см. формулу 5.40)**

$\theta := 40\cdot deg, 39.9\cdot deg .. -40\cdot deg$ **Пределы изменения аргумента**

$$F(\theta) := \frac{1}{M}\cdot\left|\left(1+\cos(\theta)\right)\cdot\frac{\sin\left[\frac{a}{2}\cdot\left(2\cdot\pi\cdot\sin(\theta)\right)\right]}{\left[\frac{a}{2}\cdot\left(2\cdot\pi\cdot\sin(\theta)\right)\right]}\right|$$

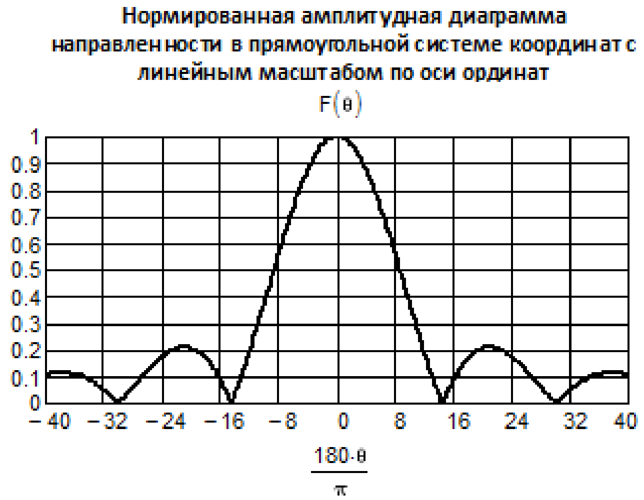




Рис.5.20. Решение задачи 1

**Задача 2.** Прямоугольная поверхность (рис. 5.19) находится в центре системы координат и имеет размер $a = 4\lambda$, $b = 8\lambda$. Распределение фазы возбуждения по оси $X$ равномерное, а по оси $Y$ имеет вид $\psi_1(y) = -\pi y/b$ (рис. 5.18, а). Распределение амплитуды возбуждения по осям $X$ и $Y$ — равномерное. Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности возбужденной поверхности в плоскости $ZOY$ в пределах $-40^\circ \dots . 40^\circ$и построить её диаграммы в прямоугольной системе координат с линейным и логарифмическим масштабом по оси ординат.

*Решение задачи*

Для расчета нормированной амплитудной характеристики направленности в плоскости $ZOY$ воспользуемся формулой (5.30), которую повторно приведем и здесь:

$$F(\theta) = \left| \begin{matrix} [1/f(\theta_{\text{гл}})](1 + \cos\theta) \times \\ [\sin(kb\sin\theta/2 - \psi_{1\text{макс}})]/(kb\sin\theta/2 - \psi_{1\text{макс}}) \end{matrix} \right|, \qquad (5.43)$$

где $f(\theta_{\text{гл}})$ – значение функции в направлении $\theta = \theta_{\text{гл}}$

По условиям задачи закон распределения фазы является линейным:

$$\psi_1(y) = -\pi y/b. \qquad (5.44)$$

Если в формулу (5.44) подставить $y = -b/2$, то $\psi_1(y) = \psi_{1\text{макс}} = \pi/2$.

На рис. 5.21 показана последовательность необходимых вычислений с применением пакета программ [4] и представлены результаты расчета в виде требуемых амплитудных диаграмм направленности в прямоугольных системах координат.

**Задача 3**. Круглая поверхность, возбужденная синфазно, находится в центре системы координат (рис. 5.17) и имеет радиус $R_0 = 5\lambda$. Распределение амплитуды возбуждающего поля вдоль радиуса $f(\rho) = [1 - (1 - \Delta)(\rho/R_0)^2]$. Параметр распределения $\Delta = 0{,}316$. Рассчитать нормированную амплитудную характеристику направленности возбужденной поверхности в плоскости $ZOY$ в пределах $-20^\circ \dots . 20^\circ$и построить её диаграмму в прямоугольной системе координат с линейным и логарифмическим масштабом по оси ординат.

*Решение задачи*

Для расчета нормированной амплитудной характеристики направленности в любой плоскости, проходящей через ось $Z$, в том числе и в плоскости $ZOY$, воспользуемся формулой (5.17), которую повторно приведем и здесь:

$$F(\theta) = \left| \begin{matrix} [1/f(\theta_{\text{гл}})](1 + \cos\theta) \times \\ \times \left\{ \begin{matrix} 2\Delta[J_1(kR_0\sin\theta)/kR_0\sin\theta] + \\ +4(1-\Delta)[J_2(kR_0\sin\theta)/(kR_0\sin\theta)^2] \end{matrix} \right\} \end{matrix} \right|. \qquad (5.45)$$

В этой формуле:

$f(\theta_{\text{гл}})$ – значение функции $f(\theta)$, являющейся произведением множителя $(1 + \cos\theta)$ на выражение в фигурных скобках, в направлении $\theta = \theta_{\text{гл}}$;

$J_1(kR_0\sin\theta)$ – функция Бесселя первого рода первого порядка от аргумента $kR_0\sin\theta$ ;

$J_2(kR_0 \sin\theta)$ – функция Бесселя первого рода второго порядка от аргумента $kR_0 \sin\theta$.

На рис. 5.22 показана последовательность необходимых вычислений с применением пакета программ [4]. На рис.5.23 представлены результаты расчета в виде требуемых амплитудных диаграмм направленности в прямоугольных системах координат.

**Исходные данные:**

- размер вдоль оси *x* в долях длины волны $a := 4$
- размер вдоль оси *y* в долях длины волны $b := 8$

- максимальное значение фазы $\psi = \dfrac{\pi}{2}$

**Задание дискретного аргумента**

$$N := 360 \qquad i := 1,2..N \qquad \theta_i := \frac{\pi}{N}\cdot i$$

**Вычисление максимального значения ненормированной амплитудной ХН в плоскости XOZ ((см. форумулу (5.43))**

$$f_i := (1+\cos(\theta_i))\cdot\frac{\sin\left[\frac{b}{2}\cdot(2\cdot\pi\cdot\sin(\theta_i)) - \psi\right]}{\left[\frac{b}{2}\cdot(2\cdot\pi\cdot\sin(\theta_i)) - \psi\right]}$$

**Определение максимума функции** $M := \max(f) \qquad M = 1.998$

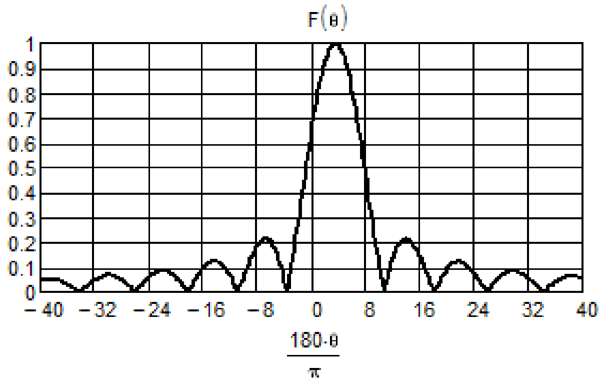
**Вычисление нормированной амлитудной ХН в плоскости XOY (см. формулу (5.43))**

**Пределы изменения аргумента**

$$\theta := 40\cdot deg, 39.9\cdot deg..-40\cdot deg$$

$$F(\theta) := \frac{1}{M}\cdot\left|(1+\cos(\theta))\cdot\frac{\sin\left(\frac{b}{2}\cdot 2\cdot\pi\cdot\sin(\theta) - \psi\right)}{\left(\frac{b}{2}\cdot 2\cdot\pi\cdot\sin(\theta) - \psi\right)}\right|$$

Нормированная амплитудная диаграмма направленности в прямоугольной системе координат с линейным масштабом по оси ординат




Нормированная амплитудная диаграмма направленности в прямоугольной системе координат с логарифмическим масштабом по оси ординат

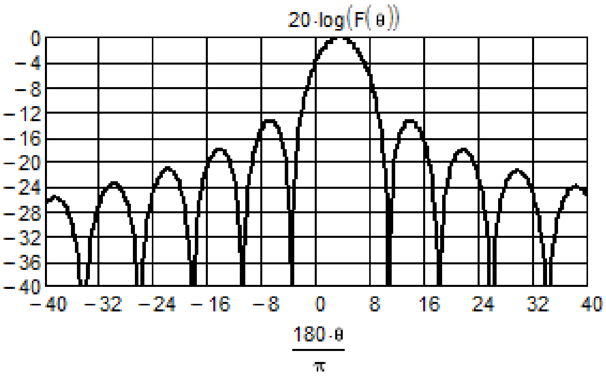



Рис. 5.21. Решение задачи 2

**Исходные данные:**

- радиус в долях длины волны $R := 5$
- параметр распределения амплитуды вдоль радиуса $\Delta := 0.316$
- закон изменения амплитуды вдоль радиуса $1-(1-\Delta)\cdot\left(\frac{\rho}{R}\right)^2$

**Определение максимального значения ненормированной амплитудной ХН**

$M := 360 \quad i := 1, 2 .. M \quad \theta_i := \frac{\pi}{5M}\cdot i$

**Ненормированная амплитудная характеристика направленности (формула (5.45))**

$$f_i := \left|\frac{2\cdot\Delta\cdot J1\left[R\cdot(2\cdot\pi\cdot\sin(\theta_i))\right]\cdot(1+\cos(\theta_i))}{\left[R\cdot(2\cdot\pi\cdot\sin(\theta_i))\right]} + \frac{4\cdot(1-\Delta)\cdot Jn\left[2, R\cdot(2\cdot\pi\cdot\sin(\theta_i))\right]\cdot(1-\cos(\theta_i))}{\left[R\cdot(2\cdot\pi\cdot\sin(\theta_i))\right]^2}\right|$$

**Определение максимума функции** $Max := \max(f) \qquad Max = 1.316$

**Нормированная амплитудная характеристика направленности (формула (5.45))**

$\theta := 20\cdot deg, 19.9\cdot deg .. -20\cdot deg$

$$F(\theta) := \frac{1}{Max}\cdot\left|\frac{2\cdot\Delta\cdot J1[R\cdot(2\cdot\pi\cdot\sin(\theta))]\cdot(1+\cos(\theta))}{[R\cdot(2\cdot\pi\cdot\sin(\theta))]} + \frac{4\cdot(1-\Delta)\cdot Jn[2, R\cdot(2\cdot\pi\cdot\sin(\theta))]\cdot(1+\cos(\theta))}{[R\cdot(2\cdot\pi\cdot\sin(\theta))]^2}\right|$$

**ПРИМЕЧАНИЯ:**

$J1\left[R\cdot(2\cdot\pi\cdot\sin(\theta_i))\right]$ **Функция Бесселя первого рода порядка аргумента** $R\cdot(2\cdot\pi\cdot\sin(\theta))$

$Jn[2, R\cdot(2\cdot\pi\cdot\sin(\theta))]$ **Функция Бесселя первого рода второго порядка аргумента** $R\cdot(2\cdot\pi\cdot\sin(\theta))$

Рис. 5.22. Решение задачи 3

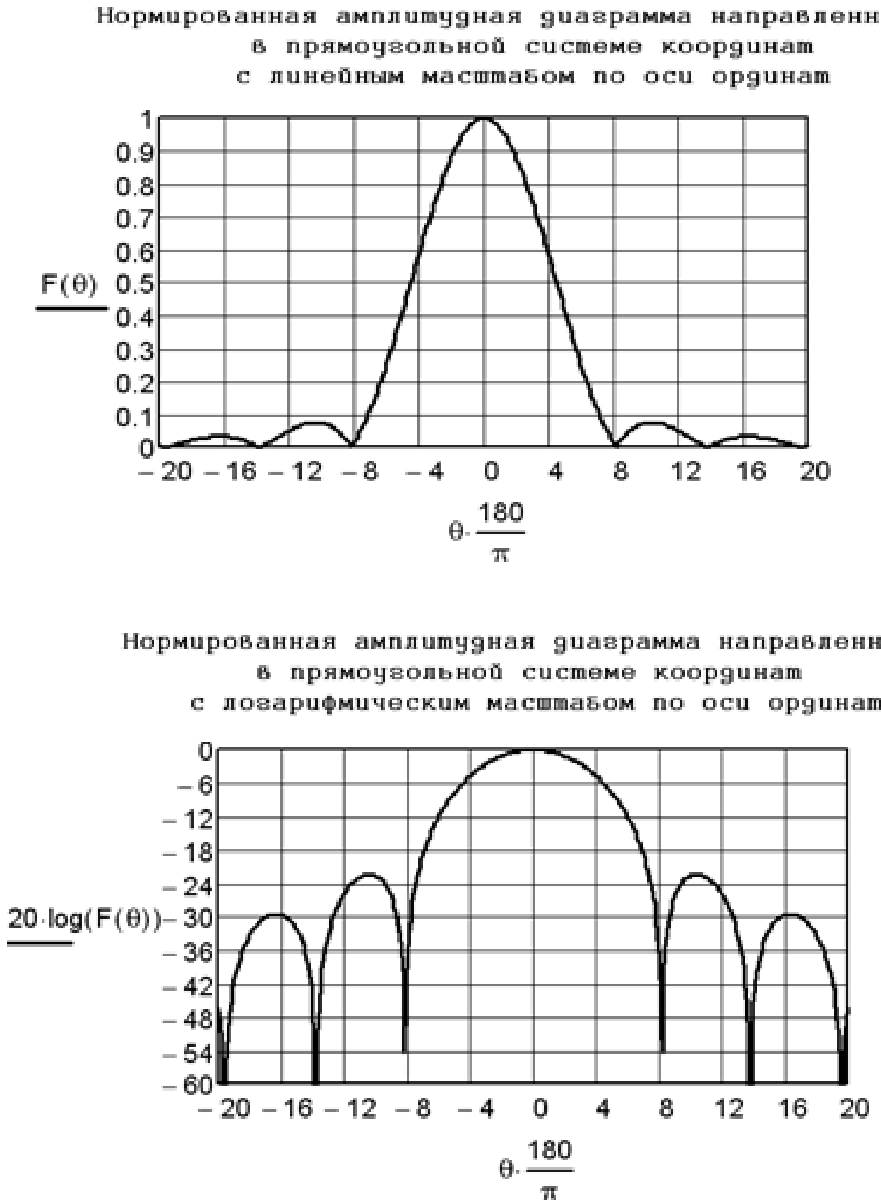



Рис. 5.23. Ответ к задаче 3

**Задача 4**. Круглая поверхность $S_0$, возбужденная синфазно, находится в центре системы координат (рис. 5.17) и имеет радиус $R_0 = 5\lambda$. Распределение амплитуды возбуждающего поля вдоль радиуса $f(\rho) = [1 - (1 - \Delta)(\rho/R_0)^2]$. Параметр распределения $\Delta = 0{,}316$. Найти значение коэффициент направленного действия в направлении максимального излучения.

*Решение задачи*

Основной формулой для расчета коэффициента направленного действия возбужденной поверхности в направлении максимального излучения является формула (5.31):

$$D_0 = (4\pi/\lambda^2)S_0\nu, \tag{5.46}$$

где $S_0$ — геометрическая площадь возбужденной поверхности; $\nu$ — коэффициент использования поверхности.

Основной трудностью практического использования формулы (5.46) является вычисление коэффициента использования поверхности для конкретной формы поверхности и конкретного распределения амплитуды возбуждающего поля по поверхности $S_0$. В случае круглой синфазно возбужденной поверхности, если амплитудное распределение не зависит от координаты $\gamma$ (рис. 5.8, б) коэффициент использования поверхности рассчитывается по формуле (5.39):

$$\nu = (2/R_0^2)\left(\left|\int_0^{R_0} f(\rho)\rho d\rho\right|^2 / \int_0^{R_0} f(\rho)^2\, \rho d\rho\right), \tag{5.47}$$

где:

$R_0$ – радиус поверхности;

$\rho$ – текущая координата радиуса;

$f(\rho)$ – закон распределения амплитуды возбуждающего поля вдоль радиуса поверхности.

Практические расчеты по приведенным выше формулам удобно производить с применением пакета программ [4]. На рис. 5.24 показано решение настоящей задачи.

**Задача 5.** Прямоугольная поверхность, возбужденная синфазно (рис. 5.15), находится в центре системы координат и имеет размер $a = 10\lambda$, $b = 4\lambda$ ($a$ – размер вдоль оси $X$, $b$ – вдоль оси $Y$). Распределение амплитуды по оси $X$ равномерное, а по оси $Y$ имеет вид $f(y) = 1 - (2y/b)$. Рассчитать коэффициент использования поверхности ν. (*Ответ*: $\nu = 0{,}75$).

*Решение задачи*

В случае прямоугольной поверхности с размерами $a \times b$ справедлива формула (5.35), которую повторим и здесь:

$$\nu = [1/(ab)]\left(\left|\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} f(x,y)e^{j\psi(x,y)}dydx\right|^2 \Big/ \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} f(x,y)^2\, dydx\right). \tag{5.48}$$

Примем, что функции распределения амплитуд и фаз вдоль осей $Y$ и $X$ независимы, тогда формула (5.48) приобретает вид:

$$\nu = [1/(ab)] \times \left(\left|\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} f1(x)f2(y)e^{j\psi 1(x)}e^{j\psi 2(y)}dydx\right|^2 \Big/ \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}\big(f1(x)f2(y)\big)^2 dydx\right). \quad (5.49)$$

Для синфазной поверхности, когда $\psi 1(x) = \psi 2(y) = 0$, из (5.49) получаем:

$$\nu = [1/(ab)] \times \left(\left|\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} f1(x)f2(y)dydx\right|^2 \Big/ \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}\big(f1(x)f2(y)\big)^2 dydx\right). \quad (5.50)$$

Практические расчеты по приведенным выше формулам удобно производить с применением пакета программ [4]. На рис. 5.25 показано решение настоящей задачи.

**Исходные данные:**

- радиус в долях длины волны $R := 5$
- параметр распределения амплитуды вдоль радиуса $\Delta := 0.316$
- закон распределения амплитуды вдоль радиуса

$$f(\rho) := \left[1 - \left(\frac{\rho}{R}\right)^2 \cdot (1 - \Delta)\right]$$

**Коэффициент использования поверхности (формула 5.47)**

$$\nu := \left(\frac{2}{R^2}\right) \cdot \frac{\left(\left|\int_0^R f(\rho)\cdot\rho\, d\rho\right|\right)^2}{\int_0^R f(\rho)^2\cdot\rho\, d\rho} \qquad \nu = 0.917$$

**Значение КНД (формула 5.46)**

$D := (4\cdot\pi)\cdot\pi\cdot R^2\cdot\nu \qquad D = 905.428$

**Значение КНД в децибелах**

$DdB := 10\cdot\log(D) \qquad DdB = 29.569$

Рис. 5.24. Решение задачи 4

**Исходные данные:**

- размеры поверхности в долях длины волны $a := 10 \quad b := 4$

- распределение амплитуды вдоль стороны a $fa(x) := 1$

- распределение амплитуды вдоль стороны b $fb(y) := 1 - \left(\frac{2 \cdot y}{b}\right)$

**Расчет значения коэффициента использования поверхности**

$$\nu := \left(\frac{1}{a \cdot b}\right) \cdot \frac{\left(\left|\int_{\frac{-a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{\frac{-b}{2}}^{\frac{b}{2}} fa(x) \cdot fb(y)\, dy\, dx\right|\right)^2}{\int_{\frac{-a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{\frac{-b}{2}}^{\frac{b}{2}} fa(x)^2 \cdot fb(y)^2\, dy\, dx} \qquad \nu = 0.75$$

Рис. 5.25. Решение задачи 5

# ГЛАВА 6
# ВЛИЯНИЕ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

## 6.1. Общие сведения о радиоволнах, областях их применения и реальных средах распространения

### 6.1.1. Диапазоны радиоволн — классификация, области применения

Общая шкала электромагнитных волн начинается от нескольких герц и простирается до $10^{22}$ Гц, что соответствует длинам волн от тысяч километров до $10^{-14}$ м. Электромагнитные волны общей шкалы с частотами до $3 \cdot 10^{12}$ Гц (до трех терагерц), распространяющиеся в среде без искусственных направляющих линий, принято называть радиоволнами [1]. В технологиях телекоммуникаций применение нашли радиоволны с частотами от $3 \cdot 10^{3}$ Гц до $3 \cdot 10^{12}$ Гц, что соответствует длинам волн от 100 км до 0,1 мм.

В виду огромного различия значений радиочастот (длин радиоволн) принято выделять их определенные непрерывные полосы. Эти полосы называются диапазонами и имеют условные наименования. По регламенту Международного союза электросвязи (МСЭ) радиоволны разделены на частотные диапазоны от $0{,}3 \cdot 10^{N}$ Гц до $3 \cdot 10^{N}$ Гц, где $N = (4 - 12)$ — номер диапазона. Российский ГОСТ 24375-80 [1] повторяет эту классификацию (табл. 6.1).

В практике эксплуатации технических радиосредств телекоммуникаций, в отечественной учебной и научной литературе сложилась несколько иная классификация диапазонов, согласно которой мириаметровые волны называют сверхдлинными волнами (СДВ), километровые — длинными волнами (ДВ), гектометровые — средними волнами (СВ), декаметровые — короткими (КВ), а все радиоволны с длинами волн короче 10 м относят к ультракоротким волнам (УКВ).

В табл. 6.1 помимо наименований диапазонов и значений радиочастот, наименований и длин радиоволн в справочном порядке указаны области их применения.

Вообще говоря, могут существовать радиоволны на частотах более низких, чем те, которые указаны в табл. 6.1 ($f < 3 \cdot 10^{3}$ Гц), однако технических приложений, в частности, в области телекоммуникаций, они пока не получили. Используемые в современной радиоэлектронике более высокие частоты ($f > 3 \cdot 10^{12}$ Гц) соответствуют волнам оптического диапазона (инфракрасное, видимое и ультрафиолетовое излучение). Свободное распространение волн этого диапазона в рамках настоящего учебного пособия не рассматривается.

Табл.6.1

| Полосы | Радиочастоты | Радиоволны | Применение |
|---|---|---|---|
| $N = 4$ | Очень низкие частоты (ОНЧ), 3 – 30 кГц | Мириаметровые, 10 –100 км | Радионавигация; связь с подводными лодками; геофизика. |
| $N = 5$ | Низкие частоты (НЧ), 30 – 300 кГц | Километровые, 1 – 10 км | Звуковое вещание (радиовещание); радиосвязь. |
| $N = 6$ | Средние частоты (СЧ), 300 – 3000 кГц | Гектометровые волны, 0,1 – 1 км | Звуковое вещание (радиовещание); радиосвязь; радионавигация. |
| $N = 7$ | Высокие частоты (ВЧ), 3 – 30 МГц | Декаметровые волны, 10 – 100 м | Звуковое вещание (радиовещание); радиосвязь. |
| $N = 8$ | Ультравысокие частоты (УВЧ), 30 – 300 МГц | Метровые волны, 1 – 10 м | Телевизионное вещание; звуковое вещание (радиовещание), радиосвязь. |
| $N = 9$ | Очень высокие частоты (ОВЧ), 300 – 3000 МГц | Дециметровые волны, 10 – 100 см | Телевизионное вещание; радиосвязь; мобильная радиосвязь. |
| $N = 10$ | Сверхвысокие частоты (СВЧ), 3 – 30 ГГц | Сантиметровые волны, 1 – 10 см | Спутниковое телевизионное вещание; радиосвязь (спутниковая и наземная); радиолокация; спутниковая радионавигация; беспроводные компьютерные сети. |
| $N = 11$ | Крайне высокие частоты (КВЧ), 30 – 300 ГГц | Миллиметровые волны, 1 – 10 мм | Радиосвязь; радиолокация; радиоастрономия; медицина. |
| $N = 12$ | Гипервысокие частоты (ГВЧ), 300 – 3000 ГГц | Децимиллиметровые волны, 0,1 – 1 мм | Научные исследования. |

### 6.1.2. Естественные среды распространения радиоволн

Радиосвязь – это электросвязь, осуществляемая посредством радиоволн. Введем некоторые определения, следуя [14]. Радиоканал — совокупность технических средств и среды распространения радиоволн, делающих возможным процесс радиосвязи. Радиолиния — радиоканал, обеспечивающий радиосвязь в одном направлении. Радиосеть — совокупность радиолиний, работающих на одной, общей для всех абонентов, группе частот.

Радиоволны возбуждаются передающими антеннами и распространяются в той или иной естественной среде, поэтому среда распространения является неотъемлемой частью любой радиолинии или любой радиосети. Исторически так сложилось, что для большей части технических приложений радиоволн естественной средой распространения является атмосфера Земли.

Научные исследования и практика показали, что на распространение радиоволн влияет в основном часть атмосферы, простирающаяся до 1000 км. До некоторой степени условно в атмосфере можно выделить три области: тропосферу, стратосферу и ионосферу (рис. 6.1).

Тропосфера, самая нижняя область атмосферы, простирается до высот 10…15 км. Стратосфера располагается над тропосферой до высот 50…80 км. Над стратосферой находится ионосфера. Она занимает область околоземного пространства от высоты 80 км до высоты 1000 км.

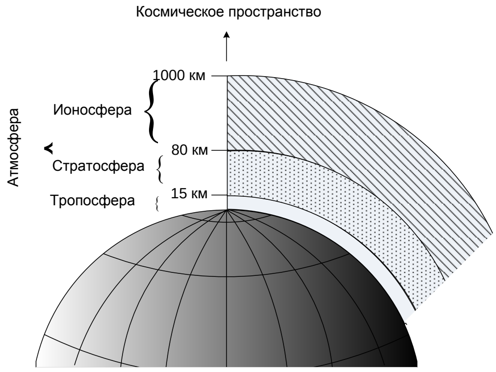


Рис. 6.1. Условные области атмосферы

Если радиоволны используются для связи с космическими аппаратами, то естественной средой их распространения будет не только атмосфера, но и космическое пространство. В технической литературе можно встретить разные определения термина «космическое пространство». Не вдаваясь в тонкости, будем считать космическим пространство за пределами атмосферы.

По аналогии можно говорить о естественной среде распространения радиоволн в виде толщи Земли, включая воду рек, озер, морей и океанов. Вопросы, связанные с распространением радиоволн в толще Земли, в настоящем учебном пособии не рассматриваются. Однако это не означает, что Земля вообще не влияет на процесс распространения радиоволн. Установленный факт — граница раздела между земной поверхностью и воздухом во многих случаях играет очень важную роль в распространении радиоволн (см. раздел 6.3). Полупроводящие свойства земной поверхности приводят к утечке энергии радиоволн в Землю. Из-за сферичности Земли возникает дифракция, то есть рассеяние волны за счет выпуклости земного шара. Различного рода неровности земной поверхности рассеивают и отражают радиоволны, изменяют их поляризацию, создают затенение пункта радиоприема. Более того, участки земной поверхности, находящиеся в непосредственной близости от антенн, могут существенно влиять на их параметры.

Тропосфера и ионосфера, являясь средой распространения радиоволн, характеризуются материальными параметрами: диэлектрической проницаемостью, магнитной проницаемостью и удельной проводимостью. В общем случае значения этих параметров являются функциями координат, времени и частоты распространяющейся волны. Перечисленные выше параметры в значительной степени предопределяют специфику (иначе – механизм) распространения радиоволн.

### 6.1.3. Основные типы радиоволн

В табл. 6.1 приведена классификация радиоволн по диапазонам радиочастот и диапазонам длин радиоволн. Радиоволны принято также классифицировать по механизму их распространения. Данная классификация обусловлена некоторыми специфическими свойствами естественных сред распространения радиоволн. Эти вопросы будут подробнее рассмотрены ниже (см. разделы 6.3 – 6.6). В настоящее время принято выделять четыре регулярных способа распространения радиоволн, которые, в свою очередь, определяют четыре типа радиоволн: прямые, земные, тропосферные и ионосферные.

Прямая радиоволна (допускается иной термин — прямая волна) — это радиоволна, распространяющаяся непосредственно от источника к месту приема. Примеры применения: радиосвязь в свободном пространстве (космосе) между космическими аппаратами (КА) — рис. 6.2; радиосвязь между земной станцией (ЗС) и космическим аппаратом в тех случаях, когда влиянием относительно тонкого слоя атмосферы можно пренебречь — рис. 6.2.

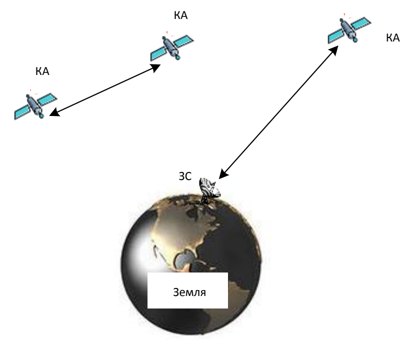



Рис. 6.2. Радиосвязь с использованием прямой радиоволны

Земная радиоволна (допускается иной термин — земная волна) – это радиоволна, распространяющаяся вблизи земной поверхности и включающая прямую волну, волну, отраженную от земли, и поверхностную волну (рис. 6.3).

В определении стандартизованного термина «земная радиоволна» поверхностную волну следует понимать как волну, частично огибающую выпуклость земного шара вследствие явления дифракции. Поскольку земная радиоволна по определению распространяется в непосредственной близости от поверхности Земли, то её часто называют поверхностной. Однако ГОСТ [1] применение такого термина - синонима считает недопустимым. Примеры применения: линии наземной радиосвязи; сети звукового вещания (радиовещания); сети телевизионного вещания.

Земные радиоволны используются в тех случаях, когда радиопередающие и радиоприемные устройства расположены на (или вблизи) поверхности Земли.

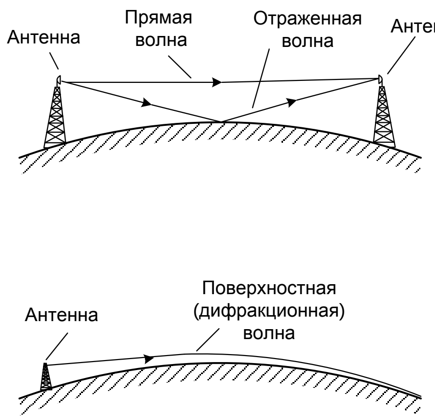



Рис. 6.3. Радиосвязь с использованием земной радиоволны

Тропосферная радиоволна (допускается иной термин — тропосферная волна) — это радиоволна, распространяющаяся между точками на (или) вблизи земной поверхности по траекториям, лежащим целиком в тропосфере. Применение — линии наземной радиосвязи в труднодоступных регионах. Характер траекторий тропосферных радиоволн определяется неоднородностью тропосферы. Кроме общей плавно меняющейся неоднородности в атмосфере всегда присутствуют локальные неоднородности, которые рассеивают энергию радиоволны. Такое рассеяние, с одной стороны, ослабляет поле распространяющейся волны в прямом направлении, а с другой — способствует распространению рассеянной энергии далеко за линию горизонта, что используется в некоторых технологиях телекоммуникаций.

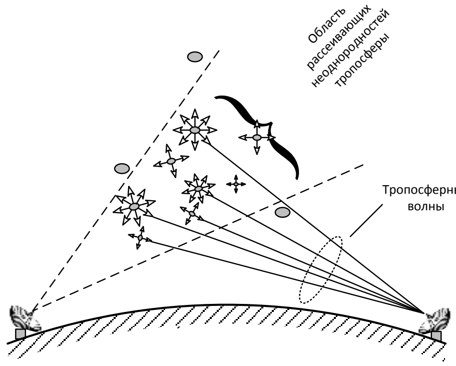



Рис. 6.4. Радиосвязь с использованием тропосферной радиоволны

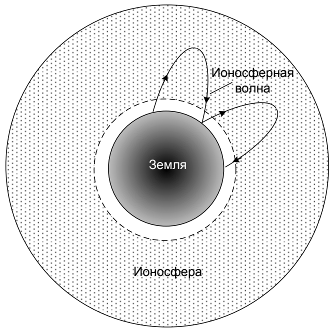



Рис. 6.5. Радиосвязь с использованием ионосферной волны

Ионосферная радиоволна (допускается иной термин — ионосферная волна) – радиоволна, распространяющаяся в результате отражения от ионосферы или рассеяния в ней — рис. 6.5. Примеры применения — линии дальней радиосвязи; сети звукового вещания (радиовещания) для труднодоступных районов. Верхние слои атмосферы (ионосфера) содержат газ в ионизированном состоянии. Волны с частотами ниже 30 МГц испытывают сильное преломление в ионосфере. Траектории распространения этих волн искривляются настолько, что они (волны) возвращаются на Землю.

## 6.2. Распространение радиоволн в свободном пространстве

### 6.2.1. Энергетические соотношения при распространении радиоволн в свободном пространстве

Под свободным пространством в теории распространения радиоволн обычно понимают однородную, безграничную среду, у которой абсолютная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon_а$, абсолютная магнитная проницаемость $\mu_а$, и удельная проводимость $\sigma$ определяются выражениями:

$$\varepsilon_а = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 = \varepsilon_0 = 10^{-9}/(36\pi), \text{Ф/м}, \quad (6.1)$$

$$\mu_а = \mu \cdot \mu_0 = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}, \text{Гн/м}, \quad (6.2)$$

$$\sigma = 0, \text{См/м}. \qquad (6.3)$$

Из этих выражений видно, что в свободном пространстве относительная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 1$, относительная магнитная проницаемость $\mu = 1$. Такая среда является изотропной (свойства среды одинаковы по разным направлениям) и не поглощающей (радиоволны, распространяющиеся в такой среде, не испытывают потерь энергии) [2]. Строго говоря, подобных сред в природе не существует. Однако изучение особенностей распространения радиоволн в свободном пространстве является оправданным и необходимым. Дело в том, что общие свойства электромагнитного поля, определенные для свободного пространства, крайне важны для понимания сущности распространения радиоволн в любой естественной среде.

Именно в свободном пространстве в наиболее полной и точной форме проявляются законы геометрической оптики, знакомые из курса школьной физики. Любое отклонение от условий свободного пространства—например, наличие границы раздела земная поверхность – воздух, городская застройка, структура тропосферы или ионосферы и т.п. — приводит к отклонению волнового процесса от законов геометрической оптики.

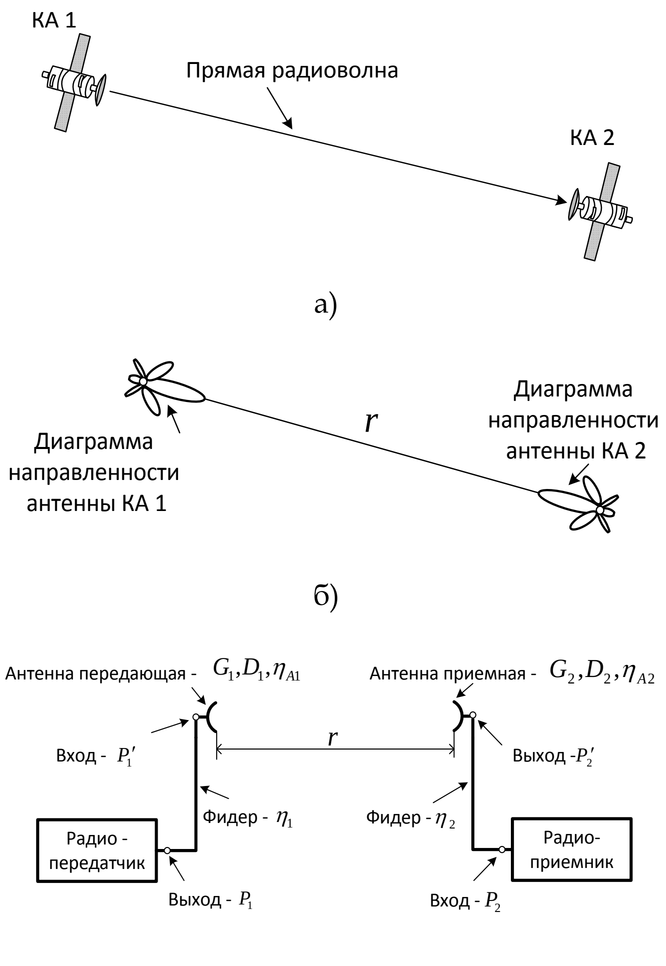



Рис. 6.6. Радиолиния между космическими аппаратами

Следует понимать, что в некоторых случаях распространение радиоволн в атмосфере происходит при отсутствии существенного влияния границы раздела земная поверхность – воздух, городской застройки, а также тропосферы или ионосферы. В таких случаях атмосферу, в первом приближении, можно рассматривать как свободное пространство. Ещё с большим основанием космическое пространство, в силу чрезвычайной разреженности содержащихся в нем частиц, можно также рассматривать как свободное пространство.

Рассмотрим радиолинию между двумя космическими аппаратами КА 1 и КА 2 (рис. 6.6, а). С целью упрощения рассмотрим передачу радиосигналов в одном направлении — от КА 1 в сторону КА 2.

В этом случае радиопередатчик и передающая антенна находятся на КА 1, а приемная антенна и радиоприемник — на КА 2. Такая радиолиния по определению использует прямую радиоволну.

Пусть диаграммы направленности передающей и приемной антенн ориентированы своими максимумами в направлении точек, где расположены соответственно КА 2 и КА 1 (рис. 6.6, б). Говорить о «точках» можно потому, что линейные размеры пространства, занятого каждым КА, несоизмеримо малы в сравнении с расстоянием $r$ между ними.

Энергетические соотношения для рассматриваемой радиолинии удобно рассматривать с помощью обобщенной структурной схемы, приведенной на рис. 6.6 (в). Термин «радиосигнал» будем понимать как сигнал в виде радиоизлучения или сигнал в электрической цепи на частоте радиоизлучения [1].

Введем обозначения, относящиеся к передающей стороне радиолинии (КА 1): $P_1$ – мощность радиосигнала на выходе радиопередатчика, $\eta_1$ – коэффициент полезного действия фидера передающей антенны, $P_1'$ – мощность радиосигнала на входе передающей антенны, $\eta_{A1}$ – коэффициент полезного действия передающей антенны, $D_1$ – коэффициент направленного действия передающей антенны, $G_1$ – коэффициент усиления передающей антенны.

Введем обозначения, относящиеся к приемной стороне радиолинии (КА 2): $P_2$ – мощность радиосигнала на входе радиоприемника, $\eta_2$ – коэффициент полезного действия фидера приемной антенны, $P_2'$ – мощность радиосигнала на выходе приемной антенны, $\eta_{A2}$ – коэффициент полезного действия приемной антенны, $D_2$ – коэффициент направленного действия приемной антенны, $G_2$ – коэффициент усиления приемной антенны.

Выражение, определяющее радиочастотную энергетику при передаче сигналов по радиолинии в условиях свободного пространства, имеет вид [2]:

$$P_2 = (P_1\eta_1\eta_2 G_1 G_2 \lambda^2)/(4\pi r)^2. \quad (6.4)$$

Также без вывода приведем ещё одну весьма важную формулу, позволяющую рассчитать амплитуду напряженности электрического поля в точке приема, зная параметры радиотехнического средства: мощность на выходе передатчика, коэффициент полезного действия фидера передающей антенны и коэффициент усиления передающей антенны. Применительно к рассматриваемой задаче амплитуда напряженности электрического поля в точке, где расположена приемная антенна КА 2, будет определяться выражением:

$$E_m = \sqrt{60P_1\eta_1 G_1}/r = \sqrt{60P_1' G_1}/r. \quad (6.5)$$

### 6.2.2. Потери при передаче в условиях свободного пространства

В теории распространения радиоволн широко используются понятия «потери при передаче» и «основные потери при передаче». Смысл понятия «потери при передаче» рассмотрим на примере рис. 6.6 (в) — это отношение мощности $P'_1$ на входе передающей антенны к мощности $P'_2$ на выходе приемной антенны. Приведенное определение, с учетом обозначения потерь при передаче в условиях свободного пространства как $L_{\text{СВ}}$, позволяет записать:

$$L_{\text{СВ}} = P'_1/P'_2. \tag{6.6}$$

Индекс «св» в обозначении величины $L_{\text{СВ}}$ подчеркивает, что речь идет о потерях при передаче в условиях свободного пространства.

С учетом того, что $P'_1 = P_1\eta_1$, $P'_2 = P_2/\eta_2$,имеем:

$$L_{\text{СВ}} = P'_1/P'_2 = P_1\eta_1\eta_2/P_2. \tag{6.7}$$

В этой формуле потери при передаче выражаются через мощности на выходе радиопередатчика $P_1$ и входе радиоприемника $P_2$. При этом учитываются коэффициенты полезного действия фидеров антенн $\eta_1$ и $\eta_2$.

В предыдущем разделе было приведено выражение (6.4) для $P_2$. Если это выражение подставить в (6.7), то получим:

$$L_{\text{СВ}} = (4\pi r/\lambda)^2/G_1G_2. \tag{6.8}$$

Числитель в формуле (6.8) принято называть «основными потерями при передаче в условиях свободного пространства» и обозначать через $L_{0\text{СВ}}$:

$$L_{0\text{СВ}} = (4\pi r/\lambda)^2. \tag{6.9}$$

Таким образом, $L_{0\text{СВ}}$ — это потери при передаче также в свободном пространстве, но при условии применения изотропных антенн (воображаемых антенн, излучающих радиоволны равномерно по всем направлениям или принимающих радиоволны равномерно со всех направлений). Для таких антенн справедливо равенство:

$$G_1 = G_2 = 1. \tag{6.10}$$

Легко проверить, что подстановка (6.10) в (6.8) приводит к (6.9).

Поскольку абсолютное значение потерь может изменяться в весьма больших пределах, то потери удобно выражать в децибелах. В этом случае формулы (6.8) и (6.9) принимают вид:

$$L_{\text{СВ}}, \text{дБ} = 10\,lg(L_{\text{СВ}}) = \\ 20\,lg(4\pi r/\lambda) - 10\,lg(G_1) - 10\,lg(G_2), \tag{6.11}$$

$$L_{0\text{СВ}}, \text{дБ} = 10\,lg(L_{0\text{СВ}}) = 20\,lg(4\pi r/\lambda). \tag{6.12}$$

Напомним, что основные потери при передаче в условиях свободного пространства характеризуют потери, обусловленные исключительно сферической расходимостью радиоволн.

### 6.2.3. Дополнительные потери при передаче и множитель ослабления в условиях реальной среды

В случае реальных сред, отличных по своим свойствам от свободного пространства, распространяющаяся радиоволна испытывает дополнительные потери при передаче — $L_{ДОП}$. При этом полные потери при передаче $L$ будут определяться произведением:

$$L = L_{\text{св}} L_{\text{доп}}. \quad (6.13)$$

Дополнительные потери возникают, например, при распространении радиоволн над поверхностью Земли, в тропосфере, ионосфере, в условиях городской застройки. Дополнительные потери – это дополнительное ослабление амплитуды напряженности поля по сравнению с её ослаблением в условиях свободного пространства.

Для количественной оценки дополнительного ослабления амплитуды вводят множитель ослабления поля свободного пространства $\tilde{V}$, который везде ниже для краткости будем называть просто множителем ослабления. Множитель ослабления в общем случае является комплексной величиной:

$$\tilde{\mathrm{V}} = \dot{\mathrm{E}}_{\mathrm{mp}} / \dot{\mathrm{E}}_{\mathrm{m0}} = \mathrm{V} \exp(-\mathrm{j}\varphi_V), \quad (6.14)$$

где:

$\dot{E}_{m\text{р}}$ и $\dot{E}_{m0}$ – комплексные амплитуды напряженности поля в точке приема при распространении радиоволны в реальной среде и в свободном пространстве, соответственно;

$V$ и $\varphi_V$ – модуль и фаза множителя ослабления.

В большинстве случаев модуль множителя ослабления $V$ меньше единицы, но иногда (например, при интерференции волн) значение $V$ может и превышать единицу.

Модуль множителя ослабления связан с величиной дополнительных потерь при передаче $L_{ДОП}$ соотношением:

$$L_{\text{доп}} = 1/V^2. \quad (6.15)$$

Если перейти к децибелам, то получим:

$$L_{\text{доп}}, \text{дБ} = -20\, lg(V), \quad (6.16)$$

$$L, \text{дБ} = L_{\text{св}}, \text{дБ} + L_{\text{доп}}, \text{дБ} = L_{\text{св}}, \text{дБ} - 20\, lg(V), \text{дБ}. \quad (6.17)$$

### 6.2.4. Область пространства, существенная для распространения радиоволн

Для дальнейшего знакомства с процессами, присущими распространению радиоволн, важно иметь представление о границах той области пространства, которая эффективно участвует в процессе передачи энергии из одной точки ($A$) свободного пространства в другую точку ($B$) (рис. 6.7). Очевидно, что энергия не может распространяться вдоль тончайшей ниточки $AB$, соединяющей точки $A$ и $B$. Энергия, достигающая пункта приема, распространяется в пределах некоторой ограниченной области, которую называют существенной (иначе, доминантной) для распространения радиоволн в свободном пространстве.

В соответствии с принципом Гюйгенса в момент времени $t$ каждый элемент поверхности сферического фронта волны (рис. 6.7), распространяющегося от первичного источника, может рассматриваться как вторичный источник новой сферической волны. Новый фронт для момента времени $t + \Delta t$ находят как огибающую волновых фронтов от вторичных источников.

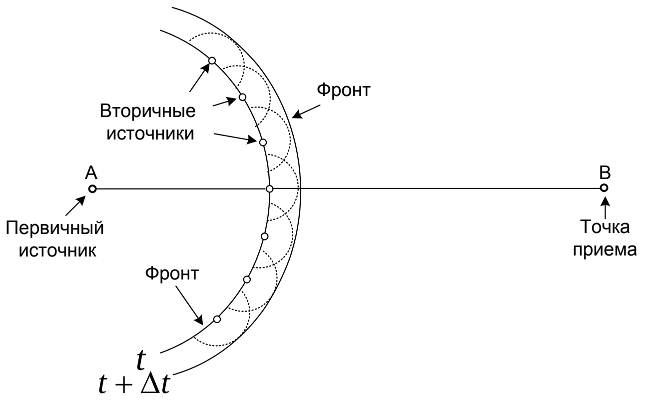



Рис. 6.7. Принцип Гюйгенса

Процесс передачи электромагнитной энергии от точки $A$ к точке $B$ может быть представлен следующим образом (рис. 6.8): в пространстве между точками рассматривается участок волнового фронта, созданного первичным источником, в качестве места расположения вторичных (гюйгенсовских) источников. Каждый вторичный источник создает в точке $B$ поле со своей амплитудой и фазой. Значение фазы пропорционально расстоянию $\rho_i + r_0$:

$$\psi = (2\pi/\lambda)(\rho_i + r_0), \tag{6.18}$$

где $i = 0, 1,2. \dots \dots$

Очевидно, на поверхности волнового фронта можно найти множество концентрических кольцевых областей вокруг прямой $AB$, на границе которых источники посылают в точку приема поля, фазы которых отличаются друг от друга на $\pi$ (на $180^\circ$). Границу такой области с номером $n$ легко определить с помощью следующего равенства:

$$(\rho_n + r_n) - (\rho_0 + r_0) = n \cdot \lambda/2, \tag{6.19}$$

где $n = 1,2,3, \dots..$

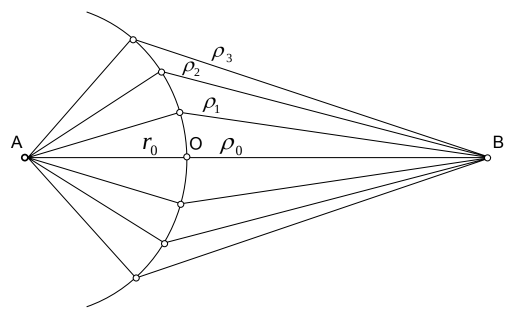



Рис. 6.8. Принцип формирования зон Френеля

В пределах каждой кольцевой области, называемой зоной Френеля, фаза плавно меняется от некоторого значения на её внутреннем радиусе, возрастая на величину $\pi$ на внешнем радиусе. Если учесть, что расстояние между первичным источником и точкой наблюдения велико по сравнению с длиной волны, что в практике распространения радиоволн всегда выполняется, причем и расстояния до фронта волны велики:

$$(2\pi/\lambda)\rho_n \gg 1, (2\pi/\lambda)r_0 \gg 1, \tag{6.20}$$

то амплитуды каждого элемента зоны Френеля, а также при переходе от одной зоны к другой можно считать слабо меняющимися. В графической форме это положение представлено на векторной диаграмме (рис. 6.9).

Вектор напряженности электрического поля, созданного вторичными источниками, расположенными в пределах первой зоны, соответствует $\vec{E}_1$, второй зоны – вектору $\vec{E}_2$, третьей – $\vec{E}_3$ и т.д.

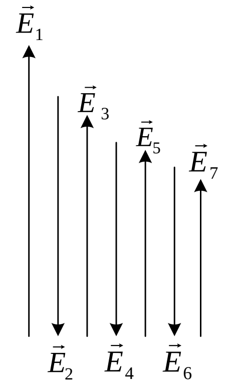



Рис. 6.9. Векторы напряженности электрического поля, соответствующие разным зонам Френеля

Изменение результирующего значения напряженности поля в точке наблюдения, в зависимости от числа учитываемых зон Френеля в формировании поля, изображено графиком на рис. 6.10.

Как можно видеть из графика, максимальное значение напряженности поля имеет место в том случае, когда пространство ограничено размером только первой зоны Френеля. При увеличении размеров области (увеличении числа зон Френеля) наблюдаются осцилляции сигнала в точке приема. При этом амплитуда осцилляций уменьшается из-за увеличения расстояния до точки наблюдения и изменения направленности излучения вторичных источников. В пределе амплитуда поля в точке наблюдения стремится к значению половины амплитуды поля первой зоны Френеля, что и имеет место в свободном пространстве, где число зон Френеля стремится к бесконечности.

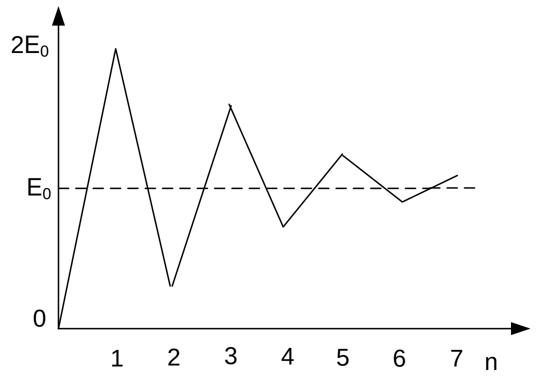



Рис. 6.10. Изменение результирующего значения напряженности поля в точке наблюдения, в зависимости от числа учитываемых зон Френеля в формировании поля

Существенную область обычно ограничивают восемью зонами Френеля ($n = 8$). При таком приближении ошибка в вычислении поля не превышает 16%. Внешний диаметр $n$-ой зоны Френеля определяется соотношением:

$$d_n = 2\sqrt{n\lambda[\rho_0 r_0/(\rho_0 + r_0)]}, \qquad (6.21)$$

где $n = 1, 2, 3 \dots\dots$ – номер зоны Френеля, для которой рассчитывается диаметр.

Важным является вопрос о пространственной форме существенной области. При смещении фронта вдоль осевой линии $AB$ (рис. 6.8) диаметр любой зоны изменяется. Он будет максимален, когда $\rho_0 = r_0$, и уменьшается по мере нахождения фронта волны ближе к точкам $A$ или $B$. Так как разница расстояний $(\rho_n + r_n) - (\rho_0 + r_0) = n \cdot \lambda/2$ постоянна, то концы диаметра любой зоны Френеля прочертят эллипс с фокусами в точках $A$ и $B$. Геометрия рассматриваемой задачи (рис. 6.8) обладает круговой симметрией относительно прямой $AB$. Последнее позволяет утверждать, что распространение радиоволны из точки передачи в точку приема происходит в некоторой области пространства, имеющей форму эллипсоида вращения с фокусами в точках $A$ и $B$. Этот эллипсоид ограничивает существенную область пространства распространения радиоволны.

На практике часто полагают, что при оценке существенной области достаточно ограничиться учетом только первой зоны Френеля ($n = 1$).

В инженерной практике существует понятие минимальной зоны — это центральная часть первой зоны Френеля (круг), которая формирует поле $E = E_0$. Диаметр минимальной зоны определяется выражением:

$$d_{\text{мин}} = 0{,}578 d_1\,, \tag{6.22}$$

где $d_1$ – диаметр первой зоны Френеля, который вычисляется по формуле (6.21) при $n = 1$. Границы минимальной зоны Френеля образуют более вытянутый эллипсоид по сравнению с эллипсоидами, соответствующими любому другому числу учитываемых зон Френеля.

На рис 6.11 показаны сечения существенных областей для $n = 8$ и $n = 1$, а также сечение минимальной области. Все они соответствуют радиолинии протяженностью 10 км и длине волны 30 см в условиях свободного пространства.

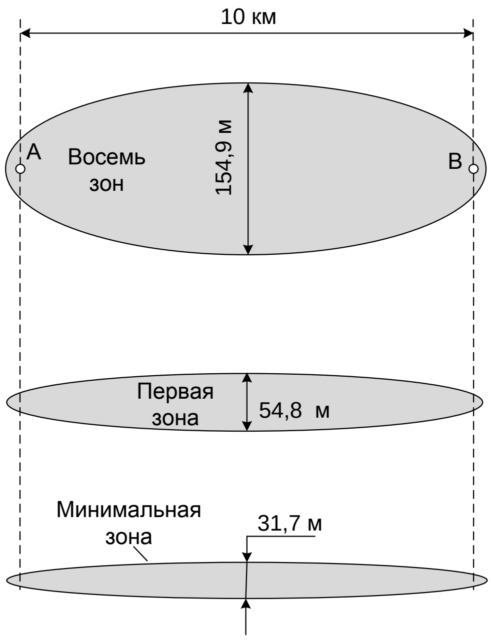


Рис. 6.11. Сечения отдельных зон Френеля

Естественные объекты (горы, холмы, лесные массивы) и объекты искусственного происхождения (здания, мачты, башни), оказавшиеся в области, существенной для распространения радиоволн, вызывают эффект ослабления радиосигнала. Задача проектировщика радиолинии, проходящей в пересеченной местности, заключается в таком выборе местоположения антенн (точки $A$ и $B$), чтобы была обеспечена на всем пути распространения радиоволн «чистота первой зоны Френеля». На рис. 6.12 (а) показан пример неправильного выбора высот – один из объектов (здание) попадает в первую зону Френеля. На рис. 6.12 (б) показано, что увеличение высот антенн позволяет обеспечить чистоту первой зоны Френеля.

Следует понимать, что диаграммы направленности антенн в точках $A$ и $B$ влияют на форму и размеры существенной области. Особенно заметно это проявляется при достаточно узких диаграммах антенн на частотах $f > 300$ МГц.

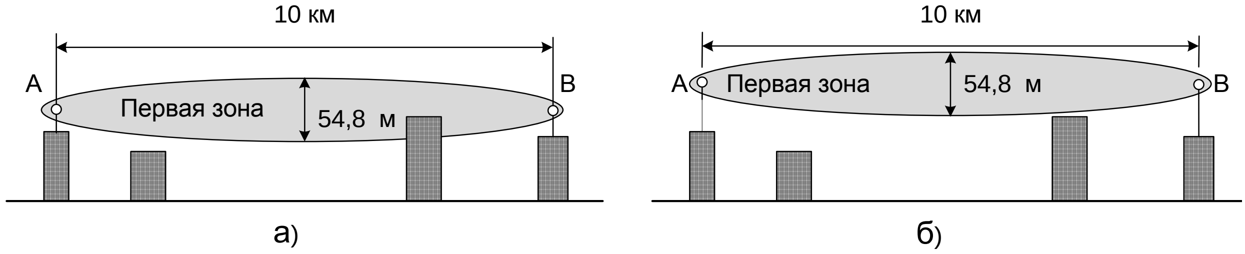



Рис. 6.12. Выбор высот подвеса антенн с учетом чистоты первой зоны Френеля

## 6.3. Влияние земли на распространение радиоволн

### 6.3.1. Особенности процесса распространения радиоволн над Землей

Радиопередающие и радиоприемные устройства технических средств линий наземной радиосвязи расположены на или вблизи поверхности Земли. В этом случае технология радиосвязи реализуется с использованием земных волн. Определение земной волны приведено в разделе 6.1.3.

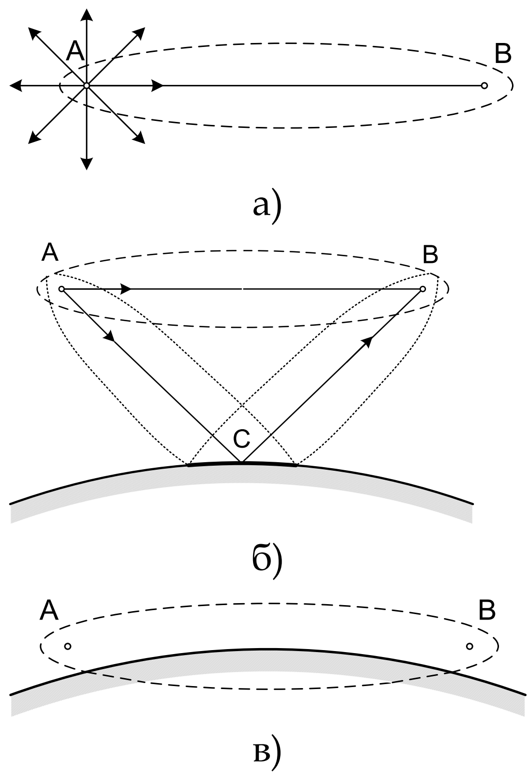



Рис. 6.13. К особенностям распространения радиоволн над Землей

Используем понятие существенной области для уяснения главных особенностей процесса распространения радиоволн над Землей и смысла возможных методов учета её влияния [15].

Само понятие существенной области возникло при рассмотрении радиолинии в свободном пространстве. В этом случае при излучении сферической волны из точки $A$ поле в точке $B$ достаточно полно определяется процессом внутри некоторого эллипсоида вращения, сечение которого обозначено на рис. 6.13 (а) эллипсом. Следует понимать, что в свободном пространстве идентичные эллипсы можно выделить на другом радиальном луче, который исходит из точки излучения $A$ (в этом случае точка наблюдения должна быть также задана на выбранном луче). Однако электромагнитное поле, сосредоточенное в «новом» эллипсоиде, не будут влиять существенно на поле в точке $B$.

Пусть, далее, радиолиния расположена над Землей. При этом возможны разные случаи. Если обе антенны находятся достаточно высоко (рис. 6.13, б), то, очертив существенную область (пунктир), мы отмечаем, что между точками $A$ и $B$ существует прямая волна, распространяющаяся непосредственно от источника к месту приема. Если учитывать только эту волну, то в точке $B$ создается точно такое же поле, которое было бы в отсутствие Земли. Однако в сравнении со случаем свободного пространства (рис. 6.13, а) появилась весьма существенная особенность. Дело в том, что энергия радиоволн, сконцентрированная в эллипсоиде, соответствующем лучу $AC$, повлияет на поле в точке $B$ . Произойдет это за счет отражения радиоволны от поверхности Земли. Сечение «ломаного» эллипсоида соответствует падающей волне (направление $AC$) и волне отраженной (направление $CB$). Это сечение показано на рис. 6.13 (б) точечной линией. Полное поле в точке $B$ складывается, таким образом, из двух составляющих, одна из которых соответствует прямой волне, а другая — отраженной от Земли.

Заметим, что отражение радиоволны, в соответствии с волновой теорией, происходит не в одной точке (в данном случае в точке $C$), а от некоторого достаточно обширного участка поверхности, который называется областью существенной для отражения (на рис. 6.13 (б) он выделен в виде утолщенной линии). Расчет размеров существенной области отражения имеется в [23].

Обратимся теперь к принципиально иному случаю, когда передающая антенна (точка $A$) и приемная антенна (точка $B$) находятся в непосредственной близости от Земли, и существенная область для распространения радиоволн не лежит целиком над Землей (рис. 6.13, в). В этом случае поле в точке $B$ уже нельзя представить как результат наложения прямой и отраженной волн. Простая отражательная трактовка здесь неприменима, и нужна строгая постановка электродинамической задачи о возбуждении тела, имитирующего Землю. Такая задача относится к классу дифракционных.

В общем случае строгий расчет поля земной волны в точке приема с учетом реальных свойств Земли и атмосферы представляет собой чрезвычайно сложную задачу. Для облегчения её решения вводят некоторые упрощения. Во-первых, Землю считают правильным сферическим телом (в реальности земной шар является геоидом — телом, близким по форме к шару). Во-вторых, поверхность Земли считают идеально гладкой и однородной (в этом случае материальные параметры земной поверхности не зависят от пространственных координат). Материальные параметры атмосферы (воздуха) принимают такими же, как и параметры свободного пространства (см. раздел 6.2.1). Необходимые поправки, учитывающие влияние неровностей и шероховатости земной поверхности, в настоящем учебном пособии не рассматривается.

Выше было показано, что особенности распространения земной волны между точками $A$ и $B$ определяются положением области, существенной для

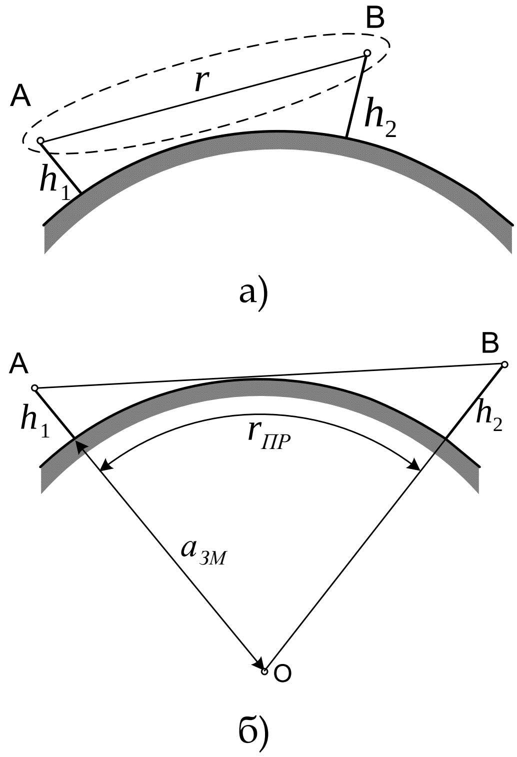



Рис. 6.14. К определению расстояния прямой видимости $r_{ПР}$

распространения радиоволн относительно поверхности Земли. Очевидно, что при заданной длине радиолинии $r$ положение такой области определяется высотами подъема передающей и приемной антенн $h_1$ и $h_2$ (рис.6.14, а).

Вернемся к практически важным случаям, уже рассмотренным в общих чертах. Первый случай – передающая и приемная антенны подняты высоко (в масштабе длины волны) над земной поверхностью (рис. 6.13, б). Это случай так называемых «высоко поднятых антенн». Он характерен при использовании частот 30..300 МГц (ОВЧ) и 300…3000 МГц (УВЧ). Типичными примерами высоко поднятых антенн являются антенны радиорелейных станций прямой видимости, антенны радиотелевизионных передающих станций, антенны базовых станций сотовой связи.

Второй случай — обе антенны расположены в непосредственной близости у поверхности Земли (рис. 6.13, в). Он характерен при использовании частот 0,3…3 МГц (СЧ) и 30…300 кГц (НЧ). Типичными примерами низко расположенных антенн являются антенны радиовещательных станций сетей звукового вещания в указанных диапазонах

При оценке условий распространения земной волны в случае высоко поднятых антенн, когда $h_1 \gg \lambda$ и $h_2 \gg \lambda$, длину радиолинии $r$ часто сравнивают с предельным расстоянием прямой видимости $r_{ПР}$ (рис. 6.14, б). Для высот подвеса антенн на передаче и приеме всегда выполняются неравенства $h_1 \ll a_{ЗМ}$ и $h_2 \ll a_{ЗМ}$, где $a_{ЗМ} = 6370$ км — радиус Земли, поэтому величина $r_{ПР}$, отсчитываемая вдоль поверхности Земли, приближенно равна прямой $AB$, касательной к поверхности.

Из геометрии рис. 6.14, (б) следует, что

$$r_{\text{ПР}} = \sqrt{2a_{\text{ЗМ}}}\left(\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}\right). \quad (6.23)$$

Если $r_{ПР}$ выразить в километрах, $h_1$ и $h_2$ – в метрах, то после подстановки в (6.23) численного значения $a_{ЗМ}$ получим:

$$r_{\text{ПР}} = 3{,}57\left(\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}\right). \quad (6.24)$$

Зону действия земной волны принято делить на области – освещенную область и область тени. Освещенная область — это зона земной поверхности, окружающая передающую антенну и лежащая в границах предельного расстояния прямой видимости ($r < r_{ПР}$). Область тени — это зона на земной поверхности, окружающая передающую антенну и лежащая за границами предельного расстояния прямой видимости ($r > r_{ПР}$). Иногда используют понятие области полутени, для которой справедливо условие ($r \approx r_{ПР}$).

### 6.3.2. Влияние Земли при высоко поднятых антеннах

**Приближение плоской земной поверхности**. Пусть передающая антенна (точка $A$) и приемная антенна (точка $B$) находятся на такой высоте (рис. 6.15, а), что выполняется условие высоко поднятых антенн ($h_1 \gg \lambda$ и $h_2 \gg \lambda$). Если радиолиния имеет небольшую протяженность ($r < 0{,}2r_{ПР}$), то земную поверхность приближенно можно считать плоской. Из материала предыдущего раздела следует, что полное поле в точке $B$ складывается из двух составляющих. Одна из них соответствует прямой волне, прошедшей путь $AB$, а другая — отраженной от Земли волне, прошедшей путь $ACB$.

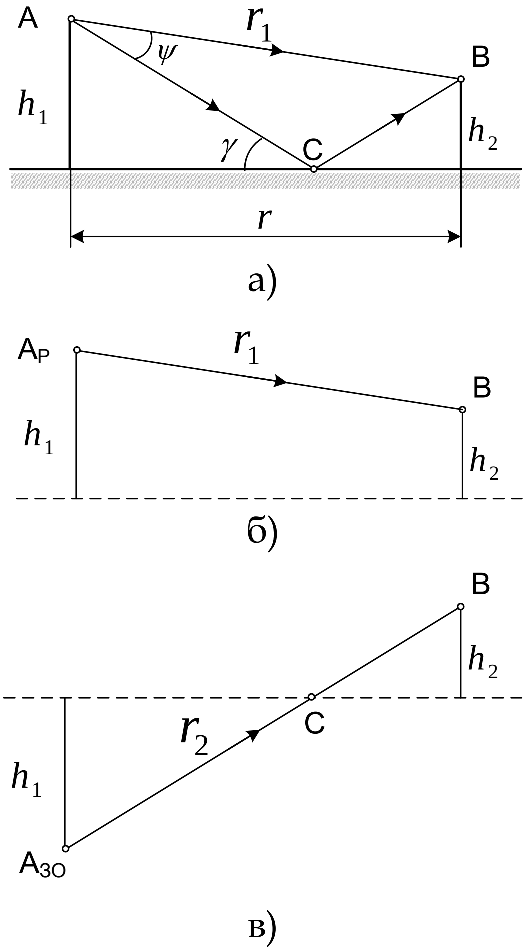



Рис. 6.15. Влияние Земли при высоко поднятых антеннах

Прямая волна распространяется непосредственно от передающей антенны к точке приема. Если учитывать только эту волну, то в точке $B$ создается такое поле, которое было бы в отсутствие Земли (рис. 6.15, б). Выражение для комплексной амплитуды напряженности поля прямой волны можно записать в виде:

$$\dot{E}_m^{\text{ПР}} = (\sqrt{60PG}\ /\ r_1)\mathrm{e}^{-jkr_1}, \qquad (6.25)$$

где:

$P$ – мощность радиосигнала на входе передающей антенны (в точке $A$);

$G$ – коэффициент усиления передающей антенны в направлении максимального излучения (на точку $B$);

$k = 2\pi/\lambda$ – волновое число радиоволны (коэффициент распространения) радиоволны;

$r_1$ – расстояние $AB$.

Сложнее записать выражение для комплексной амплитуды напряженности поля отраженной волны. При падении сферической волны от передающей антенны на реальную земную поверхность часть энергии проникает в поверхностный слой Земли и поглощается в нем, следовательно, напряженности электрических полей отраженной и падающей волн будут иметь разные амплитуды и фазы. Строгое решение задачи определения поля отраженной волны оказывается сложным.

Для приближенного решения используют метод зеркальных отображений. Суть этого метода заключается в замене реальной антенны её зеркальным отображением за поверхностью раздела (точка $A_{3O}$). При этом сама поверхность раздела исключается из рассмотрения (рис. 6.15, в).

Выражение для комплексной амплитуды напряженности поля, создаваемого в точке приема $B$ зеркальным отображением (по сути дела отраженной волной), можно записать в виде:

$$\dot{E}_m^{\text{ОТР}} = \left(\sqrt{60PG}/r_2\right)\tilde{R}\mathrm{e}^{-jkr_2}, \tag{6.26}$$

где:

$r_2$ – расстояние $A_{3O}B = AC + CB$ (рис. 6.15, в);

$\tilde{R} = Re^{j\theta}$ – комплексный коэффициент отражения сферической волны от плоской земной поверхности ($R$ – модуль коэффициента отражения, $\theta$ – фаза коэффициента отражения).

Формулы (6.25) и (6.26) требуют некоторых пояснений. Прежде всего, в настоящем разделе мы ограничились рассмотрением случая, когда выполняются неравенства $r \gg h_1$ и $r \gg h_2$. В этих условиях вертикальный масштаб на рис. 6.15 пришлось для наглядности очень растянуть, поэтому углы на рисунке не отображают действительных значений. В действительности углы $\gamma$ и $\psi$ очень малы и обычно измеряются долями градуса. Направления $AB$ и $A_{3O}B$ в реальности почти совпадают. Именно это обстоятельство позволило предположить при написании формул (6.25) и (6.26), что коэффициенты усиления для обеих антенн имеют одно и то же значение.

В формулах (6.25) и (6.26) $r_1$ – обозначена длина пути $AB$, проходимого прямой волной, а $r_2$ – длина пути $A_{3O}B$, проходимого отраженной волн. Разность длин путей $r_2 - r_1 = \Delta r$. В силу неравенств $r \gg h_1$ и $r \gg h_2$, длина пути $AB$, проходимого прямой волной, очень незначительно отличается от горизонтального расстояния $r$. Следовательно, можно считать $r_1 = r$, а $r_2 = r + \Delta r$.

Учитывая это обстоятельство и подставляя в выражение (6.26) значение $\tilde{R}$, находим:

$$\dot{E}_m^{\text{ПР}} = (\sqrt{60PG}\ /\ r)\mathrm{e}^{-jkr}, \tag{6.27}$$

$$\dot{E}_m^{\text{ОТР}} = \left(\sqrt{60PG}/(r + \Delta r)\right)R\mathrm{e}^{-jk(r+\Delta r)}e^{j\theta}. \tag{6.28}$$

Сравнение формул (6.27) и (6.28) показывает, что поле отраженной волны отличается от поля прямой волны по амплитуде и по фазе. Отличие по амплитуде определяется модулем $R$ комплексного коэффициента отражения и разностью длин путей $\Delta r$ в знаменателе. Отличие по фазе наблюдается вследствие двух причин: во-первых, в результате отставания фазы за счет разности длин путей волн $\Delta r$ и, во-вторых, в результате сдвига фазы при отражении на угол $\theta$.

Во всех практических случаях $\Delta r \ll r$, что позволяет пренебречь значением $\Delta r$ рядом с величиной $r$ в знаменателе (6.28). Однако ни в коем случае нельзя пренебречь значением $\Delta r$ рядом с величиной $r$ в показателе степени.

Учитывая изложенное, для комплексной амплитуды результирующего поля будет справедливо:

$$\dot{E}_m = \dot{E}_m^{\text{ПР}} + \dot{E}_m^{\text{ОТР}} = (\sqrt{60PG}\ / r)\left(1 + Re^{-j(k\Delta r - \theta)}\right)\mathrm{e}^{-jkr}. \qquad (6.29)$$

В выражении (6.29) величины $P, G, r$ обычно известны — они характеризуют радиолинию. Неизвестными величинами являются: $\Delta r$ – разность длин путей, проходимых прямой волной и отраженной, модуль комплексного коэффициента отражения $R$, фазовый сдвиг при отражении $\theta$ (фаза комплексного коэффициента отражения). Можно показать, что

$$\Delta r = r_2 - r_1 \approx 2h_1h_2/r. \qquad (6.30)$$

Для рассматриваемой радиолинии выполняются условия $r \gg h_1$ и $r \gg h_2$. Поэтому сферическую волну, излучаемую передающей антенной, на большом расстоянии, в частности, в окрестности точки $C$, можно считать плоской волной. Это означает, что мы имеем дело с отражением плоской волны от плоской границы раздела двух однородных изотропных сред.

Следует обратить внимание на следующий факт — в формуле (6.29) множитель в первых круглых скобках определяет значение амплитуды прямой волны (волны распространяющейся в воздухе или, что, практически равнозначно, в свободном пространстве). Функция во вторых круглых скобках называется множителем ослабления (6.14). В общем случае это комплексная величина, имеющая модуль и фазу:

$$\tilde{V} = 1 + Re^{-j(k\Delta r - \theta)} = Ve^{-j\varphi_V}. \qquad (6.31)$$

В количественной оценке множителя ослабления ключевую роль играет коэффициент отражения. Следующий раздел содержит сведения по расчету этого коэффициента.

**Коэффициент отражения.** Рассмотрим отражение плоской линейно поляризованной волны от плоской границы раздела двух изотропных сред (рис. 6.16). Первая среда (воздух) характеризуется материальными параметрами свободного пространства: $\varepsilon_{a1} = \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_0 = \varepsilon_0$, $\mu_{a1} = \mu_1 \cdot \mu_0 = \mu_0$, $\sigma_1 = 0$. Вторая среда (земля) имеет параметры: $\varepsilon_{a2} = \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_0$, $\mu_{a2} = \mu_{a1} = \mu_0$, $\sigma_2 \neq 0$.

Для учета проводимости второй среды $\sigma_2$ и длины волны $\lambda$ (частоты) обычно вводится понятие комплексной относительной диэлектрической проницаемости [5]:

$$\tilde{\varepsilon}_2 = \varepsilon_2 - j60\sigma_2\lambda. \qquad (6.32)$$

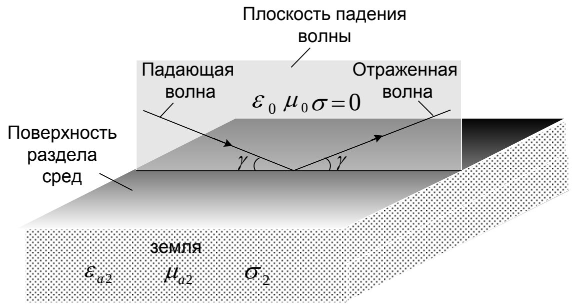



Рис. 6.16. Учет отраженной волны от поверхности раздела сред

На рис. 6.16. не показана преломленная волна, проникающая во вторую среду. Для реальных типов почвы амплитуда преломленной волны существенно меньше по сравнению с амплитудой волны отраженной. По этой причине преломленную волну в подобных задачах, как правило, не учитывают.

Количественно явление отражения характеризуют комплексным коэффициентом отражения. Об этой величине уже шла речь в предыдущем разделе – это комплексный коэффициент отражения $\tilde{R}$, то есть отношение комплексной амплитуды отраженной волны к комплексной амплитуде падающей:

$$\tilde{R} = \dot{E}_m^{\text{ОТР}} / \dot{E}_m^{\text{ПАД}}. \tag{6.33}$$

Подставляя в последнюю формулу выражения комплексных амплитуд в показательной форме, получим:

$$\tilde{R} = \left(\left|\dot{E}_m^{ОТР}\right| e^{j\varphi_{отр}}\right) / \left(\left|\dot{E}_m^{ПАД}\right| e^{j\varphi_{пад}}\right) = \left(\left|\dot{E}_m^{ОТР}\right| / \left|\dot{E}_m^{ПАД}\right|\right) e^{j(\varphi_{отр} - \varphi_{пад})}$$

или

$$\tilde{R} = Re^{j\theta}, \tag{6.34}$$

где:

$R = \left|\dot{E}_m^{\text{ОТР}}\right| / \left|\dot{E}_m^{\text{ПАД}}\right|$ — модуль коэффициента отражения;

$\theta = \varphi_{\text{отр}} - \varphi_{\text{пад}}$ — фазовый угол коэффициента отражения.

Важно помнить — отраженная волна сохраняет тип поляризации волны падающей.

Вывод расчетных формул для определения коэффициента отражения в настоящем учебном пособии не приводится. В [5] показано, что касательные и нормальные составляющие векторов полей на поверхности раздела оказываются различными в зависимости от вида поляризации падающей волны. Поэтому формулы для расчета коэффициента отражения при разных поляризациях падающей волны получаются разными. В общем случае падающую волну можно представить в виде суммы двух волн. Одна из этих волн поляризована горизонтально, другая — вертикально.

У вертикально поляризованной волны вектор $\vec{E}^{ПАД}$ расположен в плоскости падения (рис. 6.17, а). Вертикально поляризованную волну иногда иначе называют параллельно поляризованной.

У горизонтально поляризованной волны вектор напряженности электрического поля $\vec{E}^{ПАД}$ перпендикулярен плоскости падения волны (рис. 6.17, б).

Горизонтально поляризованную волну иногда иначе называют нормально поляризованной.

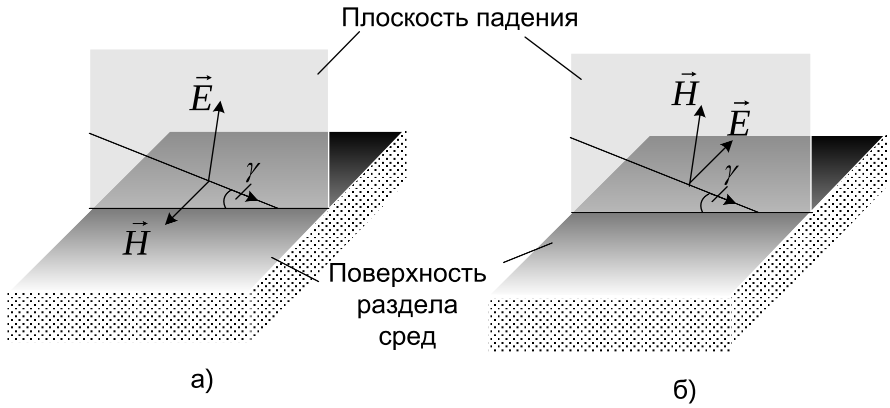



Рис. 6.17. Вертикально (а) и горизонтально (б) поляризованные волны

Выражения для комплексных коэффициентов отражения имеют вид:

$$\tilde{R}_\Gamma = \left(\sin\gamma - \sqrt{\tilde{\varepsilon}_2 - (\cos\gamma)^2}\right)\Big/\left(\sin\gamma + \sqrt{\tilde{\varepsilon}_2 - (\cos\gamma)^2}\right) = R_\Gamma e^{j\theta_\Gamma}, \quad (6.35)$$

$$\tilde{R}_\text{В} = \left(\tilde{\varepsilon}_2\sin\gamma - \sqrt{\tilde{\varepsilon}_2 - (\cos\gamma)^2}\right)\Big/\left(\tilde{\varepsilon}_2\sin\gamma + \sqrt{\tilde{\varepsilon}_2 - (\cos\gamma)^2}\right) = R_\text{В} e^{j\theta_\text{В}}. \quad (6.36)$$

Выражение (6.35) соответствует горизонтально поляризованной волне, выражение (6.36) — вертикально поляризованной.

Обозначим действительную часть $\tilde{R}_\Gamma$ или $\tilde{R}_\text{В}$ через $x$, а мнимую – через $y$. С учетом этих обозначений модули комплексных коэффициентов отражения можно записать в виде:

$$R_{\text{В},\Gamma} = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (6.37)$$

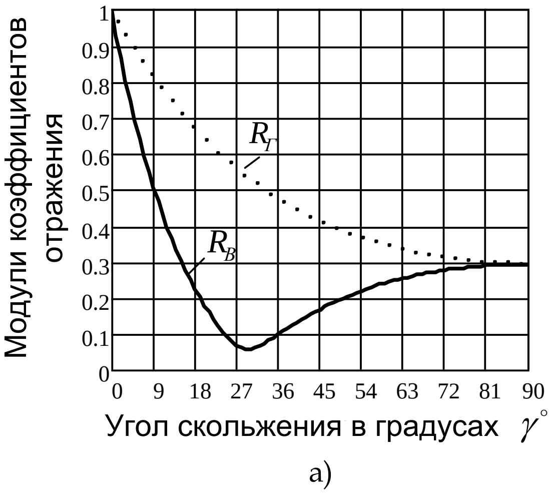
Фазу коэффициента отражения в диапазоне углов от 0 до $2\pi$ можно рассчитать по формуле:

$$\theta_{\text{В},\Gamma} = arctg(y/x) + F(x,y), \quad (6.38)$$

где:

$$\begin{aligned} &F(x,y) = 0 \text{ при } x \geq 0 \text{ и } y \geq 0;\\ &F(x,y) = \pi \text{ при } x < 0 \text{ и } y \geq 0;\\ &F(x,y) = \pi \text{ при } x < 0 \text{ и } y < 0;\\ &F(x,y) = 2\pi \text{ при } x \geq 0 \text{ и } y < 0. \end{aligned} \quad (6.39)$$

На рис. 6.18 приведены результаты расчета модуля и фазы коэффициента отражения в зависимости от значения угла скольжения $\gamma$ (рис. 6.17) для случаев вертикальной и горизонтальной поляризации падающей плоской волны. Исходные данные, использованные при расчетах: волна падает из воздуха (1-ая среда с параметрами $\varepsilon_1 = 1$, $\mu_1 = 1$, $\sigma_1 = 0$.); длина волны $\lambda = 3{,}5$ м; параметры 2-ой среды: $\varepsilon_2 = 3$, $\mu_2 = 1$, $\sigma_2 = 5 \cdot 10^{-3}$ См/м.



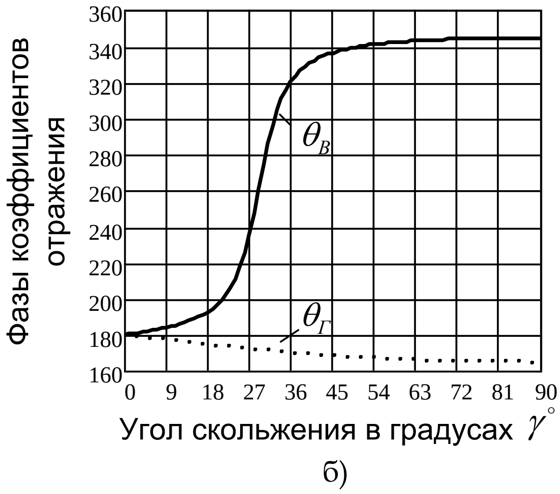




Рис. 6.18. Модули (а) и фазы (б) коэффициентов отражения для волн горизонтальной и вертикальной поляризации

### 6.3.3. Влияние Земли при низко расположенных антеннах

**Приближение плоской земной поверхности.** В разделе 6.3.2 рассматривался случай $h_1 \gg \lambda$ и $h_2 \gg \lambda$, когда поле в точке приема представлялось в виде суммы полей прямой и отраженной от Земли волн. В данном разделе рассматривается случай, когда обе антенны, как на передаче, так и на приеме, расположены либо на поверхности Земли ($h_1 = 0$ и $h_2 = 0$) рис. 6.19 (б), либо на высоте $h_1 \ll \lambda$ и $h_2 \ll \lambda$. Такие высоты наиболее характерны для диапазонов мириаметровых, километровых и гектометровых волн. При подобном расположении антенн интерференционная формула (6.29) дает неправильный результат. В самом деле, при $h_1 = 0$ и $h_2 = 0$, значение угла скольжения $\gamma = 0$, а, как следует из формул (6.35) и (6.36), а также из рис. 6.18, $R_{В,Г} = 1$, $\theta_{В,Г} = 180^\circ$. Подставляя эти значения в (6.29), получаем нулевое значения поля в точке приема, что не соответствует действительности. Отсюда следует вывод, что при низко расположенных антеннах земная волна не может быть разделена на волну прямую и волну отраженную. В данном случае существует единая волна, распространяющаяся вдоль поверхности Земли.

Задача расчета амплитуды напряженности поля такой волны, излучаемой вертикальным элементарным электрическим вибратором, решена более 100 лет назад. Решение для амплитудного значения напряженности поля представляется в виде:

$$E_{ЗМ} = E_\infty V_{ЗМ}(\rho), \tag{6.40}$$

где:

$E_\infty$ — амплитуда напряженности поля, создаваемого вертикальным электрическим вибратором над идеально проводящей плоскостью ($\sigma = \infty$);

$V_{ЗМ}(\rho)$ — модуль множителя ослабления, оценивающий, во сколько раз значение напряженности поля над реальной Землей $E_{ЗМ}$ меньше значения напряженности поля над идеально проводящей плоскостью $E_\infty$ при прочих равных условиях.

Формула (6.40), в частности, величина $E_\infty$, требует некоторых дополнительных пояснений. Прежде всего, рассмотрим простейший случай, когда вертикальный электрический вибратор, расположенный в точке $A$, находится в свободном пространстве (рис. 6.19, а). Если к нему подвести мощность $P$, то значение амплитуды напряженности поля $E_0$ в точке $B$, удаленной на расстояние $r$, будет определяться формулой, справедливой для свободного пространства:

$$E_0 = \sqrt{60PG}/r, \tag{6.41}$$

где:

$G$ – коэффициент усиления вибратора;

$P$ – мощность сигнала на входе вибратора.

Далее усложним задачу, расположив этот же вибратор вертикально на идеально проводящей поверхности (рис. 6.19, б). При той же мощности $P$ значение амплитуды поля в точке $B$, возрастет и будет определяться формулой:

$$E_\infty = \sqrt{120PG}/r. \tag{6.42}$$

Рост значения амплитуды напряженности поля объясняется распределением излученной мощности только в верхнее полупространство. В этом случае плотность потока энергии возрастет в 2 раза, а напряженность поля — в $\sqrt{2}$ раз по сравнению со свободным пространством, то есть $E_\infty = \sqrt{2}E_0$.

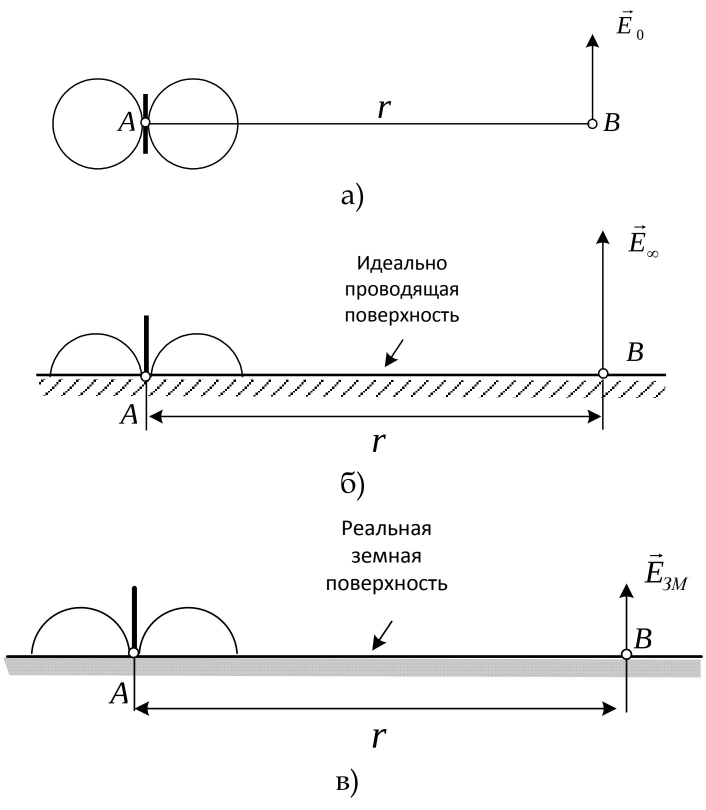



Рис. 6.19. Влияние подстилающей поверхности на диаграмму направленности излучателя

Наконец, рассмотрим вариант расположения вибратора вертикально на реальной земной поверхности (рис. 6.19, в). Приведем без вывода формулу для множителя ослабления $V_{ЗМ}(\rho)$, заимствованную из [2]:

$$V_{ЗМ}(\rho) = \left|1 - j\sqrt{\pi\rho}e^{-\rho} - 2e^{-\rho}\sqrt{\rho}\int_0^{\sqrt{\rho}} e^{x^2}dx\right|, \tag{6.43}$$

где $\rho$ — параметр, называемый численным расстоянием (безразмерная величина) $\rho \approx \pi r/[\lambda|\tilde{\varepsilon}_2|]$;

$\tilde{\varepsilon}_2 = \varepsilon_2 - j60\sigma_2\lambda$ — комплексная относительная диэлектрическая проницаемость земной поверхности (6.32).

Формулу (6.40), в которой $V_{\text{ЗМ}}(\rho)$ определяется через (6.43), принято называть формулой Шулейкина – Ван-дер-Поля. Приближение плоской Земли для применения этой формулы справедливо для расстояний:

$$r < 7 \cdot 10^3\, \lambda^{1/3}. \tag{6.44}$$

**Структура поля вблизи плоской однородной земной поверхности.** Если земная поверхность является идеальным проводником, то вектор напряженности электрического поля, модуль которого определялся формулой (6.42), ориентирован вертикально по отношению к земной поверхности (рис. 6.19, б). Если же земная поверхность не является идеальным проводником, то наблюдается отток электромагнитной энергии радиоволны из атмосферы в толщу Земли, вследствие чего напряженность поля вдоль поверхности раздела непрерывно уменьшается по сравнению с полем над идеально проводящей поверхностью. Строгий анализ показывает, что в действительности вектор электрического поля в каждой точке земной поверхности наклоняется в направлении движения волны (рис. 6.20) и, следовательно, помимо вертикальной составляющей (вектор $\vec{E}_{\text{В}}$) возникает горизонтальная составляющая напряженности поля (вектор $\vec{E}_{\Gamma}$), направленная параллельно земной поверхности. Амплитуда и фаза горизонтальной составляющей определяются материальными (электрофизическими) параметрами земной поверхности. Появление горизонтальной составляющей напряженности электрического поля, отличающейся по фазе от вертикальной составляющей, приводит к тому, что результирующее поле оказывается эллиптически поляризованным в вертикальной плоскости. Полупроводящая земная поверхность существенно изменяет структуру вертикально поляризованного поля не только над земной поверхностью, но и в её толще (горизонтальная составляющая в толще земли на рис. 6.20 не показана).

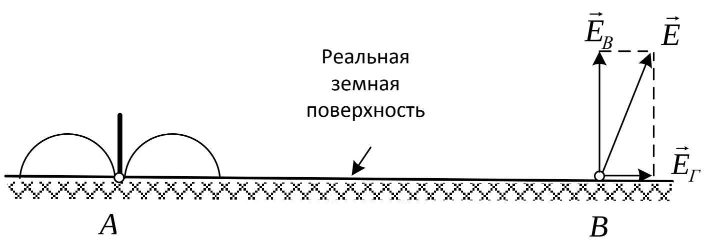



Рис. 6.20. Составляющие напряженности электрического поля на реальной земной поверхности

Для большого значения модуля относительной диэлектрической проницаемости Земли выполняется неравенство:

$$|\tilde{\varepsilon}_2| = |\varepsilon_2 - j60\sigma_2\lambda| = \sqrt{\varepsilon_2{}^2 + (60\sigma_2\lambda)^2} \gg 1. \tag{6.45}$$

Для реальных почв неравенство (6.45) выполняется всегда. При этом, если модуль вертикальной составляющей напряженности электрического поля над земной поверхностью равен $E_B$, то модуль горизонтальной составляющей $E_Г$, обусловленной конечной проводимостью Земли, определяется соотношением:

$$E_{\Gamma} \approx E_{\text{В}} / \left| \sqrt{\varepsilon_2 - j60\sigma_2\lambda} \right| . \quad (6.46)$$

Методика расчета напряженности поля, проникающей внутрь толщи Земли, основана на применении приближенных граничных условий Щукина-Леонтовича [5]. В настоящем учебном пособии эта методика не рассматривается.

**Учет сферичности поверхности Земли в случае низко расположенных антенн.** При оценке условий распространения вблизи и за линией горизонта, то есть в зонах тени и полутени (см. раздел 6.3.1.), нельзя пользоваться ни отражательной трактовкой, ни приближением плоской земной поверхности. Условия распространения земной волны в зонах полутени и тени определяется процессом дифракции волны вокруг выпуклой поверхности полупроводящего земного шара. Строгое решение этой чрезвычайно сложной задачи было получено В.А. Фоком в 1945 г. Однако для инженерной практики применение формул В.А. Фока, как правило, весьма затруднительно. Ассамблея радиосвязи международного союза электросвязи (МСЭ), учитывая сложность расчетов, опубликовала семейство кривых распространения земной волны для ряда типичных значений частот и параметров почвы. Эти кривые и условия их применения можно найти в [16].

## 6.4. Влияние тропосферы на распространение радиоволн

### 6.4.1. Рефракция радиоволн

Как уже отмечалось в разделе 6.1.2, тропосфера – это самая нижняя по высоте область атмосферы, простирающаяся до 10…15 км. Несмотря на сравнительно небольшой слой по сравнению с атмосферой, в тропосфере сосредоточена основная масса всей атмосферы (около 80%) и почти вся масса водяных паров. Кроме того, в тропосфере могут наблюдаться различного рода гидрометеоры (туман, дождь, снег, град), а также частицы пыли, поднятые воздушными течениями с поверхности Земли.

Специфика распространения радиоволн в тропосфере Земли, как и в любой естественной среде, определяется пространственно-временным распределением значений материальных параметров этой среды. Для тропосферы такими параметрами являются: $\varepsilon_A^T = \varepsilon^T \varepsilon_0$ – абсолютная диэлектрическая проницаемость, $\mu_A^T = \mu^T \mu_0$ – абсолютная магнитная проницаемость и $\sigma^T$ – удельная проводимость. В практике исследования распространения радиоволн в тропосфере $\mu^T$ и $\sigma^T$ обычно считают константами: $\mu^T = 1$, $\sigma^T = 0$. Таким образом, параметром тропосферы, зависящим от координат пространства и времени, является относительная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon^T$. Относительная диэлектрическая проницаемость среды связана с её коэффициентом преломления $n^T$ простым соотношением, которое с учетом введенного обозначения $\varepsilon^{\text{T}}$ будет иметь вид:

$$n^{\text{T}} = \sqrt{\varepsilon^{\text{T}}}. \tag{6.47}$$

Значения $n^T$ весьма мало отличаются от единицы и даже у поверхности Земли в разных метеорологических условиях лежат в пределах 1,00024…1,00046. Оперировать такими значениями не всегда удобно, поэтому часто вводят так называемый приведенный коэффициент преломления тропосферы $N^T$, связанный с $n^T$ соотношением:

$$N^{\text{T}} \equiv (n^{\text{T}} - 1) \cdot 10^6. \tag{6.48}$$

Приведенный коэффициент преломления в средних широтах у земной поверхности в зависимости от метеорологических условий принимает значения 240…460. В научной и учебной литературе приведенный коэффициент преломления часто называют иначе – индекс преломления или индекс рефракции.

В большинстве случаев зависимость относительной диэлектрической проницаемости тропосферы от высоты точки наблюдения над земной поверхностью $\varepsilon^T(h)$ близка к экспоненциальной:

$$\varepsilon^T(h) = \Delta\varepsilon^T_{h=0} exp(g^T h/\Delta\varepsilon_0), \tag{6.49}$$

где:

$\Delta\varepsilon^T_{h=0}$ – приземное ($h = 0$) отклонение значения $\varepsilon^T$ от единицы;

$g^T$– вертикальный градиент диэлектрической проницаемости тропосферы у земной поверхности:

$$g^T = d\varepsilon^T(h)/dh. \tag{6.50}$$

Существует понятие «стандартная радиоатмосфера», которая характеризует среднестатистическое, наиболее вероятное состояние тропосферы в умеренных климатических условиях. Для стандартной радиоатмосферы вертикальный градиент диэлектрической проницаемости $g^T = -7{,}85 \cdot 10^{-8}$ 1/м, а $\Delta\varepsilon^T_{h=0} =$ 5,78 $10^{-4}$ Ф/м. Реальные значения $g^T$ и $\Delta\varepsilon^T_{h=0}$ претерпевают сезонные изменения и различны для разных климатических условий.

Прямым следствием плавного изменения диэлектрической проницаемости тропосферы (6.49) является плавное искривление траектории распространения радиоволны — явление рефракции.

Рассмотрим механизм возникновения рефракции, полагая, что значение относительной диэлектрической проницаемости тропосферы определяется формулой (6.49). Для этого разобьем условно всю толщу тропосферы по высоте на большое число сферических, концентричных земной поверхности слоев (рис. 6.21), таких, чтобы в пределах каждого диэлектрическая проницаемость могла рассматриваться как постоянная величина (при этом для первого слоя справедливо $\varepsilon_1^T = \Delta\varepsilon_{h=0}^T$). Тогда в каждом слое траектория волны будет прямолинейной, а при переходе от слоя к слою происходит её преломление. Если число слоев разбиения устремить к бесконечности, то траектория волны превращается в плавную кривую. Кривизна траектории зависит от значения вертикального градиента диэлектрической проницаемости с увеличением высоты над Землей. При этом, если $g^T < 0$, то траектория распространения вдоль земной поверхности обращена выпуклостью вверх, если $g^T > 0$, то траектория обращена выпуклостью вниз. В соответствии с этим различают три вида тропосферной рефракции: положительная рефракция, когда $g^T < 0$ (рис. 6.22, а), нулевая рефракция $-$ $g^T = 0$ (рис. 6.22, б), отрицательная рефракция $-$ $g^T > 0$ (рис. 6.22, в).

Чаще всего на практике приходится встречаться с положительной рефракцией. При этом различают несколько видов положительной рефракции: стандартная рефракция при $g^T = -7{,}85 \cdot 10^{-8}\,1/\text{м}$ (рис. 6.23, а), повышенная рефракция при $g^T < -7{,}85 \cdot 10^{-8}\,1/\text{м}$ (рис. 6.23, б), критическая рефракция при $g^T = -31{,}4 \cdot 10^{-8}\,1/\text{м}$, когда траектория распространения радиоволны параллельна земной поверхности (рис. 6.23, в), сверхрефракция, или волноводная рефракция, при $g^T < -31{,}4 \cdot 10^{-8}\,1/\text{м}$, когда волна за счет рефракции падает на поверхность земли и отражается от неё, далее вновь искривляется и вновь падает на поверхность земли (рис. 6.23, г).

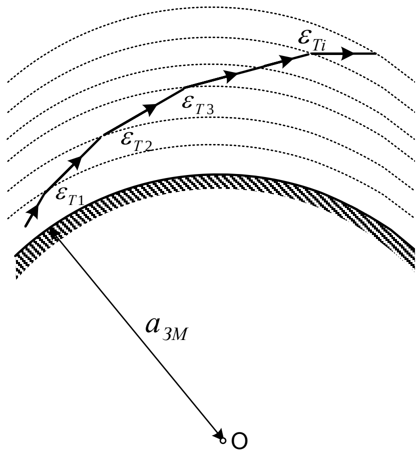



Рис. 6.21. Процесс рефракции радиоволны в тропосфере

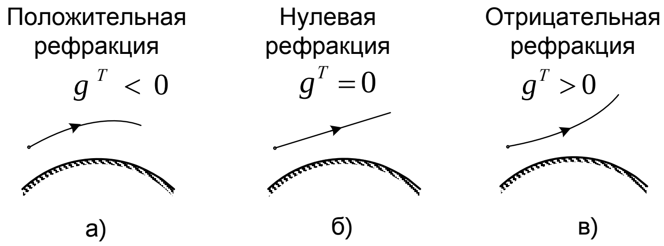



Рис. 6.22. Виды тропосферной рефракции

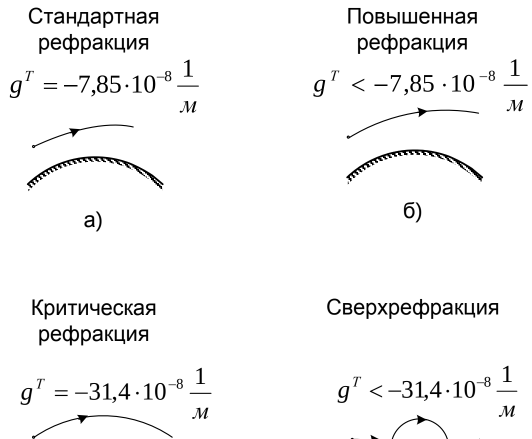



Рис. 6.23. Виды положительной рефракции

Чтобы учесть рефракцию в тропосфере при расчетах напряженности поля в областях освещенности, тени и полутени (см. раздел 6.3.1 и раздел 6.3.2) вместо истинного радиуса Земли $a_{ЗМ}$ вводят эквивалентный радиус $a_Э$:

$$a_Э = a_{ЗМ}/(1 + a_{ЗМ} \cdot g^{Т}/2). \qquad (6.51)$$

С учетом рефракции эквивалентное предельное расстояние прямой видимости $r_{ПРЭ}$ , можно определить из формулы (6.23), заменив $a_{ЗМ}$ на $a_Э$:

$$r_{ПРЭ} = \sqrt{2a_Э}\left(\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}\right). \qquad (6.52)$$

Следует обратить внимание на то, что в случае учета рефракции сами понятия областей освещенности, тени и полутени становятся условными. Точка приема, находящаяся при определенном значении $g^T$, например, в области полутени, при других значениях $g^T$ может оказаться или в области освещенности или в области тени. Это обстоятельство необходимо учитывать при расчетах.

### 6.4.2. Ослабление радиоволн в осадках

Радиоволны при распространении в тропосфере могут проходить сквозь осадки: дождь, град, снег, туман, которые иначе называют гидрометеорами. Они являются причиной дополнительных потерь передачи (дополнительного ослабления) при распространении радиоволн, а, следовательно, и уменьшения напряженности поля в точке приема. Опыт эксплуатации радиосистем передачи показал, что ослабление сигнала в осадках начинает сказываться на частотах $f > 6$ ГГц $(\lambda < 5$ см$)$ и особенно существенно на частотах $f > 10$ ГГц. При этом основное значение имеет ослабление в дожде, а также в тумане и в облаках.

В разделе 6.2.3 уже вводилось понятие множителя ослабления $\tilde{V}$ — формула (6.14). Напомним, что для некоторой точки радиотрассы этот множитель определяется отношением комплексной амплитуды напряженности поля при распространении радиоволны в реальных условиях к комплексной амплитуде напряженности поля в этой же точке при распространении в свободном пространстве. Если тем или иным способом определен модуль множителя ослабления $V = |\tilde{V}|$, то амплитуда напряженность поля вычисляется по формуле:

$$E = \left(\sqrt{60PG}/r\right) \cdot V, \text{ В/м}, \qquad (6.53)$$

где:

$P$ – мощность на входе антенны в ваттах;

$G$ – коэффициент усиления передающей антенны (величина безразмерная);

$r$ – расстояние между точкой передачи и точкой приема (длина радиолинии) в метрах;

$V$ – модуль множителя ослабления (величина безразмерная).

**Ослабление в дожде**. Множитель ослабления радиоволны, распространяющейся в дожде, имеет вид:

$$V_Д = 10^{-\frac{\gamma_Д l_Д}{20}}, \tag{6.54}$$

где:

$\gamma_Д$ – погонное ослабление радиоволны в дожде в децибелах на километр (дБ/км);

$l_Д$ – длина трассы дождя, то есть часть длины трассы радиолинии, приходящаяся на зону дождя, в километрах.

Таким образом, если радиоволна проходит в тропосфере путь $r$ и из этого пути на зону дождя приходится отрезок $l_Д$, то напряженность поля с учетом (6.53) и (6.54) можно рассчитать по формуле:

$$E = \left(\sqrt{60PG}/r\right) \cdot 10^{-\frac{\gamma_Д l_Д}{20}}, \text{ В/м}. \tag{6.55}$$

Во втором множителе произведение $\gamma_Д l_Д$, стоящее в числителе показателя степени, имеет четкий физический смысл – это дополнительные потери при передаче из-за дождя, выраженные в децибелах:

$$L_Д = \gamma_Д l_Д, \text{ дБ}. \tag{6.56}$$

Процедура расчета погонного ослабления прописана в [17]. Соотношение между погонным ослаблением $\gamma_Д$ (дБ/км) и интенсивностью дождя $I_Д$ (мм/ч) описывается степенной функцией:

$$\gamma_Д = k I_Д^{\alpha}. \tag{6.57}$$

Значения коэффициентов $k$ и $\alpha$ являются сложными функциями частоты и зависят от вида поляризации радиоволны. Эти значения для частот от 1 ГГц до 1000 ГГц можно найти в [17]. Усредненные значения указанных коэффициентов для частот 10 ….40 ГГц приведены в табл. 6.2.

Табл. 6.2. Коэффициенты для оценки погонного ослабления в дожде с использованием уравнения (6.57)

| $f$, ГГц | $k$ | $\alpha$ | $f$, ГГц | $k$ | $\alpha$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 0,012 | 1,209 | 26 | 0,17 | 0,967 |
| 12 | 0,024 | 1,161 | 28 | 0,200 | 0,952 |
| 14 | 0,039 | 1,109 | 30 | 0,235 | 0,930 |
| 16 | 0,056 | 1,064 | 32 | 0,271 | 0,915 |
| 18 | 0,074 | 1,042 | 34 | 0,31 | 0,898 |
| 20 | 0,094 | 1,018 | 36 | 0,350 | 0,884 |
| 22 | 0,116 | 1,003 | 38 | 0,392 | 0,869 |
| 24 | 0,142 | 0,979 | 40 | 0,435 | 0,865 |

При использовании формулы (6.55) остается открытым вопрос количественной оценки значения $l_Д$. Дело в том, что распределение интенсивности дождя, как вдоль поверхности Земли, так и по вертикали, отличается существенной неравномерностью. В этой связи вводят понятие эффективной длины трассы $r_{ЭД}$ [18], а дополнительные потери из-за дождя, выраженные в децибелах, рассчитываются по формуле:

$$L_Д = \gamma_Д r_{ЭД}. \tag{6.58}$$

Эффективная длина трассы радиолинии вычисляется путем умножения длины трассы $r$ на коэффициент дальности $k_r$. Таким образом, можно записать:

$$l_Д = r_{ЭД} = k_r r. \tag{6.59}$$

В [18] приведена формула для коэффициента дальности в виде функции двух аргументов – протяженности трассы $r$ и интенсивности дождя $I_Д$:

$$k_r = 1/(1 + 0{,}02857 r e^{0.015 I_Д}). \tag{6.60}$$

Значения коэффициента $k_r$, рассчитанные по формуле (6.60) при различных значениях длины радиолинии и интенсивности дождя приведены в табл. 6.3.

Табл. 6.3. Коэффициент дальности ($k_r$)

| $I_Д$, мм/час | Длина радиотрассы $r$, км | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 |
| 10 | 0,751 | 0,668 | 0,601 | 0,546 | 0,501 | 0,463 | 0,430 |
| 20 | 0,722 | 0,634 | 0,565 | 0,509 | 0,464 | 0,426 | 0,393 |
| 30 | 0,691 | 0.598 | 0,527 | 0,472 | 0,427 | 0,389 | 0,358 |
| 40 | 0,658 | 0,562 | 0,490 | 0,434 | 0,390 | 0,354 | 0,324 |

**Ослабление в тумане.** Следующим по своему значению фактором ослабления радиоволн в осадках является туман. В соответствии с [19], погонное ослабление в тумане можно записать как:

$$\gamma_Т = k_Т M_T, \text{ дБ/км}, \tag{6.61}$$

где:

$\gamma_Т$ – погонное ослабление в тумане (дБ/км);

$k_Т$ – коэффициент погонного ослабления (дБ/км)/(г/м$^3$);

$M_T$ – плотность жидкой воды в тумане, иначе называемая водностью тумана (г/м$^3$).

Плотность жидкой воды в тумане составляет около 0,05 г/м$^3$ при среднем тумане (оптическая видимость 300 м) и 0,5 г/м$^3$ воды при густом тумане (оптическая видимость 50 м). Плотность жидкой воды в туманах в среднем оценивается значением 0,25 г/м$^3$.

Для вычисления значений $k_{\text{Т}}$ в [19] приведена математическая модель диэлектрической проницаемости воды, на основании которой выполнены расчеты $k_{\text{Т}}$ на частотах от 5 до 200 ГГц и при температурах между $-8^{\circ}$С и $20^{\circ}$С.

В табл. 6.4 приведены значения $k_{\text{Т}}$ на частотах от 10 до 40 ГГц при температуре $-8^{\circ}$С. При этой температуре коэффициент погонного ослабления $k_{\text{Т}}$ принимает максимальные значения. В этой же таблице приводятся значения погонного ослабления в тумане $\gamma_{\text{Т}}$ при среднем значении плотности жидкой воды в тумане $M_T = 0{,}25$ г/м$^3$.

Вероятность появления туманов в равнинной местности в холодное время года равна 0,03…0,05, а в теплое время 0,006…0,02. Приземные туманы могут захватывать большие районы, при этом горизонтальные размеры таких туманов могут лежать в пределах нескольких сот километров, а вертикальные от 300 м до 2,3 км.

Табл. 6.4. Коэффициент для оценки погонного ослабления
в тумане ($k_{\text{Т}}$ ) и погонное ослабление в тумане ( $\gamma_{\text{Т}}$)

| $f$, ГГц | $k_{\text{Т}}$, $\frac{(\text{дБ/км})}{\text{г/м}^3}$ | $\gamma_{\text{Т}}$, дБ/км | $f$, ГГц | $k_{\text{Т}}$, $\frac{(\text{дБ/км})}{\text{г/м}^3}$ | $\gamma_{\text{Т}}$, дБ/км |
|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 0,12 | 0,030 | 26 | 0,730 | 0,180 |
| 12 | 0,19 | 0,048 | 28 | 0,830 | 0,208 |
| 14 | 0,260 | 0,065 | 30 | 0,940 | 0,235 |
| 16 | 0,320 | 0,080 | 32 | 1,060 | 0,250 |
| 18 | 0,390 | 0,098 | 34 | 1,190 | 0,296 |
| 20 | 0,470 | 0,118 | 36 | 1,320 | 0,330 |
| 22 | 0,550 | 0,140 | 38 | 1,460 | 0,365 |
| 24 | 0,640 | 0,160 | 40 | 1,600 | 0,400 |

На наземных линиях радиосвязи путь, проходимый волной в тумане ($l_T$) примерно равняется длине трассы радиолинии ($r$). На линиях спутниковой связи Земля – космос или космос – Земля этот путь зависит от угла возвышения траектории $\Delta$ относительно горизонта и вертикального размера тумана $h_T$:

$$r_T(\Delta) = h_{\text{Т}}(1/\sin\Delta), \tag{6.62}$$

где $h_{\text{Т}} \approx 0{,}3 \ldots 2{,}3$ км.

**Ослабление в облачности.** Его оценка достаточно сложна и не рассматривается в рамках настоящего учебного пособия, поэтому ограничимся лишь общими сведениями.

Согласно [19], для получения с заданной вероятностью значения ослабления из-за облачности следует знать статистику общего столбчатого объёма

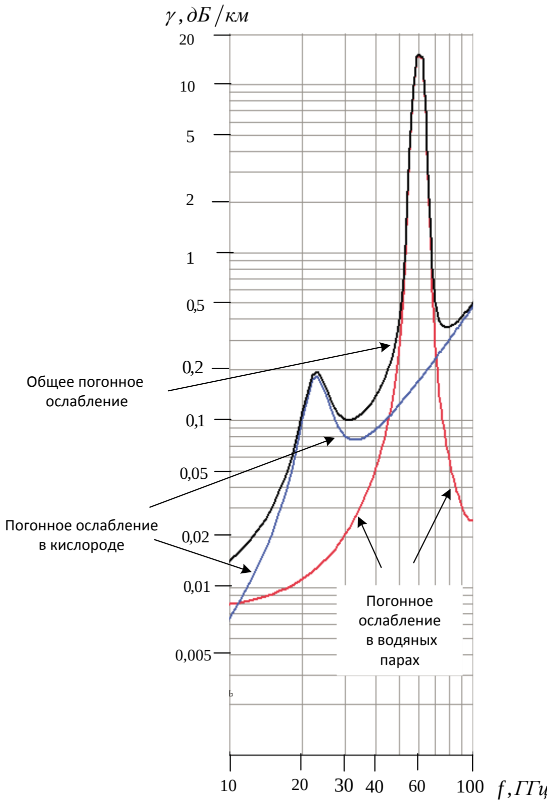



Рис. 6.24. Погонное ослабление в газах

жидкой воды $L_{ОБ}$ (кг/м$^2$), или, что то же самое, количество в миллиметрах влагосодержания для данного места расположения. Годовые значения общего столбчатого объема жидкой воды $L_{ОБ}$ (кг/м$^2$), содержащейся в облаках, превышаемые на 0,1 ….. 99% относительно среднегодовых значений, доступны в форме цифровых карт, размещенных на веб-сайте 3-ей Исследовательской комиссии по радиосвязи МСЭ.

На наземных линиях радиосвязи путь, проходимый волной в облаках ($l_{ОБ}$), примерно равняется длине трассы радиолинии ($r$). На линиях спутниковой связи «Земля – космос» или «космос – Земля» этот путь зависит от угла возвышения траектории $\Delta$ относительно горизонта и вертикального размера облаков $h_{ОБ}$:

$$r_{ОБ}(\Delta) = h_{ОБ}(1/\sin\Delta), \tag{6.63}$$

где $h_{об} \leq 10$ км.

**Ослабление в граде.** Ослабление в граде составляет лишь несколько процентов ослабления в дожде той же интенсивности. Если интенсивность не чрезмерно велика, то ослаблением в граде можно пренебречь.

**Ослабление в снеге.** Ослабление в снеге весьма мало, если снег сухой. Ослабление, вызываемое мокрым снегом, примерно такое же, как в дожде той же интенсивности, однако в отдельных случаях при выпадении крупных хлопьев мокрого снега оно может оказаться большим, чем в дожде. Учитывая, что это явление наблюдается достаточно редко, оно при проектировании линий радиосвязи практически не учитывается.

### 6.4.3. Ослабление в газах

При распространении радиоволн в тропосфере, наряду с потерями при передаче в свободном пространстве, потерями в осадках, имеют место потери при передаче за счет поглощения энергии в газах. Установлено, что основное ослабление поля определяется кислородом и водяным паром.

Процедура расчета погонного ослабления в атмосферных газах приведена в [20]. Там же имеются рассчитанные зависимости погонного ослабления в кислороде — $\gamma_{O_2}$, дБ/км и в водяных парах — $\gamma_{H_2O}$, дБ/км от частоты в диапазоне от 1 до 1000 ГГц при средних метеорологических условиях.

На рис. 6.24 показаны результаты расчета погонных ослаблений для диапазона от 10 до 100 ГГц. Из рисунка видно, что в этом диапазоне водяной пар имеет полосу поглощения с центром вблизи частоты 22 ГГц, а кислород — вблизи 60 ГГц. Если бы на рис. 6.24 были представлены погонные ослабления для частот $f > 100$ ГГц, то у водяных паров можно увидеть ещё две полосы поглощения с центрами вблизи 183 и 320 ГГц, а у кислорода — вблизи 120 ГГц.

В табл. 6.5 приведены значения погонных ослаблений $\gamma_{O_2}$, $\gamma_{H_2O}$ и общее погонное ослабление $\gamma_{\Sigma} = \gamma_{O_2} + \gamma_{H_2O}$ в диапазоне частот от 10 до 40 ГГц.

Дополнительные потери при передаче, обусловленные кислородом и водяным паром, обычно выражаются в децибелах:

$$L_{\Gamma} = \gamma_{H_2O} l_{H_2O} + \gamma_{O_2} l_{O_2}\text{, дБ,} \tag{6.64}$$

где:

$\gamma_{O_2}$ и $\gamma_{H_2O}$ — погонные ослабления в дБ/км вблизи поверхности Земли, соответственно, для кислорода и водяного пара;

$l_{H_2O}$ и $l_{O_2}$ — эффективные длины трасс для водяного пара и кислорода, соответственно.

Табл. 6.5. Погонные ослабления в кислороде ($\gamma_{O_2}$), водяных парах ($\gamma_{H_2O}$) и общее ($\gamma_{\Sigma}$) в дБ/км

| $f$, ГГц | $\gamma_{O_2}$ | $\gamma_{H_2O}$ | $\gamma_{\Sigma}$ | $f$, ГГц | $\gamma_{O_2}$ | $\gamma_{H_2O}$ | $\gamma_{\Sigma}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 0,0070 | 0,007 | 0,014 | 26 | 0,014 | 0,113 | 0,127 |
| 12 | 0,0075 | 0,011 | 0,0185 | 28 | 0,016 | 0,089 | 0,105 |
| 14 | 0,0080 | 0,017 | 0,025 | 30 | 0,018 | 0,080 | 0,098 |
| 16 | 0,0087 | 0,027 | 0,036 | 32 | 0,021 | 0,077 | 0,098 |
| 18 | 0,0094 | 0,050 | 0,0594 | 34 | 0,025 | 0,079 | 0,104 |
| 20 | 0,010 | 0,101 | 0,111 | 36 | 0,029 | 0,082 | 0,111 |
| 22 | 0,011 | 0,177 | 0,188 | 38 | 0,036 | 0,087 | 0,123 |
| 24 | 0,013 | 0.161 | 0,174 | 40 | 0,044 | 0,093 | 0,137 |

Степень общего ослабления электромагнитного поля радиоволны в газах оценивают множителем:

$$V_{\Gamma} = 10^{-\frac{L_{\Gamma}}{20}}. \tag{6.65}$$

В формуле (6.65) значение $L_{\Gamma}$ должно выражаться в дБ.

Таким образом, если радиоволна проходит в тропосфере путь $r$, то амплитуду напряженности поля можно рассчитать по формуле:

$$E = \left(\sqrt{60PG}/r\right)V_{\Gamma},\ \text{В/м}. \tag{6.66}$$

На наземных линиях радиосвязи $l_{H_2O} \approx l_{O_2} \approx r$, где $r$ — геометрическая длина трассы. На линиях спутниковой связи «Земля – космос» или «космос – Земля» радиотрасса проходит через всю толщу тропосферы. На такой трассе распределение кислорода и водяных паров изменяется по высоте. Кроме того, космический аппарат перемещается относительно земной станции. В итоге длина радиотрассы изменяется в зависимости от угла возвышения её траектории Δ относительно горизонта. Представление о значениях потерь передачи на различных частотах при разных углах Δ, справедливые для спокойной тропосферы (без дождя), когда волна проходит всю её толщу, можно получить из табл. 6.6.

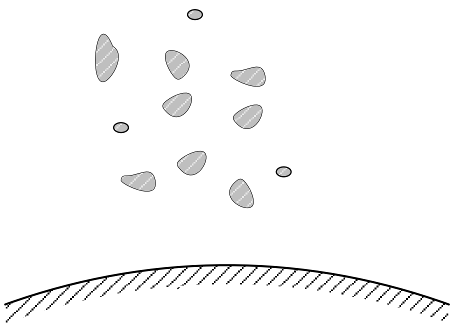
Табл.6.6. Потери передачи на радиолинии, проходящей через толщу спокойной тропосферы

| $f$, ГГц | Потери передачи (ослабление) в дБ | | |
|---|---|---|---|
| | Δ= 90° | Δ= 30° | Δ= 3° |
| 10 | 0,08 | 0,9 | 1,2 |
| 20 | 0,5 | 1,3 | 9,0 |
| 40 | 0,55 | 3,0 | 20 |

### 6.4.4. Рассеяние радиоволн

В разделе 6.4.1 отмечалось, что в большинстве случаев зависимость относительной диэлектрической проницаемости тропосферы от высоты точки наблюдения над земной поверхностью $\varepsilon^T(h)$ близка к экспоненциальной формулу (6.49). Однако эта зависимость не отражает микроструктуры тропосферы, в которой непрерывно происходят сложные турбулентные (вихревые) процессы движения воздушных масс. Вихревое движение порождает в тропосфере возникновение локальных неоднородностей относительной диэлектрической проницаемости. Такие неоднородности представляют собой небольшие объемы воздуха с отличающимися значениями диэлектрической проницаемости. Мгновенная картина распределения неоднородностей в тропосфере схематически показана на рис. 6.25 (а).

Помимо неоднородностей вихревого характера, в тропосфере существуют слоистые неоднородности, вызываемые формированием в тропосфере инверсных слоев, образованием облаков, метеорологическими фронтами и другими процессами. Такого рода неоднородности слоистого характера схематически показаны на рис. 6.25 (б). В реальных условиях вихревые и слоистые неодно-



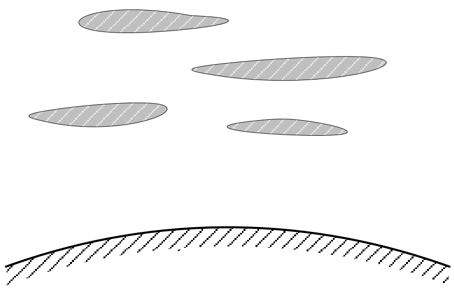




Рис. 6.25. Неоднородности в тропосфере

родности существуют одновременно и в своей совокупности делают тропосферу, с точки зрения распределения диэлектрической проницаемости, а, следовательно, и коэффициента преломления (6.47), средой оптически неоднородной. Важно отметить, что при любой погоде и при любых условиях всегда имеют место неоднородности тропосферы.

Они могут быть более сильно или менее сильно выражены, но они существуют при всех условиях. Это обстоятельство стало ключевым для объяснения механизма распространения радиоволн диапазонов ОВЧ, УВЧ и СВЧ на расстояния, которые значительно превышают предельное расстояние прямой видимости даже с учетом рефракции. Факты подобного распространения были впервые зафиксированы экспериментально в середине прошлого века.

Как вихревые, так и слоистые неоднородности являются источниками рассеяния радиоволн. Процессом рассеяния называют процесс переизлучения электромагнитного поля в неоднородной среде по направлениям, отличным от направления распространения первичного поля. В зависимости от свойств неоднородностей различают два вида рассеяния: некогерентное и когерентное.

Локальные вихревые неоднородности хаотически перемещаются в тропосфере. В этом случае фазы электромагнитных полей, рассеянных отдельными неоднородностями, меняются во времени по случайным независимым законам. Такое рассеяние называют некогерентным.

Слоистые неоднородности формируют поля, изменяющиеся по детерминированному (неслучайному) закону. Такое рассеяние называют когерентным.

Распространение радиоволн в тропосфере на расстояния, превышающие предельное расстояние прямой видимости, называют дальним тропосферным распространением радиоволн (ДТР). Механизм подобного распространения радиоволн обусловлен, в первую очередь, рассеянием радиоволн на неоднородностях коэффициента преломления воздуха. Подобные неоднородности всегда существуют в области тропосферы, нижняя граница которой ограничивается плоскостями, касательными к Земле в точках вблизи расположения передатчика и приемника (рис. 6.26).

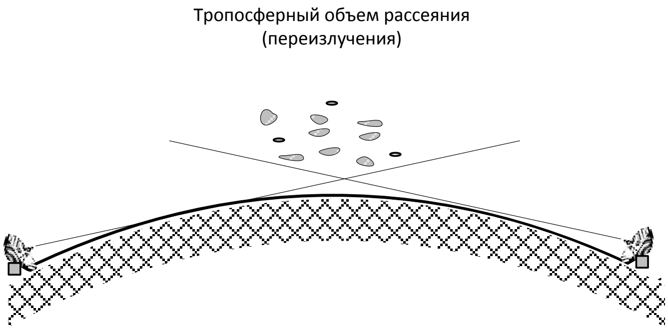



Рис. 6.26. Механизм дальнего тропосферного распространения радиоволн

Реальное поле ДТР формируется в результате как когерентного, так и некогерентного рассеяний. Результирующее поле подвержено замираниям (флуктуациям) во времени и в пространстве (см. раздел 6.7). Распределение амплитуд поля носит характер сложного нестационарного случайного процесса. На радиолиниях ДТР используется диапазон частот от 0,4 до 15 ГГц. Реализуемая длина таких линий до 700 км. Первые линии ДТР применялись в тех случаях, когда строительство радиорелейных линий с интервалами прямой видимости по тем или иным причинам (экономического или технического характера) было нецелесообразно или невозможно: при необходимости преодолеть протяженные водные препятствия, в малозаселенной необжитой местности и т.д.

Интенсивное внедрение спутниковых систем связи резко снизило интерес к стационарным радиолиниям ДТР. Однако создание мобильных тропосферных систем для работы на интервалах, не имеющих прямой видимости, протяженностью до 100 -150 км представляется и сегодня одним из перспективных для ведомственных сетей связи [22]. Обычно приемопередающее оборудование, включая антенны, размещается на передвижной платформе, например, на мощном грузовом автомобиле. Оптимальный диапазон частот для мобильных тропосферных радиолиний лежит в пределах 2…5 ГГц. Большинство выпускаемых мобильных станций тропосферной связи работают в диапазоне 4…5 ГГц.

Энергетический расчет радиолиний ДТР (называемых в последнее время загоризонтными) базируется в основном на статистически обобщенных результатах измерений. Расчет достаточно сложен и не рассматривается в рамках настоящего учебного пособия.

## 6.5. Влияние ионосферы на распространение радиоволн

### 6.5.1. Строение ионосферы

Как уже отмечалось в разделе 6.1.2, ионосфера – это верхняя область атмосферы, находящаяся на высоте приблизительно от 80 до 1000 км. В ионосфере под действием облучения космическими лучами, идущими, в первую очередь, от Солнца, происходит расщепление молекул кислорода и азота на атомы. Кроме того, действует процесс ионизации атомов – отрыв одного или нескольких электронов от атома. В результате ионизации в области ионосферы образуется большое число свободных заряженных частиц – электронов и ионов. Таким образом, ионосфера состоит из смеси газа нейтральных молекул (в основном азота и кислорода) и плазмы – смеси заряженных частиц, несущих отрицательный или положительный заряд. Носителями отрицательных зарядов являются электроны и отрицательные ионы. Носителями положительного заряда являются положительные ионы.

В целом ионосферную плазму на любой высоте можно считать электрически нейтральной. Наряду с ионизацией происходит и обратный процесс исчезновения свободных электронов и положительных ионов вследствие их воссоединения (рекомбинации). Чем медленнее происходит рекомбинация, тем большее число свободных электронов в единице объема. Число $N^{Э}$ свободных электронов в единице объема носит название электронной плотности (электронной концентрации). Специфика распространения радиоволн в ионосфере определяется в основном распределением электронной плотности по высоте.

Экспериментальное изучение ионосферы позволило выявить характерные области повышенной электронной плотности, называемые иногда ионосферными слоями. Ионосферные слои принято обозначать буквами: $D, E, F_1, F_2$. Эти слои являются регулярными. Слои $F_1$, и $F_2$ иногда рассматриваются как единый слой – $F$. В областях $E$ и $F$ спонтанно могут образоваться локальные области повышенной плотности электронов, которые принято называть спорадическими слоями.

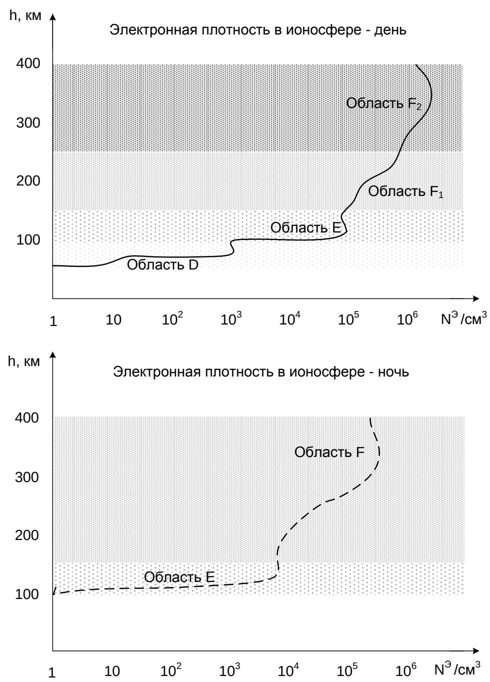



Рис. 6.27. Усредненные распределения электронной плотности по высоте, характерные для дневного и ночного времени

Распределение электронной плотности по высоте зависит от ряда факторов: времени суток (день, ночь), времени года, 11-летнего периода солнечной активности, географических координат. Картины усредненного распределения электронной плотности по высоте, характерные для дневного и ночного времени, изображены на рис. 6.27.

Каждый слой не имеет определенно выраженных верхних и нижних границ. Принято определять границу и полутолщину $z$ слоя – расстояния от нижней границы до максимума электронной плотности. В табл. 6.7 приведены данные для регулярных слоев ионосферы. Для максимальной электронной плотности приведены два значения: наибольшее, наблюдаемое в дневное время, и наименьшее – в ночное время. Также в таблице приведено значение среднего числа столкновений электронов с нейтральными молекулами ионосферы – $\nu$. От значения $\nu$ зависит проводимость ионосферы, а, следовательно, ослабление радиоволн.

Табл. 6.7

| Слой | Высота нижней границы слоя $h$, км | Полутолщина слоя $z$, км | Максимальная электронная плотность в слое $N^Э$, $1/м^3$ | | Число столкновений электронов $\nu$, $1/с$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | День | Ночь | |
| D | 50…60 | – | $8 \cdot 10^9$ | 0 | $10^7$ |
| E | 100…120 | 15…20 | $2 \cdot 10^{11}$ | $2 \cdot 10^9$ | $10^5$ |
| $F_1$ | 160…180 | 20…100 | $4 \cdot 10^{11}$ | $2 \cdot 10^9$ | $10^4$ |
| $F_2$ | 200…250 | 50…300 | $2 \cdot 10^{12}$ | $3 \cdot 10^{11}$ | $10^3$ |

В ночные часы за счет процессов рекомбинации электронов и положительных ионов слои $D$ и $F_1$ исчезают и остаются только слои $E$ и $F$(точнее $F_2$), но их электронная плотность существенно уменьшается.

Компьютерное моделирование ионосферы осуществляется с помощью сложной программы, которая основана на физических законах, определяющих распределение характеристик плазмы в пространстве. В модели также используется статистическое усреднение большого количества измерений, выполненных с помощью ионосферных станций, геофизических ракет, космических аппаратов.

### 6.5.2. Диэлектрическая проницаемость и удельная проводимость ионосферы

Специфика распространения радиоволн в ионосфере, как и в любой естественной среде, определяется значениями макроскопических параметров этой среды. Для ионосферы такими параметрами являются:

- абсолютная диэлектрическая проницаемость

$$\varepsilon_{\text{А}}^{\text{И}} = \varepsilon^{И}\varepsilon_0; \tag{6.67}$$

- абсолютная магнитная проницаемость

$$\mu_{\text{А}}^{\text{И}} = \mu^{И}\mu_0; \tag{6.68}$$

- удельная проводимость $\sigma^{И}$.

В выражении (6.67) величина $\varepsilon^{И}$ – относительная диэлектрическая проницаемость ионосферы, $\varepsilon_0$ – диэлектрическая постоянная. В выражении (6.68) величина $\mu^{И}$ – относительная магнитная проницаемость ионосферы, $\mu_0$ – магнитная постоянная. В практике исследования распространения радиоволн в ионосфере считают $\mu^{И} = 1$. Таким образом, параметрами ионосферы, влияющими на распространение радиоволн, являются $\varepsilon^{И}$ и $\sigma^{И}$.

В настоящем учебном пособии выражения для $\varepsilon^{И}$ и $\sigma^{И}$ приведем без вывода (с выводом можно познакомиться в [2]):

$$\varepsilon^{И} = 1 - (3190 \cdot N^{Э})/(\nu^2 + \omega^2), \quad (6.69)$$

$$\sigma^{И} = 2{,}82 \cdot 10^{-8}[(\nu \cdot N^{Э})/(\nu^2 + \omega^2)], \quad (6.70)$$

где:

$N^{Э}$– число свободных электронов в единице объема - электронная плотность ($1/м^3$);

$\omega = 2\pi f$ – круговая частота (1/с);

$f$ – линейная частота (Гц);

$\sigma^{И}$ – удельная проводимость (См/м);

$\nu$ – число столкновений электронов (1/с).

На достаточно высоких частотах, когда $\omega^2 \gg \nu^2$, выражения для $\varepsilon^{И}$ и $\sigma^{И}$ упрощаются:

$$\varepsilon^{И} \approx 1 - 80{,}8(N^{Э}/f^2), \quad (6.71)$$

$$\sigma^{И} = 7{,}17 \cdot 10^{-10}[(\nu \cdot N^{Э})/f^2]. \quad (6.72)$$

Из табл. 6.7 следует, что максимальное значение $\nu$ наблюдается в ионосферном слое $D$ и имеет порядок $10^7$, 1/с. Упрощенные формулы (6.71) и (6.72) можно использовать для частот выше примерно 3 МГц, то есть в диапазонах ВЧ, ОВЧ, СВЧ и КВЧ.

### 6.5.3. Основные свойства ионосферы

Рассмотрим основные свойства ионосферы, вытекающие из формул (6.69) и (6.71). Материал настоящего раздела во многом заимствован из [2].

Формула для $\varepsilon^{И}$ показывает, что относительная диэлектрическая проницаемость ионосферы:

а) всегда меньше единицы ($\varepsilon^{И} < 1$), то есть меньше относительной диэлектрической проницаемости свободного пространства;

б) зависит от электронной плотности $N^{Э}$ и частоты столкновений электронов с нейтральными молекулами $\nu$ (табл. 6.7); значения $N^{Э}$ и $\nu$ претерпевают пространственные и временные изменения, следовательно, ионосфера является неоднородной средой;

в) зависит от частоты $f$, то есть ионосфера является диспергирующей средой; с повышением частоты свойства ионосферы приближаются к свойствам свободного пространства ($\varepsilon^{И} \to 1$); практически основное влияние ионосферы на условия распространения радиоволн наблюдается на частотах ниже 100 МГц;

г) может принимать нулевые значения, если частота поля радиоволны $f$ будет равна так называемой собственной частоте ионосферной плазмы $f_0 = \sqrt{80{,}8 \cdot N^Э}$;

д) на частотах $f < f_0$ относительная диэлектрическая проницаемость ионосферы принимает отрицательные значения ($\varepsilon^И < 0$).

На рис. 6.28 (а) показано характерное изменение электронной плотности по высоте, а на рис. 6.28 (б) показано качественное изменение $\varepsilon^И$ ионосферного слоя по высоте $h$ для трех частот, удовлетворяющих условию $f_3 < f_2 < f_1$. Видно, что на всех частотах относительная диэлектрическая проницаемость сначала уменьшается, а затем, выше максимума электронной плотности, возрастает с высотой. Для некоторой частоты $f_3$ на высотах от $h_1$ до $h_2$ значения $\varepsilon^И$ отрицательны. Распространение радиоволны с частотой $f_3$ в указанном интервале высот невозможно. Это объясняется тем, что коэффициент распространения $k = 2\pi f_3 \sqrt{\varepsilon^И \varepsilon_0 \mu_0}$ при $\varepsilon^И < 0$ и отсутствии потерь становится величиной чисто мнимой. Следовательно, амплитуда поля убывает по экспоненциальному закону, а волновой процесс разрушается.

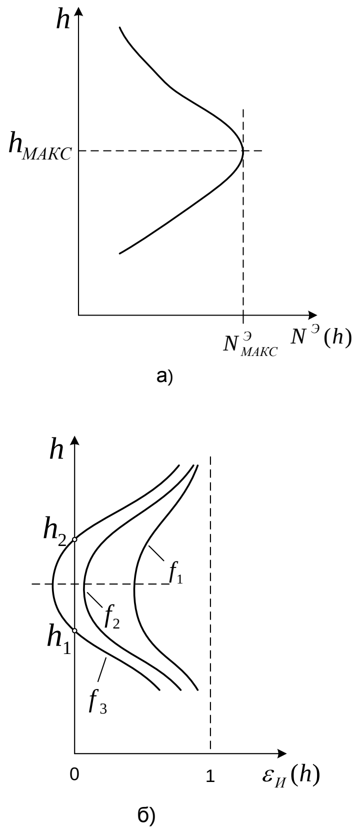



Рис. 6.28. Характерное изменение электронной плотности ионосферы по высоте

Для определенности по формуле (6.71) рассчитаем относительную диэлектрическую проницаемость $\varepsilon^И$ ионосферного слоя $E$ ($N^Э = 2 \cdot 10^{11}$, 1/м$^3$) и слоя $F_2$ ($N^Э = 2 \cdot 10^{12}$, 1/м$^3$) для частоты $f = 10$ МГц, принадлежащей диапазону ВЧ (3...30) МГц. После проведенных вычислений имеем $\varepsilon^И = 0{,}84$ для слоя $E$ и $\varepsilon^И = -\,0{,}616$ для слоя $F_2$. Результаты расчета показывают, что радиоволна с частотой $f = 10$ МГц может распространяться в слое $E$, но не может распространятся в слое $F_2$. Согласно закону сохранения энергии, от слоя $F_2$ волна должна отразится и поменять направление распространения.

Формулы (6.70) и (6.72) для удельной проводимости в совокупности с данными табл. 6.7 (значения $N^Э$ и $\nu$) позволяют говорить о следующем:

а) удельная проводимость прямо пропорциональна произведению $\nu \cdot N^Э$, которое принимает максимальное значение в ионосферном слое $D$ и нижней части слоя $E$; учитывая, что слой $D$ существует только в дневное время, можно утверждать – проводимость, а, следовательно, и потери передачи (ослабление) в ионосфере в дневное время больше, чем в ночное;

б) удельная проводимость, характеризующая потери в процессе распространения радиоволн в ионосфере, обратно пропорциональна частоте; последнее означает, что с ростом частоты потери в ионосфере уменьшаются; практически потери передачи в ионосфере малы на частотах выше 100 МГц;

в) при выполнении условия $\omega^2 \ll \nu^2$ удельная проводимость, а, следовательно, и потери при передаче (ослабление) при распространении радиоволны, практически не зависят от частоты; такая ситуация характерна для диапазонов НЧ (300….3000) кГц и ОНЧ (30…300) кГц.

Результаты научных исследований структуры ионосферы показали, что её диэлектрическая проницаемость и удельная проводимость зависят от напряженности постоянного магнитного поля Земли. В результате такой зависимости ионосфера приобретает свойства анизотропной среды – значения $\varepsilon^{\text{И}}$ и $k$ определяются направлением распространения радиоволны.

Определение параметров анизотропной ионосферы является весьма сложной задачей, которая в настоящем учебном пособии не рассматривается. Отметим лишь, что под влиянием магнитного поля возникает явление двойного лучепреломления, когда электромагнитная волна расщепляется на две – обыкновенную и необыкновенную, распространяющиеся по разным траекториям с различными скоростями и испытывающие разные потери (ослабления).

### 6.5.4. Формирование траектории радиоволн в ионосфере

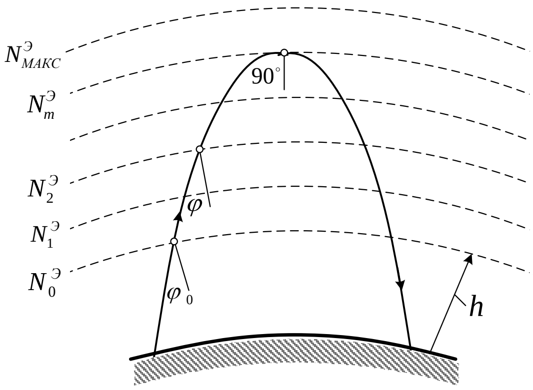



Рис. 6.29. Формирование траектории радиоволн в ионосфере

По отношению к радиоволнам, излучаемым наземной антенной и попадающим в ионосферу снизу вверх (рис. 6.29), ионосфера ведет себя как среда с постепенно изменяющимися значением электронной плотности $N^{\text{Э}}$. На рис. 6.29 пунктиром показаны уровни одинаковых значений электронной плотности. Нижний индекс в обозначении электронной плотности соответствует заданному уровню. Например, уровень $N_0^{\text{Э}} = 0$ на высоте $h$ отвечает нижней границе отражающего слоя, уровень $N^{\text{Э}}_{\text{МАКС}}$ — максимальному значению электронной плотности в слое.

Качественное изменение электронной плотности по высоте показано на рис. 6.28 (а). Относительная диэлектрическая проницаемость ионосферы $\varepsilon^{\text{И}}$, как было показано в разделе 6.5.3, меняется в пределах толщи атмосферы (рис. 6.28, б). Принципиально важным является тот факт, что для некоторой фиксированной частоты значение функции $\varepsilon^{И}(h)$ сначала уменьшается, а затем на высотах, превышающих высоту расположения уровня максимальной электронной плотности, возрастает.

Учитывая известную связь между коэффициентом преломления любой среды $n$ и её относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon$ в виде $n = \sqrt{\varepsilon}$, для ионосферы будет справедливо [2]:

$$n^{И}(N^{Э}) = \sqrt{\varepsilon^{И}(N^{Э})} = \sqrt{1 - 80{,}8(N^{Э}/f^2)}. \qquad (6.73)$$

Из (6.73) следует, что для фиксированной частоты $f$ коэффициент преломления определяется электронной плотностью.

О траектории радиоволны, показанной на рис. 6.29 обычно говорят в приближении геометрической оптики – луч входит в ионосферу и на некоторой высоте отражается от неё. В действительности всё гораздо сложнее. Во-первых, за счет явления ионосферной рефракции, луч отклоняется от прямолинейной траектории. Во-вторых, имеет место явление полного внутреннего отражения в неоднородной среде с плавно уменьшающимся коэффициентом преломления. Попадающий в такую среду луч движется по криволинейной траектории, в каждой точке которой выполняется условие:

$$\sin\varphi \cdot n = const, \qquad (6.74)$$

где:

$\varphi$ – угол падения, характеризующий направление прихода волны в данную точку;

$n$ – коэффициент преломления в этой точке.

Для точки траектории, где волна из свободного пространства входит в ионосферу, имеем: угол $\varphi = \varphi_0$, электронная плотность $N_0^{Э} = 0$, коэффициент преломления $n_0^{И} = 1$. Таким образом, можно записать:

$$\sin\varphi \cdot n = \sin\varphi_0 \cdot 1. \qquad (6.75)$$

В точке вершины траектории, где луч испытывает поворот: $\varphi = 90^\circ$, $N^{Э} = N_m^{Э}$, $n_m^{И} = \sqrt{1 - 80{,}8(N_m^{Э}/f^2)}$. Следовательно, можно записать

$$\sin\varphi \cdot n = \sin 90^\circ \cdot \sqrt{1 - 80{,}8(N_m^{Э}/f^2)}. \qquad (6.76)$$

Принимая во внимание (6.74), можно приравнять правые части (6.75) и (6.76) и получить:

$$\sin\varphi_0 \cdot 1 = \sqrt{1 - 80{,}8(N_m^{Э}/f^2)}. \qquad (6.77)$$

Выражение (6.77) представляет собой условие поворота луча у m-го уровня электронной плотности. Следует обратить внимание на то, что поворот луча и соответствующее ему отражение радиоволны от ионосферы происходит не от её нижней границы с воздухом ($N_0^{Э} = 0$) и не от границы максимальной электронной плотности ($N_{МАКС}^{Э}$), а на некоторой высоте в её толще. Уровень электронной плотности, при котором обеспечивается поворот (отражение), отвечает условию $N_0^Э < N_m^Э < N_{МАКС}^Э$. Заметим, что если условие поворота радиоволны (6.77) не выполняется вплоть до высоты максимальной электронной плотности, то волна в сторону Земли не отразится, а уйдет в космическое пространство.

Если решить уравнение (6.77) относительно $f$, то можно записать:

$$f = \sqrt{(80{,}8 \cdot N_m^Э)/(\cos\varphi_0)^2}. \tag{6.78}$$

Из этой формулы следует, что чем выше электронная плотность $m$-го уровня, тем больше частота, при которой траектория радиоволны испытывает поворот (полное внутренне отражение) на этом уровне. Обозначая через $N_{МАКС\,F_2}^Э$ максимальное значение электронной плотности ионосферного слоя $F_2$, находим максимальную (предельную) частоту, при которой радиоволна, падающая на ионосферу под углом $\varphi_0$, может отразиться от этого слоя:

$$f_{ПРЕД} = \sqrt{(80{,}8 \cdot N_{МАКС\,F_2}^Э)/(\cos\varphi_0)^2} \approx \left(9\sqrt{N_{МАКС\,F_2}^Э}\right)/\cos\,\varphi_0. \tag{6.79}$$

При данном значении угла $\varphi_0$ радиоволны на частотах, превышающих $f_{ПРЕД}$, не отражаются – они пронизывают ионосферу насквозь, как это показано на рис. 6.30 для частот $f_5$ и $f_6$.

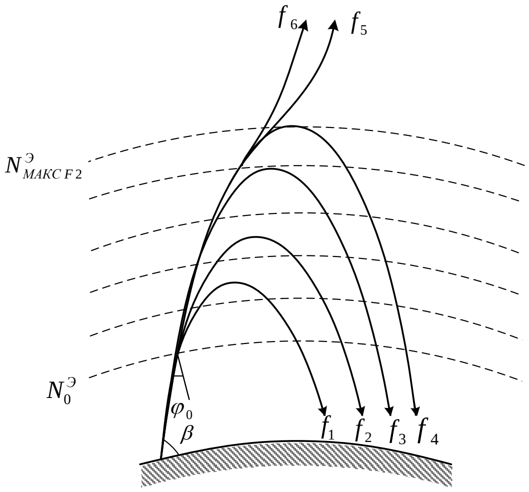



Рис. 6.30. Формирование траектории радиоволн в ионосфере в зависимости от частоты

Чем меньше частота радиоволны (на рисунке $f_1 < f_2 < f_3 < f_4 < f_5 < f_6$), тем ниже уровень электронной плотности, от которого радиоволна этой частоты отражается. Через $f_4$ обозначена предельная частота радиоволны, которая способна изменить свою траекторию так, чтобы вернуться на Землю. Радиоволны частот $f_5 > f_4$ и $f_6 > f_4$ проходят через ионосферу и от неё не отражаются.

Предельная частота $f_{ПРЕД}$ для вертикального направления падающей радиоволны получила название критической частоты. Из (6.79) следует:

$$f_{КР} = f_{ПРЕД,\,\varphi_0=0} \approx 9\sqrt{N_{МАКС\,F_2}^Э}. \tag{6.80}$$

Сопоставление выражений (6.79) и (6.80) показывает, что предельная и критическая частоты связаны между собой соотношением, которое принято называть законом секанса:

$$f_{ПРЕД} = \frac{f_{КР}}{\cos\,\varphi_0} = f_{КР} \cdot \sec\varphi_0. \tag{6.81}$$

При расчете радиолиний диапазона ВЧ (3…30) МГц удобнее оперировать не углом падения $\varphi_0$, а углом возвышения (углом места) $\beta$ и расстоянием между передающей и приемной антеннами. Это расстояние для краткости называют скачком радиоволны, а определенную для заданного скачка и заданной высоты ионосферного слоя предельную частоту $f_{\text{ПРЕД}}$ — максимально применимой частотой (МПЧ). Так, наибольший скачок для слоя $F_2$ равен 4000 км, а соответствующую ему максимально применимую частоту обозначают $f_{\text{МПЧ}-4000}$, критическая же частота обозначается $f_{\text{МПЧ}-0}$.

Следует обратить внимание на очень важное обстоятельство – радиоволны, испытавшие отражение в ионосфере, достигают поверхности Земли и отражаются от неё, повторяя свой путь вперед за счет многократных отражений от ионосферы и земли.

В общем случае МПЧ зависит от длины трассы, высоты отражения от ионосферы, закона распределения электронной плотности слоя по высоте и критической частоты слоя. По условиям необходимости отражения от заданного слоя ионосферы рабочая частота $f_{\text{р}}$ в диапазоне ВЧ (3…30 МГц) не должна превышать МПЧ, то есть должно выполняться условие $f_{\text{р}} \leq$ МПЧ.

Нижняя граница рабочих частот определяется с учетом того, что с уменьшением частоты увеличивается удельная проводимость ионосферы (см. формулу (6.72)), и, соответственно, увеличивается поглощение энергии радиоволны. В результате уменьшается напряженность поля и ухудшается качество приема. Наименьшая частота, при которой качество приема снижается до минимально допустимого уровня, называется наименьшей применяемой частотой (НПЧ).

В конечном счете рабочая частота $f_{\text{р}}$ выбирается так, чтобы выполнялось условие:

$$\text{НПЧ} \leq f_{\text{р}} \leq \text{МПЧ}. \tag{6.82}$$

В практических случаях для связи используется оптимальная рабочая частота (ОРЧ), которая выбирается на 15% меньше МПЧ. Суточные и сезонные изменения состояния слоев ионосферы вызывают необходимость смены рабочих частот, так как изменяются НПЧ, МПЧ. Для качественной работы радиолиний ВЧ диапазона в непрерывном режиме необходима периодическая смена рабочих частот (длин волн) в соответствии с частотным (волновым) расписанием.

Для практического расчета напряженности поля в точке приема на радиолиниях с ионосферными волнами необходимо располагать ионосферной картой поглощающих областей или суточным ходом критических частот этих областей и суточным ходом действующих высот отражающей области.

В настоящем учебном пособии методика расчета ионосферных радиолиний не приводится. Краткое изложение сущности методики можно найти, например, в [22].

## 6.6. Влияние городской застройки на распространение радиоволн

### 6.6.1. Город – специфическая среда распространения радиоволн

До сих пор мы рассматривали распространение радиоволн в естественных средах: свободном пространстве, воздушном пространстве вблизи поверхности Земли, тропосфере и ионосфере. Город, с точки зрения взаимодействия радиоволн с городской застройкой, представляет собой специфическую неоднородную структуру, простирающуюся иногда на десятки километров.

Механизм распространения радиоволн в каждой среде свой. В этом смысле и город, с присущей ему застройкой, не является исключением. Для условий города характерны явления: затенения, отражения, дифракции и рассеяния радиоволн. Эти факторы придают процессу распространения радиоволн в условиях города существенно многолучевой характер и формируют сложную интерференционную структуру напряженности поля с глубокими и резкими перепадами уровней напряженности поля. Измерения показывают, что напряженность поля за отдельно стоящим кирпичным зданием на 20…30 дБ ниже, чем перед ним, за железобетонным строением уровень сигнала падает на 30…40 дБ. В целом внутри городской застройки имеются зоны, где напряженность поля значительно ослаблена.

Для городской инфраструктуры характерно применение телекоммуникационных радиосредств диапазонов УВЧ (300...3000 МГц) и ОВЧ (30…300 МГц), в первую очередь, средств сетей сотовой связи и телевизионного вещания.

При организации телевизионного вещания в условиях города передающая и приемная антенны находятся над уровнем городской застройки. Между антеннами, как правило, имеется прямая видимость.

Принципиально иная ситуация при организации сотовой связи. Между мобильной станцией (терминалом) абонента и сетевой базовой станцией прямой видимости чаще всего нет. Основной вклад в формирование поля вносят многократные отражения первичного поля стенами зданий, а также многократными дифракционными процессами на конструкциях строительных объектов.

В мировой практике исследований в области распространения радиоволн обычно используются усредненные характеристики городской застройки:

1. Плотная городская застройка (большой город) – застройка в основном высокими зданиями (выше 20 этажей) с малой площадью зеленых насаждений. Покрытие зон обслуживания в значительной мере определяется дифракцией и рассеянием сигнала на ближайших к мобильному терминалу зданиях.

2. Городская застройка – многоэтажная административная и жилая застройка, индустриальные районы. Плотность зданий достаточно высокая, но может быть разбавлена зелеными насаждениями, небольшими скверами.

Помимо городской застройки иногда применяют и другие усредненные характеристики местности, например:

1. Пригород – одиночные жилые дома, административные здания, магазины высотой 1-3 этажа. Большие площади зеленых насаждений (деревьев), парковые зоны с отдельными группами зданий плотной застройки.

2. Сельская местность – открытое пространство с несколькими зданиями, фермы, кустарниковые насаждения, шоссе.

3. Открытое пространство – озера, водохранилища, открытые участки без насаждений, неплодородные земли.

В настоящем учебном пособии рассматриваются вопросы распространения радиоволн в условиях усредненной характеристики «городская застройка» применительно к подвижной радиосвязи.

### 6.6.2. Общие сведения о моделях распространения радиоволн в городе

Качество связи зависит от многих технических параметров радиолинии, которые находятся под контролем проектировщиков объектов радиосвязи. Контроль предполагает возможность изменить параметры с целью улучшения качества связи. Одним из универсальных параметров являются потери при передаче в процессе распространения радиоволн.

Если определены потери при передаче в условиях города $L$, то действующее значение напряженности поля вычисляется по формуле:

$$E_д = \left(\sqrt{30PG}\ /\ r\right)(1/L),\ \text{В/м}, \tag{6.83}$$

где:

$P$ – мощность на входе передающей антенны в ваттах;

$G$ – коэффициент усиления передающей антенны (величина безразмерная);

$r$ – расстояние между антеннами базовой и мобильной станции в метрах.

Заметим, что в (6.83) выражение $\sqrt{30PG}\ /\ r$ определяет действующее значение напряженности поля в условиях свободного пространства, а выражение $1/L$ – это множитель, характеризующий ослабление поля радиоволны при распространении в условиях городской застройки.

В силу объективно случайного характера городской застройки по отношению к траектории перемещения и точки нахождения абонента значение потерь $L$ является случайной величиной, что предопределяет случайный характер значений напряженности поля. В этих условиях оценку влияния городской застройки на распространение радиоволн следует строить на основе предсказания медианного значения напряженности поля в точке приема.

Для расчета медианного значения разработаны и продолжают разрабатываться так называемые статистические модели распространения радиоволн, представляющие собой системы графиков или достаточно простых математических выражений, содержащих в качестве параметров некоторые статистически усредненные характеристики городской застройки.

В любой модели, естественно, должно быть учтено влияние частоты и значения коэффициентов усиления антенн. В конечном итоге модель позволяет оценить зависимость от расстояния потерь при передаче или уровней напряженности поля.

Модель распространения может разрабатываться как на основе теоретико-вероятностного подхода, так и путем обработки результатов экспериментальных исследований. Такие модели называются статистическими или эмпирическими соответственно. Кроме того, существуют модели, называемые полудетерминированными, основанные на определении поля в каких-либо структурах, поддающихся математическому анализу. Как правило, подобные структуры являются идеализацией некоторых характерных участков городской застройки.

Следует отметить, что, несмотря на многочисленные результаты, полученные при проведении исследований по распространению радиоволн в городских условиях, не существует единой модели, позволяющей с высокой степенью достоверности определить значение поля в заданной точке приема [24].

### 6.6.3. Модель Окамура-Хата

Одна из популярных и широко используемых моделей основана на экспериментальных данных, полученных японским исследователем Окамурой в процессе измерений уровней радиосигналов в г. Токио. Другой японский специалист – Хата – представил экспериментальные данные Окамуры в математической форме. В конечном итоге получившаяся эмпирическая модель описания графических данных получила название — модель Окамура-Хата.

В соответствии с этой моделью стандартная формула для расчета медианных значений основных потерь при передаче в условиях городской застройки имеет вид:

$$L = 69{,}55 + 26{,}16 \cdot lg(f) - 13{,}82 \cdot lg(h_{\text{БС}}) - a(h_{\text{МС}}) + (44{,}9 - 6{,}55 \cdot lg(h_{\text{БС}}))lg(r)\text{, дБ,} \quad (6.84)$$

где:

$f$ – частота (МГц) в диапазоне 150…1500 МГц;

$h_{\text{БС}}$, $h_{\text{МС}}$ – эффективные высоты соответственно базовой станции и мобильной станции над уровнем земли (м) в диапазоне 30…200 м;

$r$ – расстояние (км) в пределах 1…20 км;

$a(h_{\text{МС}}) = (1{,}1 \cdot lg(f) - 0{,}7)h_{\text{МС}} - (1{,}56 \cdot lg(f) - 0{,}8)$.

Если параметры $f$ и $r$, а также усредненная характеристика местности (городская застройка) отличаются от рекомендаций, соответствующих выражению (6.84), следует применять иные модели [24].

Модель Окамура-Хата для медианного значения напряженности поля имеет следующий вид [21]:

$$E = 39{,}82 + P_{БС} + G_{БС} - 6{,}16 \cdot lg(f) + 13{,}82 \cdot lg(h_{БС}) \\ + a(h_{МС}) - (44{,}9 - 6{,}55 \cdot lg(h_{БС}))\, lg(r), \text{ дБ/мкВ/м}, \quad (6.85)$$

где:

$P_{БС}$ – мощность на входе передающей антенны базовой станции (дБВт);

$G_{БС}$ – коэффициент усиления передающей антенны базовой станции относительно полуволнового вибратора без потерь (дБд).

В уравнении (6.85) коэффициент усиления передающей антенны задан по отношению к коэффициенту усиления полуволнового симметричного вибратора (диполя) без потерь и выражен в дБд. Если коэффициент усиления задать по отношению к коэффициенту усиления изотропного излучателя и выразить его в дБи, то (6.85) приводится к виду:

$$E = 37{,}67 + P_{БС} + G_{БС} - 6{,}16 \cdot lg(f) + 13{,}82 \cdot lg(h_{БС}) + \\ + a(h_{МС}) - (44{,}9 - 6{,}55 \cdot lg(h_{БС}))\, lg(r), \text{ дБ/мкВ/м}, \quad (6.86)$$

где:

$P_{БС}$ – мощность на входе передающей антенны базовой станции (дБВт);

$G_{БС}$ – коэффициент усиления передающей антенны базовой станции относительно изотропного излучателя (дБи).

Переход от (6.85) к (6.86) осуществляется с использованием известного факта теории антенн – значение коэффициента усиления антенны $G$, выраженное в дБд, на 2,15 дБ меньше значения коэффициента усиления этой же антенн, выраженного в дБи, то есть:

$$G, \text{дБи} - G, \text{дБд} = 2{,}15 \text{ дБ}. \quad (6.87)$$

Произведение мощности на коэффициент усиления, измеренный по отношению к полуволновому симметричному вибратору (диполю), называют эффективной излучаемой мощностью ($PG$, Вт) или ($P$, дБВт + $G$, дБд). В (6.85) сумма второго и третьего слагаемого и есть эффективная излучаемая мощность.

Если в произведении $PG$ значение коэффициента усиления измерено относительно изотропного излучателя, то речь идет об эквивалентной изотропно-изучаемой мощности ($P$, дБВт + $G$, дБи). В этом случае в (6.86) сумма второго и третьего слагаемого будет иметь смысл эквивалентной изотропно-изучаемой мощности.

## 6.7. Замирания сигналов при распространении радиоволн

### 6.7.1. Общие сведения о причинах замираний

В предыдущих разделах настоящего учебного пособия были рассмотрены вопросы теории распространения радиоволн в свободном пространстве, над земной поверхностью, в тропосфере, в ионосфере и в условиях городской застройки. Однако при этом не обсуждалась очень важная проблема, связанная с флуктуацией амплитуды принимаемого сигнала во времени. Такие флуктуации обычно протекают как случайный процесс и называются замираниями. Замирания приводят к беспорядочным колебаниям напряженности поля в месте приема.

Радиолиния, работающая полностью в условиях свободного пространства, например, космического, обеспечивает условия приема радиосигнала без замираний. В этом смысле свободное пространство можно считать идеализированной средой.

Влияние Земли на распространение радиоволн (см. разделы 3.2 и 3.3) сводится к введению некоторой функции, которая, в частности, зависит от абсолютной диэлектрической проницаемости и удельной проводимости земной поверхности. Изменения этих параметров в зависимости от времени суток, месяца, времени года приводят к соответствующим регулярным изменениям сигнала, которые, строго говоря, не являются замираниями.

Флуктуации абсолютной диэлектрической проницаемости тропосферы (см. раздел 6.4.1) порождают изменения условий процесса рефракции радиоволн, что приводит к, так называемым, рефракционным замираниям принимаемого сигнала.

Использование эффекта тропосферного рассеяния (на радиолиниях дальнего тропосферного распространения радиоволн) сводится к приему множества волн, амплитуды и фазы которых непрерывно меняются. При этом в точке приема проявляется ярко выраженный интерференционный процесс, порождающий замирания сигнала.

На радиолиниях, использующих механизм ионосферного распространения радиоволн (см. раздел 6.5.4), замирания обусловлены одновременным проявлением двух факторов. Первый – многолучевость, из-за которой происходит интерференция нескольких (чаще всего двух) волн, второй – флуктуации высоты отражающей области ионосферы. Одна многолучевость (при фиксированном положении отражателя) или одни флуктуации ионосферы (при строго одном отражении) привести к замираниям не могут.

Ещё одной причиной замираний сигналов являются случайные изменения поворота плоскости поляризации радиоволн, проходящих сквозь ионосферу. Этот вид замираний – результат случайного характера рассогласования поляризации приемной антенны и принимаемого поля.

Для радиолиний сотовой связи с подвижными объектами многолучевость проявляется всегда и, как следствие, всегда наблюдаются значительные замирания сигналов.

В теории распространения радиоволн принято различать быстрые и медленные замирания. Быстрые замирания имеют длительность от долей до десятков секунд. Природа быстрых замираний (иначе их называют интерференционными) обусловлена многолучевой структура сигнала, которая формируется из волн, приходящих в точку приема по различным траекториям. Фазовые соотношения между отдельными лучами в принимаемом многолучевом сигнале могут изменяться за счет случайных пространственно-временных вариаций абсолютной диэлектрической проницаемости среды, а также за счет движения одного или обоих корреспондирующих пунктов.

Медленные замирания имеют длительность от единиц до нескольких десятков минут. Они в основном обусловлены случайными изменениями рефракции в тропосфере, рассеянием крупномасштабными неоднородностями ионосферы, кратковременным поглощением энергии радиоволн, например, в ионизированных слоях ионосферы, в осадках и газах тропосферы и.т.п.

### 6.7.2. Характеристики замираний

Наличие замираний требует ввести специальное определение для характеристики среднего уровня принимаемого сигнала и степени отклонения мгновенных значений уровня от указанного среднего значения. Наиболее распространенным является выражение среднего уровня в медианных значениях напряженности поля. Медианным принято называть такой уровень сигнала, который превышается в течение 50% времени приема. Этот уровень принято обозначать через $E_{\text{М}}$ или $E_{0,5}$. Предположим, что сигнал принимается в течение времени $T$, причем изменения напряженности поля во времени представляются графиком на рис. 6.31. Для нахождения медианного значения напряженности поля необходимо провести прямую, параллельную оси абсцисс, на таком уровне, чтобы сумма промежутков времени, в течение которых фактическое значение напряженности поля превышает указанный уровень, была равна сумме промежутков, в течение которых фактическое значение меньше этого уровня. Медианный уровень обозначен через $E_{\text{М}}$. Интервалы превышения заштрихованы. Общая длина заштрихованных интервалов равна общей длине интервалов не заштрихованных.

На рис. 6.32 (а) показана реализация некоторого случайного сигнала, имеющего медианный уровень $E_{\text{М}} = E_{0.5}$. Другой случайный сигнал, имеющий прежний медианный уровень показан на рис. 6.32 (б). Масштаб по осям ординат и абсцисс на этих рисунках одинаков. Видно, что хотя оба сигнала имеют одно и то же медианное значение, но сигнал, представленный на рис. 6.32 (б), имеет существенно меньшее отклонение от медианного уровня.

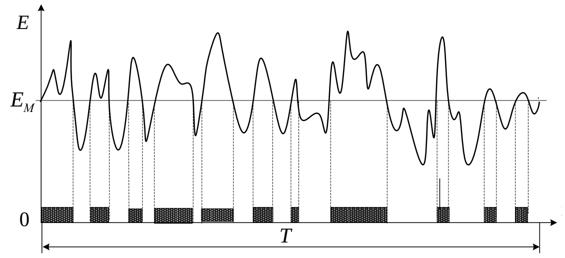



Рис. 6.31. К определению медианного значения напряженности поля

Таким образом, характеризуя средний уровень принимаемого сигнала, медианное значение напряженности поля никак не отражает глубины замираний.

Глубину замираний можно оценить только весьма условно. Прежде всего, нельзя под глубиной замираний понимать отношение максимального к минимальному значению напряженности поля за время $T$, то есть. $E_{\text{МАКС}}/E_{\text{МИН}}$ (рис. 6.32, а). Дело в том, что отдельные пики могут достигать весьма больших значений, однако с малой вероятностью. С другой стороны, глубокие минимумы могут маскироваться шумовым фоном. Поэтому обычно под глубиной замираний понимают отношение ($E_{0,1}/E_{0,9}$), выраженное в децибелах по отношению к 1 мкВ/м, то есть разность ( $20lgE_{0,1} - 20lgE_{0,9}$) дБ/мкВ/м. Через $E_{0,1}$ и $E_{0,9}$ обозначены уровни поля, превышаемые соответственно в течение 10% и 90% времени наблюдения $T$.

Сравнивая отношения $E_{0,1}/E_{0,9}$, соответствующие рис. 6.32 (а) и рис. 6.32 (б), можно видеть, что глубина замираний, показанных на рис. 6.32 (а), больше глубины замираний, представленных на рис. 6.32 (б).

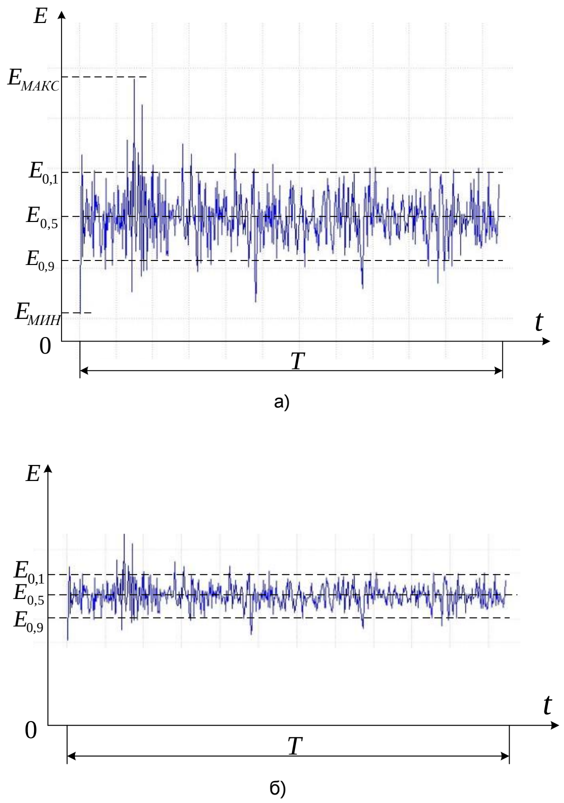



Рис. 6.32. Реализация некоторого случайного сигнала, имеющего

Как всякая случайная величина, уровень замирающего сигнала может быть оценен только статистически. Измерения показали, что замирания представляют собой нестационарный случайный процесс. Однако с приемлемой для практики точностью в течение ограниченных интервалов времени замирания можно считать стационарным случайным процессом. Длительность таких интервалов не постоянна и зависит от многих факторов, в частности, от присущего данной радиолинии механизма распространения радиоволн. Флуктуации уровня сигнала относительно некого медианного уровня в течение такого ограниченного интервала времени — это и есть быстрые замирания.

Наиболее часто встречающаяся функция распределения (иначе – закон распределения) вероятностей случайной величины (действующего значения напряженности поля) при быстрых (интерференционных) замираниях удовлетворительно аппроксимируется законом распределения Рэлея:

$$P(E > E_{\Pi}) = exp\left(-0{,}693\, {E_{\Pi}}^2/{E_{\text{М}}}^2\right), \tag{6.88}$$

где:

$P(E > E_{\Pi})$ – вероятность того, что значение случайной величины $E$ превышает заданный (пороговый) уровень $E_{\Pi}$;

$E_M$ – медианное значение случайной величины $E$.

В теории распространения радиоволн функции распределения часто выражают в процентах времени. В этом случае вместо (6.88) будем иметь:

$$T(E > E_{\Pi}) = 100\, exp\left(-0{,}693 \cdot {E_{\Pi}}^2/{E_{\text{М}}}^2\right), \tag{6.89}$$

где $T(E > E_{\Pi})$ читается как «процент времени, в течение которого значение случайной величины $E$ превышает заданный уровень $E_{\Pi}$, ….» или как «процент устойчивой связи…». Так, если в качестве $E_{\Pi}$ выбрать, например, само медианное значение, то оказывается, что $P(E > E_{\Pi}) = 0{,}5$, а $T(E > E_{\Pi}) = 50\%$, то есть устойчивость связи в этом случае составит всего 50%.

Обычно в качестве заданного уровня берется минимальное значение $E$, при котором обеспечивается требуемое качество приема. Часто требуется, особенно при передаче данных, чтобы устойчивость связи составляла не менее 99,9%, что означает $T(E > E_{\Pi}) = 99{,}9\%$ или, в вероятностной оценке, $P(E > E_{\Pi}) = 0{,}999$. С помощью соотношений (6.88) или (6.89) нетрудно подсчитать, что для этого необходимо, чтобы медианное значение превышало требуемый пороговый уровень не менее чем на 28,4 дБ. Для вероятности 0,995 превышение должно составлять 21,4 дБ, а для вероятности 0,99 – 8,4 дБ.

Функция распределения вероятностей случайной величины – усредненных в пределах определенных интервалов времени действующих значений напряженности поля – при медленных замираниях примерно соответствует логарифмически нормальному закону:

$$P(E > E_{\Pi}) = 1 - \left(1/\sqrt{2\pi}\right) \int_{-\infty}^{x} exp(-t^2/2)\, dt, \tag{6.90}$$

где:

$$x = 20\,(lg(E_{\Pi}) - lg(E_{\text{М}}))/\sigma \text{ – верхний предел интеграла,} \tag{6.91}$$

$$\sigma = 20\,\left(lg\left(E_{0,16}\right) - lg(E_{\text{М}})\right) \tag{6.92}$$

или

$$\sigma = 20\,\left(lg\left(E_{\text{М}}\right) - lg(E_{0,84})\right). \tag{6.93}$$

В выражениях (6.92) и (6.93) через $E_{0,16}$ и $E_{0,84}$ обозначены уровни поля, превышаемые в течение соответственно 16% и 84% времени наблюдения или, другими словами, $P\left(E > E_{0,16}\right) = 0{,}16$ и $P\left(E > E_{0,84}\right) = 0{,}84$ .

Формулу (6.90) можно привести к виду, удобному для практических расчетов:

$$P(E > E_{\Pi}) = 0{,}5 - 0{,}5\, erf\left(x/\sqrt{2}\right), \tag{6.94}$$

где

$$erf(x/\sqrt{2}) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{x/\sqrt{2}} exp(-t^2)\, dt \tag{6.95}$$

хорошо известная функция, называемая интегралом вероятности, которая входит в набор встроенных функций системы Mathcad [4]. Значение $x$, входящее в верхний предел интеграла в формуле (6.95), определяется выражением (6.91).

Следует еще раз обратить внимание на то, что в (6.90) функции (закону) нормального распределения подчиняется не сама случайная величина $E$, а её логарифм – $lgE$.

Логарифмически нормальная функция распределения, как это следует из выражений (6.90) – (6.94), характеризуется двумя параметрами: медианным значением $E_{\text{М}}$, выраженном в децибелах по отношению, например, к 1 мкВ/м, и стандартным квадратическим отклонением (иначе – просто стандартным отклонением) – $\sigma$, выраженном также в децибелах.

Важно понимать, что на реальных трассах радиолиний быстрые и медленные замирания могут проявляться одновременно. В качестве примера на рис. 6.33 показан характер изменений напряженности поля в точке приема сигнала радиолинии дальнего тропосферного распространения.

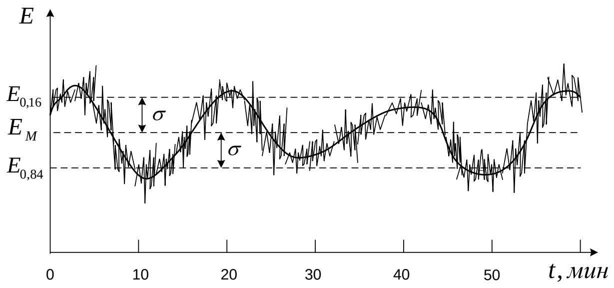



Рис. 6.33. Характер изменений напряженности поля в точке приема сигнала радиолинии дальнего тропосферного распространения

Случайной величиной здесь является действующее значение напряженности поля сигнала, то есть сугубо положительная величина, Именно к таким величинам можно применять логарифмически нормальную функцию распределения. Величина, функцию распределения которой мы рассматриваем, представляет собой медианные значения действующей напряженности поля, определенные за одно- пятиминутные интервалы. В пределах этих интервалов наблюдаются быстрые замирания (они отображены на рис. 6.33 в виде быстро меняющейся линии). Действие быстрых замираний при операции вычисления медианного значения уровня в пределах каждого интервала сглаживается. Именно эти медианные значения напряженности поля, соответствующие одно- пятиминутным интервалам времени, подчинены логарифмически нормальному закону распределения, который аппроксимирует медленные случайные колебания уровня принимаемого сигнала вследствие влияния изменяющихся метеорологических условий (сплошная, плавно меняющаяся линия на рис. 6.33).

## 6.8. Вопросы для самопроверки

1. Какими материальными параметрами характеризуется свободное пространство?

2. Поясните смысл терминов теории распространения радиоволн: «потери при передаче», «основные потери при передаче», «дополнительные потери при передаче».

3. Что понимается в теории распространения радиоволн под множителем ослабления?

4. Какова пространственная форма области, которая является существенной для распространения радиоволн?

4. Какими параметрами нужно располагать, чтобы рассчитать коэффициент отражения плоской волны от поверхности Земли?

6. В чем сущность двухлучевой модели распространения земной волны?

7. Факторы, определяющие предельное расстояние прямой видимости на радиолиниях с использованием земной волны при высоко поднятых антеннах.

8. Каков механизм распространения радиоволн над земной поверхностью на радиолиниях с низко поднятыми антеннами?

9. Какая характеристика тропосферы предопределяет явление рефракции?

10. Какие величины являются ключевыми для оценки дополнительных потерь при распространении радиоволн в реальной атмосфере?

11. Поясните сущность процесса дальнего тропосферного распространения радиоволн.

12. Поясните механизм распространения радиоволн за счет отражения в ионосфере.

13. Поясните смысл понятий, характерных для связи с использованием ионосферных волн: «критическая частота», «предельная частота», «максимальная применимая частота», «наименьшая применимая частота», «оптимальная рабочая частота».

14. В чем заключается специфика распространения радиоволн в условиях города?

15. Какие технические характеристики радиолинии подвижной радиосвязи влияют на медианные потери передачи при распространении радиоволн в условиях города?

16. Какова природа быстрых замираний уровня сигнала в точке его приема?

17. Какова природа медленных замираний уровня сигнала в точке его приема?

## 6.9. Задачи

### 6.9.1. Задачи для самостоятельного решения

6.1. Для линии радиосвязи Земля/космический аппарат определить для условий свободного пространства: основные потери при передаче $L_{0\text{СВ}}$ и потери при передаче $L_{\text{СВ}}$, а также необходимую мощность передатчика земной станции $P_{\text{ЗС}}$. Исходные условия: длина линии 40000 км; длина волны 3 см; коэффициент усиления передающей антенны земной станции 46 дБ; коэффициент полезного действия фидера передающей антенны 1,0; необходимая мощность сигнала на входе приемника космического аппарата $10^{-10}$ Вт; коэффициент усиления приемной антенны космического аппарата 18 дБ; коэффициент полезного действия фидера приемной антенны 1,0.

(*Ответ*: $L_{0\text{СВ}} = 204{,}5$ дБ; $L_{\text{СВ}} = 140{,}5$ дБ; $P_{\text{ЗС}} = 1{,}118$ кВт).

6.2. Для линии радиосвязи Земля/космический аппарат определить: основные потери при передаче в свободном пространстве $L_{0\text{СВ}}$ и полные потери при передаче $L$, а также необходимую мощность передатчика земной станции $P_{\text{ЗС}}$. Исходные условия: длина линии 40000 км; длина волны 3 см; коэффициент усиления передающей антенны земной станции 46 дБ; коэффициент полезного действия фидера передающей антенны 0,9; необходимая мощность сигнала на входе приемника космического аппарата $10^{-10}$Вт; коэффициент усиления приемной антенны космического аппарата 18 дБ; коэффициент полезного действия фидера приемной антенны 0,9. На участке линии длиной 200 км существуют дополнительные потери в атмосфере $L_{\text{доп}}$, значение которых оценивается погонным коэффициентом поглощения 0,015 дБ/км.

(*Ответ*: $L_{0\text{СВ}} = 204{,}5$ дБ; $L = 143{,}5$ дБ; $P_{\text{ЗС}} = 2{,}753$ кВт).

6.3. Для линии радиосвязи Земля /космический аппарат определить: предельное расстояние $r$, на котором земная станция будет принимать сигналы космического аппарата, основные потери при передаче в свободном пространстве $L_{0\text{СВ}}$ и потери при передаче в свободном пространстве $L_{\text{СВ}}$. Исходные условия: мощность передатчика на космическом аппарате 2 Вт, рабочая частота передатчика 2 ГГц; коэффициент полезного действия фидера передающей антенны 1,0; коэффициент усиления передающей антенны на борту космического аппарата 0 дБ; коэффициент усиления антенны приемной станции на Земле 60 дБ; коэффициент полезного действия фидера приемной антенны 1,0; минимальная мощность, которая регистрируется приемником земной станции, $10^{-15}$Вт. (*Ответ*: $L_{0\text{СВ}} = 213{,}01$ дБ; $L_{\text{СВ}} = 153{,}01$ дБ; $r = 5{,}338 \cdot 10^5$км).

6.4. Космический аппарат удаляется от Земли. Для поддержания связи с земной станцией наблюдения на аппарате установлены два передатчика – малой мощности и повышенной мощности. Определить: а) расстояние $r_1$, на котором необходимо включить более мощный передатчик; б) предельное расстояние $r_2$, при котором возможен прием сигналов с борта космического аппарата. Исходные данные: мощность маломощного передатчика на космическом аппарате 2 Вт; мощность передатчика повышенной мощности 200 Вт; рабочая частота передатчиков 2 ГГц; коэффициент усиления передающей антенны на борту космического аппарата 0 дБ; коэффициент усиления антенны приемной станции на Земле 57 дБ; минимальная мощность, которая регистрируется приемником земной станции $10^{-13}$Вт.

(*Ответ*: $r_1 = 3{,}779 \cdot 10^4$ км; $r_2 = 3{,}779 \cdot 10^5$ км).

6.5. Рассчитать и построить границу области, существенной для распространения радиоволн, для линии протяженностью 10 км и при частоте 3000 МГц. Расчет выполнить при условии учета восьми зон Френеля. Рассчитать и построить границы областей, соответствующих 1-ой и минимальной зонам Френеля. Каков максимальный диметр $d$ у минимальной зоны Френеля?

(*Ответ*: диметр минимальной зоны Френеля $d_{\text{макс}} = 18{,}28$ м).

6.6. Рассчитать и построить зависимость предельного расстояния прямой видимости от высоты подвеса приемной антенны, если передающая антенна имеет высоту подвеса 100 м, а высота подвеса приемной антенны изменяется от 5 до 20 м. (*Ответ*: для одной точки – при $h_2 = 16$ м значение $r_{\text{ПР}} = 49{,}98$ км).

6.7. Рассчитать и построить зависимость предельного расстояния прямой видимости от высоты подвеса передающей антенны, если приемная антенна имеет высоту подвеса 25 м, а высота подвеса передающей антенны изменяется от 50 до 100 м.

(*Ответ*: для одной точки – при $h_1 = 100$ м значение $r_{\text{ПР}} = 53{,}55$ км).

6.8. Плоская горизонтально поляризованная волна с частотой 50 МГц, падает под углом скольжения 4° из воздуха на плоскую поверхность сплошной среды, относительная диэлектрическая проницаемость которой равна 3, а удельная проводимость $5 \cdot 10^{-3}$ См/м. Рассчитать модуль $R$ и фазу $\theta^\circ$коэффициента отражения падающей волны на границе раздела двух сред.

(*Ответ*: $R = 0{,}924$ $\theta = 178{,}26^\circ$).

6.9. Плоская вертикально поляризованная волна с частотой 50 МГц, падает под углом скольжения 4° из воздуха на плоскую поверхность сплошной среды, относительная диэлектрическая проницаемость которой равна 3, а удельная проводимость $5 \cdot 10^{-3}$ См/м. Рассчитать модуль $R$ и фазу $\theta^\circ$коэффициента отражения падающей волны на границе раздела двух сред.

(*Ответ*: $R = 0{,}745$; $\theta = 183{,}02^\circ$).

6.10. Рассчитать значения модуля $R$ и фазы $\theta^\circ$ коэффициента отражения при отражении вертикально поляризованной волны с длиной волны 6 м от влажной почвы ($\varepsilon = 10, \sigma = 0{,}01$ См/м) и угле скольжения $10^\circ$.

(*Ответ*: $R = 0{,}268$; $\theta = 195{,}8^\circ$или $\theta = -164{,}2^\circ$ ).

6.11. Рассчитать значения модуля $R$ и фазы $\theta^\circ$ коэффициента отражения при отражении горизонтально поляризованной волны с длиной волны 6 м от влажной почвы ($\varepsilon = 10, \sigma = 0{,}01$ См/м) и угле скольжения $10^\circ$.

(*Ответ*: $R = 0{,}896$; $\theta = 178{,}79^\circ$).

6.12. Радиолиния проходит над плоской земной поверхностью. Характеристики радиолинии: передающая антенна имеет коэффициент усиления 20 дБ, мощность, подводимая к передающей антенне 15 Вт, длина волны 35 см, высота подвеса передающей антенны 80 м, приемной – 20 м, расстояние между антеннами 8 км, коэффициент отражения радиоволны от земной поверхности $\tilde{R} = 0{,}91\,\exp(j180^\circ)$. Рассчитать: модуль множителя ослабления $V$ при распространении радиоволны, амплитуду напряженности поля $E$ в точке приема.

(*Ответ*: $V = 0{,}833$; $E = 31$ мВ/м).

6.13. Рассчитать и построить зависимости модуля множителя ослабления $V$ и амплитуды напряженности поля $E$ в месте приема от длины радиолинии при следующих исходных данных: передающая антенна имеет КНД 20 дБ; мощность, подводимая к передающей антенне, 100 Вт; длина волны 35 см, высота передающей антенны 80 м, приемной – 20 м; длина радиолинии изменяется от 1 до 8 км, коэффициент отражения от земной поверхности $\tilde{R} = \exp(j180^\circ)$.

(*Ответ:* для одной точки – при $r = 6{,}1$ км значения: $V = 2{,}0$; $E = 254$ мВ/м).

6.14. Определить амплитуду вертикальной составляющей напряженность поля $E_{\text{В}}$ на расстоянии 10 км от передающей станции, расположенной на земной поверхности. Радиолиния проходит над влажной почвой ($\varepsilon = 10$, $\sigma = 0{,}01$ См/м). Технические характеристики радиолинии: мощность на входе антенны 1,0 кВт, длина волны 200 м, коэффициент усиления антенны – вертикального вибратора, установленного на земле – 1,5.

(*Ответ*: $E_{\text{В}} = 25$ мВ/м).

6.15. Определить амплитуду горизонтальной составляющей напряженность поля $E_{\text{Г}}$ на расстоянии 10 км от передающей станции, расположенной на земной поверхности. Радиолиния проходит над влажной почвой ($\varepsilon = 10$, $\sigma = 0{,}01$ См/м). Технические характеристики радиолинии: излучаемая мощность 1,0 кВт, длина волны 200 м, коэффициент усиления антенны – вертикального вибратора, установленного на земле – 1,5. (*Ответ*: $E_{\text{Г}} = 0{,}2$ мВ/м).

6.16. Определить амплитуду вертикальной составляющей напряженность поля $E_{\text{В}}$ на расстоянии 10 км от передающей станции, расположенной на земной поверхности. Радиолиния проходит над сухой почвой ($\varepsilon = 4$, $\sigma = 0{,}001$ См/м). Технические характеристики радиолинии: излучаемая мощность 1,0 кВт, длина волны 200 м, коэффициент усиления антенны – вертикального вибратора, установленного на земле – 1,5. (*Ответ*: $E_{\text{В}} = 2$ мВ/м).

6.17. Определить амплитуду горизонтальной составляющей напряженность поля $E_{\text{Г}}$ на расстоянии 10 км от передающей станции, расположенной на земной поверхности. Радиолиния проходит над сухой почвой ( $\varepsilon = 4$, $\sigma = 0{,}001$ См/м ). Технические характеристики радиолинии: излучаемая мощность 1,0 кВт, длина волны 200 м, коэффициент усиления антенны – вертикального вибратора, установленного на земле – 1,5. (*Ответ*: $E_{\Gamma} = 0{,}156$ мВ/м ).

6.18. Рассчитать и построить зависимость предельного расстояния прямой видимости от высоты подвеса приемной антенны, если передающая антенна имеет высоту подвеса 100 м, а высота подвеса приемной антенны изменяется от 5 до 20 м. Рассмотреть два случая: а) распространение происходит в условиях повышенной рефракции, когда вертикальный градиент диэлектрической проницаемости тропосферы равен $(-12 \cdot 10^{-8})$ 1/м; б) рефракция не учитывается. (*Ответ*:

а) для одной точки – при $g = -12 \cdot 10^{-8} \frac{1}{\text{м}}$ и $h_2 = 16$ м значение $r_{\text{ПР}} = 63{,}6$ км;

б) для одной точки – при $g = 0$ и $h_2 = 16$ м значение $r_{\text{ПР}} = 49{,}97$ км ).

6.19. Рассчитать и построить зависимость предельного расстояния прямой видимости от высоты подвеса приемной антенны, если передающая антенна имеет высоту подвеса 100 м, а высота подвеса приемной антенны изменяется от 5 до 20 м. Рассмотреть два случая: а) распространение происходит в условиях стандартной рефракции; б) рефракция не учитывается.

(*Ответ*:

а) для одной точки – при $g = -7{,}85 \cdot 10^{-8} \frac{1}{\text{м}}$ и $h_2 = 16$ м $r_{\text{ПР}} = 57{,}7$ км;

б) для одной точки – при $g = 0$ и $h_2 = 16$ м значение $r_{\text{ПР}} = 49{,}97$ км ).

6.20. Дальность обнаружения радиолокационной станцией летящей цели при отсутствии дождя равна 50 км. На каком максимальном расстоянии $r$ будет обнаружена цель в условиях дождя на участке трассы 1,5 км, если погонное ослабление в дожде 2 дБ/км. (*Ответ*: $r = 25{,}06$ км).

6.21. Линия радиосвязи с подвижным объектом обеспечивает связь на расстоянии 50 км при отсутствии осадков в виде дождя. Определить максимальное расстояние $r$, при котором сохранится прежний уровень сигнала в условиях сильного дождя. Дождь приходится на участок трассы 10 км, а погонное ослабление сигнала в дожде 0,4 дБ/км. (*Ответ*: $r = 31{,}5$ км).

6.22. Линия радиосвязи на частоте 10 ГГц обеспечивает связь на расстоянии до 20 км при отсутствии осадков в виде дождя. Определить максимальное расстояние $r$, при котором сохранится прежний уровень сигнала в условиях дождя с интенсивностью 10 мм/час. (*Ответ*: $r = 15{,}3$ км).

6.23. Линия радиосвязи на частоте 20 ГГц обеспечивает связь на расстоянии до 10 км при отсутствии осадков. Определить максимальное расстояние $r$, при котором сохранится прежний уровень сигнала в условиях тумана при среднем значении плотности жидкой воды в тумане 0,25 г/м$^3$. (*Ответ:* $r = 8{,}73$ км).

6.24. Рассчитать дневные критические частоты ионосферных слоев: $D, E, F_1, F_2$. (*Ответ:* для слоя $F_2$ значение $f_{\text{кр}} = 12{,}7$ МГц).

6.25. Рассчитать ночные критические частоты ионосферных слоев: $D, E, F_1, F_2$. (*Ответ:* для слоя $F_2$ значение $f_{\text{кр}} = 4{,}923$ МГц).

6.26. Определить дневную и ночную максимально применимую частоту (МПЧ) для радиоволны, падающей на слой $F_2$: а) под углом $60^\circ$, б) под углом $30^\circ$. (*Ответ:* для $\varphi = 60^\circ$: дневное значение $f_{\text{МПЧ}} = 25{,}42$ МГц, ночное – $f_{\text{МПЧ}} = 9{,}847$ МГц).

6.27. Определить дневную и ночную оптимальную рабочую частоту (ОРЧ) для радиоволны, падающей на слой $F_2$: а) под углом $60^\circ$, б) под углом $30^\circ$.

(*Ответ:* для $\varphi = 30^\circ$: дневное значение $f_{\text{ОРЧ}} = 12{,}48$ МГц, ночное – $f_{\text{ОРЧ}} = 4{,}83$ МГц).

6.28. Рассчитать и построить функцию распределения случайной величины – действующего значения напряженности поля $E$ – при быстрых интерференционных замираниях, если медианное значение случайной величины $E_{\text{М}} = 2$ мВ/м. Определить, с какой вероятностью будут превышаться пороговые значения: а) $E_{\text{П}} = 0{,}1$мВ/м; б) $E_{\text{П}} = 3{,}7$ мВ/м.

(*Ответ*: а) $P(E > E_{\text{П}}) = 0{,}998$; б) $P(E > E_{\text{П}}) = 0{,}093$).

6.29. Рассчитать и построить функцию распределения случайной величины – действующего значения напряженности поля $E$ – в условиях медленных замираний, если медианное значение случайной величины $E_{\text{М}} = 50$ мВ/м, а стандартное отклонение $\sigma = 6$ дБ. Определить с какой вероятностью будут превышаться пороговые значения:

а) $E_{\text{П}} = 10$ мВ/м ; б) $E_{\text{П}} = 140$ мВ/м.

(*Ответ*: а) $P(E > E_{\text{П}}) = 0{,}990$; б) $P(E > E_{\text{П}}) = 0{,}068$).

6.30. Методом Окамура-Хата рассчитать зависимость от расстояния медианных значений основных потерь при передаче на радиолинии при следующих исходных данных: трасса проходит в городе, передатчик базовой станции системы подвижной связи GSM работает на частоте 900 МГц. Высота подвеса передающей антенны базовой станции 50 м, антенны приемника мобильной станции – 1,5 м. Передающую и приемную антенны считать изотропными. Расстояние между базовой станцией и мобильной изменяется от 1 до 20 км.

(*Ответ*: для одной точки – при $r = 20$ км значение $L = 167{,}28$ дБ).

6.31. Методом Окамура-Хата рассчитать зависимость медианных потерь при передаче от расстояния на радиолинии при следующих исходных данных: трасса проходит в городе, передающая антенна базовой станции системы подвижной связи GSM на частоте 900 МГц имеет коэффициент усиления 12 дБ, приемная антенна мобильной станции имеет коэффициент усиления 0 дБ. Высота подвеса передающей антенны базовой станции 50 м, антенны приемника мобильной станции – 1,5 м; расстояние между базовой станцией и мобильной изменяется от 1 до 20 км.

(*Ответ:* для одной точки – при $r = 20$ км значение $L = 155{,}28$ дБ).

6.32. Методом Окамура-Хата рассчитать зависимость медианного значения уровня действующей напряженности электрического поля от расстояния между базовой и мобильной станциями системы подвижной связи в условиях города в пределах от 1 до 20 км. Рабочая частота 900 МГц. Мощность на входе передающей антенны – 50 Вт. Передающая антенна базовой станции не имеет направленности в горизонтальной плоскости, её коэффициент усиления относительно полуволнового линейного симметричного вибратора равен 10 дБ, а высота подвеса – 50 м. Высота расположения антенны мобильной станции 1,5 м.

(*Ответ*: для одной точки – при $r = 20$ км значение $E = 28{,}169$ дБ/мкВ/м).

6.33. Методом Окамура-Хата рассчитать зависимость медианного значения действующей напряженности электрического поля от расстояния между базовой и мобильной станциями системы подвижной связи в условиях города в пределах от 1 до 20 км. Рабочая частота 900 МГц. Мощность на входе передающей антенны – 50 Вт. Передающая антенна базовой станции не имеет направленности в горизонтальной плоскости, её коэффициент усиления относительно изотропного излучателя равен 10 дБ, а высота подвеса – 50 м. Высота расположения антенны мобильной станции 1,5 м.

(*Ответ:* для одной точки – при $r = 20$ км значение $E = 20{,}0$ мкВ/м).

### 6.9.2. Примеры решения задач

**Задача 1.** Для линии радиосвязи Земля /космический аппарат определить: предельное расстояние $r$, на котором земная станция будет принимать сигналы космического аппарата, основные потери при передаче в свободном пространстве $L_{0\text{СВ}}$ и потери при передаче в свободном пространстве $L_{\text{СВ}}$. Исходные условия: мощность передатчика на космическом аппарате 3 Вт, длина волны передатчика 10 см; коэффициент полезного действия фидера передающей антенны 1,0; коэффициент усиления передающей антенны на борту космического аппарата 1,0 дБ; коэффициент усиления антенны приемной станции на Земле 56 дБ; коэффициент полезного действия фидера приемной антенны 1,0; минимальная мощность, которая регистрируется приемником земной станции, $10^{-14}$Вт.

(*Ответ*: $r = 9{,}758 \cdot 10^4$км; $L_{0\text{СВ}} = 201{,}77$ дБ; $L_{\text{СВ}} = 144{,}77$ дБ ).

*Решение задачи*

Воспользуемся формулой (6.4) из раздела 6.2.1 настоящего учебного пособия:

$$P_2 = (P_1\eta_1\eta_2 G_1 G_2 \lambda^2)/(4\pi r)^2. \quad (6.96)$$

Расстояние $r$ найдем из (6.96):

$$r = \sqrt{(P_1\eta_1\eta_2G_1G_2\lambda^2)/(16\pi^2P_2)}. \qquad (6.97)$$

В эту формулу значения коэффициентов усиления нельзя подставлять в децибелах – следует перейти к безразмерным величинам:

$$G_1 = 10^{(G_1,\ \text{дБ})/10} = 1{,}259; \qquad G_2 = 10^{(G_2,\ \text{дБ})/10} = 3{,}981 \cdot 10^5.$$

Вычисление по формуле (6.97) дает $r = 9{,}758 \cdot 10^4$км.

Основные потери при передаче в свободном пространстве $L_{0\text{СВ}}$ вычислим, воспользовавшись формулой (6.12):

$$L_{0\text{СВ}}, \text{дБ} = 10\ lg(L_{0\text{СВ}}) = 20\ lg(4\pi r/\lambda) = 201{,}77.$$

Потери при передаче в свободном пространстве $L_{\text{СВ}}$ вычислим, воспользовавшись формулой (6.11):

$$L_{\text{СВ}}, \text{дБ} = 20\ lg(4\pi r/\lambda) - 10\ lg(G_1) - 10\ lg(G_2) = 144{,}77.$$

**Задача 2.** Радиолиния использует земную волну. Модель распространения радиоволн – двухлучевая, поляризация – горизонтальная. Технические характеристики: коэффициент усиления передающей антенны 8 дБ, мощность на входе передающей антенны 12 Вт, длина волны 30 см, высота подвеса передающей антенны 60 м, приемной – 20 м, расстояние между антеннами 8 км. Параметры почвы: $\varepsilon = 4, \sigma = 0{,}001$ См/м. Рассчитать: амплитуду напряженности поля $E$ в точке приема. (*Ответ*: $E = 12{,}49$ мкВ/м).

*Решение задачи*

Постановка задачи представлена на рис. 6.34.

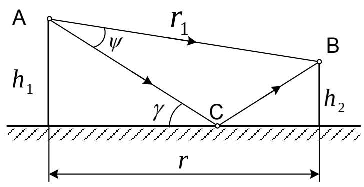



Рис. 6.34

Поскольку длина волны $\lambda = 0{,}3$ м, $h_1 = 60$ м, $h_2 = 20$ м, то выполняются условия «высоко поднятых антенн»: $h_1 \gg \lambda, h_2 \gg \lambda$.

Рассчитаем предельное расстояние прямой видимости по формуле (6.24):

$$r_{\text{ПР}} = 3{,}57\left(\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}\right) = 43{,}6 \text{ км}. \qquad (6.98)$$

Определим отношение длины радиолинии $r$ к расстоянию прямой видимости $r_{\text{ПР}}$, то есть $r/r_{\text{ПР}} = 8/43{,}6 = 0{,}183$. Найденное отношение удовлетворяет условию $r < 0{,}2r_{\text{ПР}}$, при котором земную поверхность можно считать плоской, то есть не учитывать сферичность Земли.

Комплексная амплитуда напряженности электрического поля в точке приема определяется формулой (6.29):

$$\dot{E}_m = \dot{E}_m^{\text{ПР}} + \dot{E}_m^{\text{ОТР}} = (\sqrt{60PG}\ / r)\left(1 + Re^{-j(k\Delta r - \theta)}\right)\mathrm{e}^{-jkr}. \qquad (6.99)$$

В этой формуле пока не определены значения: $\Delta r, R, \theta$. Величин $\Delta r$ – разность длин путей, проходимых прямой волной и волной отраженной, (6.30):

$$\Delta r \approx 2h_1h_2/r = 0{,}3 \text{ м}.$$

Величины $R$ и $\theta$ модуль и фаза коэффициента отражения $\tilde{R}$ горизонтально поляризованной волны от плоской земной поверхности (6.35):

$$\tilde{R} = \left(\sin\gamma - \sqrt{\tilde{\varepsilon} - (\cos\gamma)^2}\right)/\left(\sin\gamma + \sqrt{\tilde{\varepsilon} - (\cos\gamma)^2}\right) = Re^{j\theta}. \qquad (6.100)$$

В этом выражении:

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - j60\lambda\,\sigma = 4 - j60 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}001 = 4 - j0{,}018,$$

$$\gamma = arctg[(h_1 + h_2)/r] = 0{,}01.$$

Подставив значения $\tilde{\varepsilon}$ и $\gamma$ в (6.100), получим:

$$\tilde{R} = -0{,}989 + j3{,}42 \cdot 10^{-5} = 0{,}989e^{j\pi}.$$

Обратим внимание, что значение фазы следует вычислять с учетом соотношения (6.38) настоящего учебного пособия.

В формулу (6.99) коэффициент усиления $G$ нельзя подставлять в децибелах – следует перейти к безразмерному представлению:

$$G = 10^{(G,\text{дБ})/10} = 6{,}31.$$

Значение искомой амплитуды напряженности поля определяется, исходя из (6.99):

$$E_m = \left(\sqrt{60PG}/_r\right)\left|1 + Re^{-j(k\Delta r - \theta)}\right| =$$

$$= 1{,}249 \cdot 10^{-5}\ \text{В/м} = 12{,}49\ \text{мкВ/м}.$$

**Задача 3.** Рассчитать предельное расстояние прямой видимости при следующих исходных данных: высота подвеса передающей антенны 90 м, высота подвеса приемной антенны 60 м, тропосфера характеризуется вертикальным градиентом диэлектрической проницаемости «стандартной радиоатмосферы». (*Ответ:* 71 км).

*Решение задачи*

С учетом рефракции предельное расстояние прямой видимости можно определить по формулам (6.51) и (6.52):

$$r_{\text{ПР}} = \sqrt{2\,a_{\text{ЗМ}}/(1 + a_{\text{ЗМ}} \cdot g^{\text{T}}/2)}\left(\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}\right). \qquad (6.101)$$

Для стандартной радиоатмосферы вертикальный градиент диэлектрической проницаемости $g^{\text{T}} = -7{,}85 \cdot 10^{-8}\ 1/\text{м}$.

Радиус Земли $a_{\text{ЗМ}} = 6370 \cdot 10^3$м, высоты антенн: $h_1 = 90$ м, $h_2 = 60$ м.

Подставляя исходные данные в формулу (6.101), получим:

$$r_{\text{ПР}} = \sqrt{2 \cdot 6370 \cdot 10^3/(1 + 6370 \cdot 10^3 \cdot (-7{,}85 \cdot 10^{-8})/2) \cdot}\left(\sqrt{90} + +\sqrt{60}\right) = 71026\ \text{м} \approx 71\text{км}.$$

**Задача 4.** Линия радиосвязи на частоте 20 ГГц обеспечивает связь на расстоянии 15 км при отсутствии осадков в виде дождя. Определить максимальное расстояние, при котором сохранится прежний уровень сигнала в условиях дождя с интенсивностью 20 мм/час. (*Ответ*: $r = 1{,}71$ км).

*Решение задачи*

Исходное выражение для расчета (6.55):

$$E = \left(\sqrt{60PG}/r\right) \cdot 10^{-\frac{\gamma_{\text{Д}} l_{\text{Д}}}{20}}. \qquad (6.102)$$

В этой формуле первый множитель соответствует амплитуде поля в условиях свободного пространства ($P$ – мощность на входе антенны, $G$ – коэффициент усиления антенны, $r$ – длина трассы). Второй множитель $10^{-\frac{\gamma_Д l_Д}{20}}$ определяет ослабление поля свободного пространства из-за выпадающего дождя – это множитель ослабления в дожде.

Значение погонного ослабления радиоволны в дожде определяются по формуле (6.57):

$$\gamma_Д = kI_Д^{\alpha}.$$

Значения коэффициентов $k$ и $\alpha$ находим в табл. 6.2: $k = 0{,}094$, $\alpha = 1{,}018$.

Вычисляем погонное ослабление:

$$\gamma_Д = kI_Д^{\alpha} = 0{,}094 \cdot 20^{1{,}018} = 1{,}984 \text{ дБ/км}.$$

Эффективную длину трассы дождя рассчитываем по формуле (6.59):

$$l_Д = r_{ЭД} = k_r r.$$

В табл. 6.3 находим коэффициент $k_r = 0{,}634$.

Таким образом, эффективная длина трассы:

$$l_Д = r_{ЭД} = 0{,}634 \cdot 15 = 9{,}51 \text{ км}.$$

Множитель ослабления в дожде:

$$V_Д = 10^{-\frac{\gamma_Д l_Д}{20}} = 10^{-(1{,}984 \cdot 9{,}51/20)} = 0{,}114.$$

При отсутствии дождя амплитуда напряженности поля:

$$E_0 = \left(\sqrt{60PG}/r\right). \tag{6.103}$$

В условиях дождя уровень поля, определяемый формулой (6.103) для расстояния $r$, будет наблюдаться при меньшем расстоянии $r_1$ (из-за множителя ослабления в дожде):

$$E_Д = (\sqrt{60PG} \;/\; r_1) \cdot V_Д. \tag{6.104}$$

По условию задачи $E_0 = E_Д$. Приравняв (6.103) и (6.104), получим:

$$r_1 = r \cdot V_Д = 15 \cdot 0{,}114 = 1{,}709 \text{ км}.$$

**Задача 5.** Определить с какой вероятностью будет превышаться пороговый уровень действующего значения напряженности поля $E_П = 80$ дБ/мкВ/м в условиях медленных замираний, если медианное значение уровня поля $E_М = 93{,}98$ дБ/мкВ/м, а стандартное отклонение $\sigma = 6$ дБ. (*Ответ*: $P(E > 80) = 0{,}99$).

*Решение задачи*

Медленные замирания аппроксимируются логарифмически нормальной функцией распределения (6.94), (6.95):

$$P(E > E_П) = 0{,}5 - 0{,}5\, erf\left(x/\sqrt{2}\right), \tag{6.105}$$

где

$$erf\left(x/\sqrt{2}\right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{x/\sqrt{2}} exp(-t^2)\, dt. \tag{6.106}$$

Найдем по формуле (6.91) значение $x$, входящее в верхний предел интеграла в формуле (6.106):

$$x = 20\,(lg(E_{\text{П}}) - lg(E_{\text{М}}))/\sigma = (80 - 93{,}98)/6 = -2{,}33.$$

С помощью пакета [4] вычисляем значение встроенной функции:

$$erf\left(x/\sqrt{2}\right) = erf\left((-2{,}33)/\sqrt{2}\right) = -0{,}98.$$

Искомую вероятность определяем по формуле (6.105):

$$P(E > E_{\text{П}}) = 0{,}5 - 0{,}5\,erf\left(x/\sqrt{2}\right) = 0{,}5 - 0{,}5 \cdot (-0{,}98) = 0{,}99\,.$$

**Задача 6.** Рассчитать методом Окамура-Хата требуемое значение эффективной излучаемой мощности для обеспечения медианного уровня действующей напряженности электрического поля 28,169 дБ/мкВ/м в условиях города. Расстояние между базовой и мобильной станциями 20 км. Рабочая частота 900 МГц. Высота подвеса антенны базовой станции – 50 м. Высота расположения антенны мобильной станции 1,5 м. (*Ответ*: $P_{\text{ЭФФ}} = 26{,}99$ дБ).

*Решение задачи*

Воспользуемся формулой (6.85) и найдем из неё эффективную излучаемую мощность $P_{\text{ЭФФ}}$:

$$P_{\text{ЭФФ}} = P_{\text{БС}} + G_{\text{БС}} = E - 39{,}82 + 6{,}16 \cdot lg(f) - 13{,}82 \cdot lg(h_{\text{БС}}) -$$
$$-a(h_{\text{МС}}) + (44{,}9 - 6{,}55 \cdot lg(h_{\text{БС}})\,lg(r), \text{ дБ}, \qquad (6.107)$$

где:

$P_{\text{БС}}$ – мощность на входе передающей антенны базовой станции (дБВт);

$G_{\text{БС}}$ – коэффициент усиления передающей антенны базовой станции (дБд);

$E = 28{,}169$ дБ/мкВ/м – требуемое медианное значение уровня действующей напряженности электрического поля;

$a(h_{\text{МС}}) = (1{,}1 \cdot lg(f) - 0{,}7)h_{\text{БС}} - (1{,}56 \cdot lg(f) - 0{,}8)$;

$r = 20$ км; $f = 900$ МГц; $h_{\text{БС}} = 50$ м; $h_{\text{МС}} = 1{,}5$ м.

Рассчитаем значение $a(h_{\text{МС}})$, входящее в (6.84):

$a(h_{\text{МС}}) = (1{,}1 \cdot lg(900) - 0{,}7)50 - (1{,}56 \cdot lg(900) - 0{,}8) = 0{,}016$, дБ

Подставим исходные и рассчитанные данные в (6.107) и получим:

$$P_{\text{ЭФФ}} = P_{\text{БС}} + G_{\text{БС}} = 28{,}169 - 39{,}82 + 6{,}16 \cdot lg(900) - 13{,}82 \cdot lg(50) -$$
$$-0{,}016 + (44{,}9 - 6{,}55 \cdot lg(50))\,lg(20) = 26{,}99 \text{ дБ}.$$

## Литература


1. *ГОСТ 24375 – 80*. Радиосвязь. Термины и определения.
2. *Ерохин Г.А., Чернышев О.В., Козырев Н.Д., Кочержевский В.Г.* Антенно-фидерные устройства и распространение радиоволн. Учебник для вузов/ Под ред. *Г.А. Ерохина*. 3-е издание — М.: Горячая линия — Телеком, 2007. — 491 с.: ил.
3. *Нефедов Е.И.* Распространение радиоволн и антенно-фидерные устройства. Учебное пособие для студентов высш. учеб. заведений/. — М.: Издательский центр «Академия», 2010. — 320 с.: ил.
4. *Очков В.Ф.* Mathcad 14 для студентов и инженеров: русская версия. — СПб.: БХВ-Петербург, 2009. — 512 с.: ил.
5. *Пименов Ю.В., Вольман В.И., Муравцов А.Д.* Техническая электродинамика. Учебное пособие для вузов /Под ред. *Ю.В. Пименова*. — М.: Радио и связь, 2000. — 536 с.
6. *Айзенберг Г.З., С.П. Белоусов, Э.М. Журбенко и др*. Коротковолновые антенны /Под ред. *Г.З. Айзенберга.* 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Радио и связь, 1985. — 536 с.: ил.
7. *Сподобаев Ю.М., Кубанов В.П.* Основы электромагнитной экологии. – М.: Радио и связь, 2000. – 240 с.
8. *Сомов А.М., Старостин В.В., Кабетов Р.В.* Антенно-фидерные устройства. – М.: Горячая линия – Телеком, 2011. – 404 с. ил.
9. *Гончаренко И.В.* Антенны КВ и УКВ. Часть I. Компьютерное моделирование. MMANA. — М.: ИП РадиоСофт. Журнал «Радио». 2004 — 128 с.: ил.
10. *Линдваль В.Р.* Основы теории и проектирования проволочных антенн систем связи с использованием программы MMANA: Учебное пособие. Издание второе, переработанное и дополненное. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2007. — 122 с.: ил.
11. *Кочержевский Г.Н.* Антенно-фидерные устройства. М., «Связь», 1972. 472 с.: ил.
12. ГОСТ 2328291 – 91. Решетки антенные. Термины и определения.
13. *Айзенберг Г.З., Ямпольский В.Г., Терешин О.Н.* Антенны УКВ. Под ред. *Г.З. Айзенберга*. В 2-х ч. Ч. 1. М., «Связь», 1977. — 384 с.: ил.
14. *Докучаев В.А, Иванова О.Н., Красавина З.А.* Толковый словарь терминов по системам, средствам и услугам связи. Учебное пособие для вузов / Под ред. *В.А. Докучаева*. — М.: Радио и связь, 2003. — 548 с.
15. *Никольский В.В.* Электродинамика и распространение радиоволн. Учебное пособие. Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», — М.: 1973 с.

16. Рекомендация МСЭ-R P.368-9. 02-2012. Кривые распространения земной волны для частот между 10 кГц и 30 МГц. http://www.itu.int/rec/R-REC-P/en.
17. Рекомендация МСЭ-R P.838-3. 03-2005. Модель погонного ослабления в дожде, используемая в методах прогнозирования. http://www.itu.int/rec/R-REC-P/en.
18. Рекомендация МСЭ-R P.530-13 10-2009. Данные о распространении радиоволн и методы прогнозирования, необходимые для проектирования наземных систем прямой видимости. http://www.itu.int/rec/R-REC-P/en.
19. Рекомендация МСЭ-R P.840-5. 02-2012. Ослабление за счет облаков и тумана. http://www.itu.int/rec/R-REC-P/en.
20. Рекомендация МСЭ-R P.676-9. 02-2012. Затухание в атмосферных газах. http://www.itu.int/rec/R-REC-P/en.
21. Рекомендация МСЭ-R P.1546-4. 04-2009. Метод прогнозирования для трасс связи «пункта с зоной» для наземных служб в диапазоне частот от 300 МГц до 3000 МГц. http://www.itu.int/rec/R-REC-P/en.
22. *Сомов А.М., Старостин В.В.* Распространение радиоволн: учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальностям в обл. информ. безопасности / — М.: Гелиос АРВ, 2010.— 264 с.
23. *Калинин А.И., Черенкова Е.Л.* Распространение радиоволн и работа радиолиний. — М.: Связь. 1971. — 438 с.
24. http://telecomproject.tripod.com/mod.htm Модели распространения радиоволн.
25. *Неганов В.А., Осипов О.В., Раевский С.Б., Яровой Г.П.* Электродинамика и распространение радиоволн. Учебник / Под ред. *В.А. Неганова и С.Б. Раевского*. Изд. 4-е, доп. и перераб. — М.: Радиотехника, 2009. — 744 с., ил.
26. *Неганов В.А., Табаков Д.П., Яровой Г.П.* Современная теория и практические применения антенн /Под. ред. *В.А. Неганова.* – М.: Радиотехника, 2009. — 720 с.: ил.

# ОГЛАВЛЕНИЕ